

有限長フィルム状導体中の電流分布推定

Estimation of the current distribution on a film conductor with finite length

小川純一*, 緑川洋一, 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古
J. Ogawa, Y. Midorikawa, T. Doi, S. Hayano, and Y. Saito
法政大学 工学部

College of Engineering, Hosei University

Magnetic field source searching in a film conductor requires to solve the inverse problems. Previously, we have proposed the sampled pattern matching (SPM) method. In this paper, we propose a generalized SPM method of solving for the inverse source problems. This method employs a loop current model. Numerical simulation reveals the validity of this new method. Also, we applied this method to the current estimation on the thin film conductors. As a result, it is shown that the skin effect on the finite length film conductor greatly depends on the length of film.

キーワード: ループ電流モデル, 一般化SPM法, フィルム状導体

KEY WORD: Loop current model, Generalized SPM method, Film conductor

1. まえがき

筆者等のグループでは表皮効果を利用したフィルム状空心変圧器を提案し、その開発を行ってきた[1-3]。この変圧器は小型軽量の特徴を持つ反面、表皮効果を利用するために高周波帯域で用いられる[1-3]。フィルム状変圧器は従来の変圧器と原理が異なるために、変圧器として最適設計を行うためには、フィルム形状対効率の関係はどのような電流分布に起因するかを明らかにする必要がある。筆者らはフィルム状変圧器の最適設計問題に関する指針を得るために、フィルム状導体内部の電流分布を推定する研究を行ってきた[4-5]。

フィルム状導体内の電流分布推定問題は、局所的なフィールド分布からフィールド源を推定するフィールド源推定の逆問題を解くことに帰する[6]。このため、フィールド源推定の逆問題では、何らかの拘束条件を与えない限り一意な解を得ることが困難である。従来から筆者らは、逆問題解析法として Sampled Pattern Matching 法(以下 SPM法と略記)を提唱し、生体系逆問題や媒質推定の逆問題等に対してきわめて有効であることを報告してきた[4, 6-8]。しかし、従来の SPM法では支配的な解分布推定が可能であった反面、解の絶対値が得られなかった。

一般に、生体系逆問題等の局所的な磁界からの電流分布推定問題では、自然な電流

分布を近似的にモデル化するのに電流双極子法が用いられている[9,10]。しかし、電流双極子は、単体では電流の連続条件を満足せず、自然な電流分布を表現するのに不適切な場合がある。電流の連続条件を満足するためには、電流は閉じた経路を持つ必要がある。

以上の状況に鑑み、本稿ではフィルム状導体内の電流分布推定問題に対して、従来のSPM法を以下のように拡張した一般化SPM法を提案する。

- (1) 電流の連続条件を常に満足するループ電流モデルを用いる。
- (2) 従来のSPM法では振幅情報は1か0であったが、これを拡張して振幅に自由度を持たせる。

本稿では、最初に一般化SPM法の妥当性を検討するための簡単な数値実験を行う。更に具体的な例として、長さが有限のフィルム状導体に高周波電流を流し、フィルム導体上の実測した磁界分布から導体内電流分布推定を一般化SPM法により行う。その結果、有限長フィルム導体の表皮効果は導体長に大きく依存することを示す。

2. ループ電流モデルを用いた逆問題解析

2.1 ループ電流モデル

電流密度 \mathbf{J} は、変位電流が無視できる場合、磁界 \mathbf{H} と次式で関係づけられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1)$$

従って、電流密度 \mathbf{J} は必ず次の関係を満足しなければならない。

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2)$$

(2)式の関係はキルヒホッフの接点則と等価であり、電流密度を面積について積分したある点に流入する電流は流出する電流と等しいことを意味する。

(2)式を自動的に満足する電流の1例として図1に示す環状に循環するループ電流 i_L がある。これは環状導体の何れの部分でも必ず入る電流と出る電流が等しいことに起因する。図1で、ループ電流 i_L が与える z 軸方向の磁界 H_z は(3a)式で与えられる[11]。

$$H_z = \frac{i_L}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right) \left[\frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) + K(k) \right] \quad (3a)$$

ここで

$$k^2 = \frac{4ra}{(a+r)^2 + z^2} \quad (3b)$$

である。また、 $E(k)$ および $K(k)$ はそれぞれ第1種と第2種完全楕円積分である[11]。

本稿では、図1に示すループ電流をモデル化し、図2(a)に示すようなループ電流モデルを仮定する。電流の分布する対象導体を図2(a)に示すように微小正方形に分割し、分割された微小正方形の中に電流ループを仮定する。図2(b)の微小長方形内を循環す

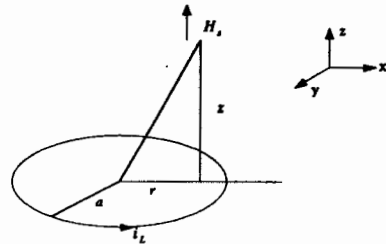


図1. ループ電流 i_L の作る z 軸方向の磁界 H_z

る電流を同図中に示す円形ループで置き換える。円形ループの半径は次式によって与えられる。

$$a = \sqrt{\left(\frac{dx}{2}\right)\left(\frac{dy}{2}\right)} \quad (4)$$

(4)式で決まるループ半径は縦横比が等しい正方形に内接する円を意味する。

この場合、対象全体を通して各正方形の

中心とモデルループの中心が一致し、最もよい近似となる。縦横比が異なる微小長方形では、各長方形の中心と(4)式で決まる半径を持つループの中心を一致させることから問題対象全体の形状を正方形に変形して考えることとなる。従って、分割された微小領域は常に正方形とする。

いま、導体周辺で局所的な磁界分布からの電流分布を推定する問題を考える。磁界分布が n 点で測定され、対象領域内部が m 点に離散化されたとする。この問題に対してループ電流モデルを適用すると、システム方程式は、

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{D}\mathbf{Y} \quad (5a)$$

または

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & d_{n3} & \cdots & d_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad (5b)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{X}_p 、 \mathbf{Y} 、 \mathbf{D} をそれぞれ、測定磁界を要素とするベクトル、ループ電流の振幅を要素とするベクトル、そして(3a)、(3b)式から得られる係数を要素とする n 行 m 列のシステム行列である。一般に、推定すべきループ電流分布ベクトルの要素数 m は、得られた磁界分布ベクトルの要素数 n よりも圧倒的に大きく

$$m \gg n \quad (6)$$

の条件が成り立つ。(6)式は(5b)式において未知数の数 m が式の数 n より圧倒的に多いことを示し、(5)式から一意的なループ電流の振幅を要素に持つベクトル \mathbf{Y} を求めることは不可能であることを意味する。

2. 2. ループSPM法

ここでは、(5a)または(5b)のシステム方程式からSPM法を用いてループ電流の振幅を要素に持つベクトル \mathbf{Y} を求める。ループ電流モデルを用いたSPM法をループSPM法と呼ぶ。ループSPM法では、可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、ループ電流の振幅を単位値1とする単位ループ電流を用いる。また、ループ電流の回転方向は時計回りと反時計回りの場合があるため、図3に示すようにループ電流が反時計回りの場合を単位値+1、電流が存在しない場合を0、時計回りの場合を-1とする[12]。

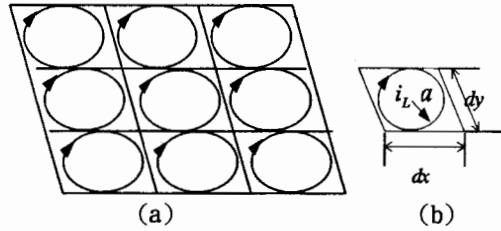


図2. ループ電流分布関数モデル

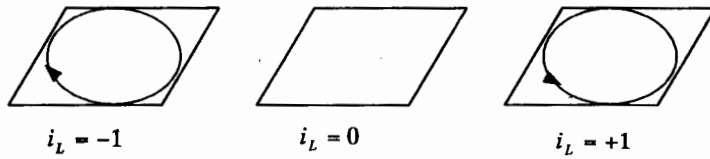


図3. ループ電流の回転方向

2. 3. 一般化SPM法

従来のSPM法では解の大きさを単位値に限定し、単位値の空間的分布で解の振幅を表現していた[4, 6-8]。しかし、ここでは、解の振幅に段階的な自由度を持たせた一般化SPM法の提案を行う。この解振幅の自由度をダイナミックレンジと呼ぶ。

ループSPM法では単位ループ電流のダイナミックレンジは-1から+1を持つ。これを一般化SPM法では単位ループ電流のダイナミックレンジを-Pから+Pまでとする。これによって振幅のダイナミックレンジはループSPM法に比較してP倍となる。

従来のSPM法が精度向上をもっぱら対象の分割個数の増加で行うのに対し、一般化されたループSPM法では対象の分割個数mを固定し、各入力点のダイナミックレンジを上げることで解精度の向上を図る方法である。また、解の各要素で-Pから+Pの値が許容されているため、解振幅を空間の広がりで見表する必要がなく、解振幅が計算できる。

2. 4. 数値実験

一般化SPM法の妥当性の検証として、図4に示すように電流が流れているフィルム状導体上の測定磁界分布から、フィルム状導体中の電流分布を推定する問題を考える。フィルム状導体と磁界測定面の位置関係を図4に示す。図5(a)および5(b)に正解の電流分布および正解の電流分布(図5(a))が測定面に作る磁界を示す。図5(a)において矢印の長さは電流の大きさに相当する。図5(b)に測定面で得られる磁界分布を等高線で示す。本稿中で等高線表示を行っている部分については、図中の明るい部分が正の値、暗い部分が負の値に相当する。

図6(a-c)にそれぞれダイナミックレンジを増加させたループ電流分布の推定結果を等高線で示す。ループ電流は閉じた経路を流れているため、隣接するループ電流は差となり、実際に流れる電流の方向はこの等高線にそって流れることとなる。ループ電流分布に対して回転演算を行って得られる電流密度分布を図6(d-f)に示す。これら

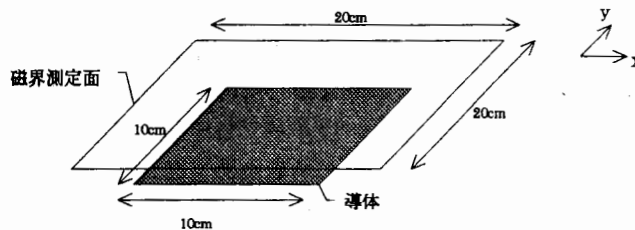


図4. 数値実験概略図

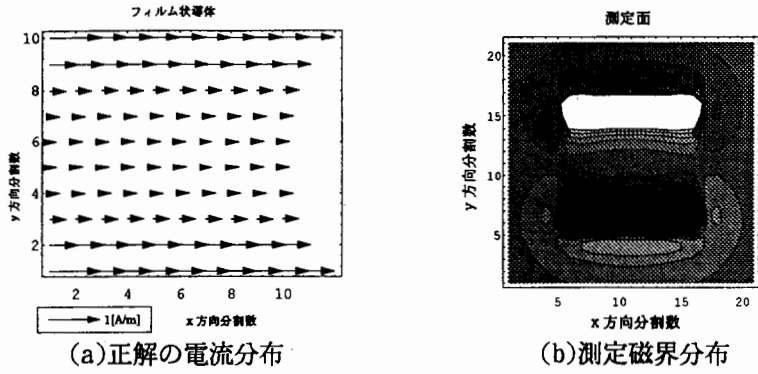


図5. 電流分布推定シミュレーション

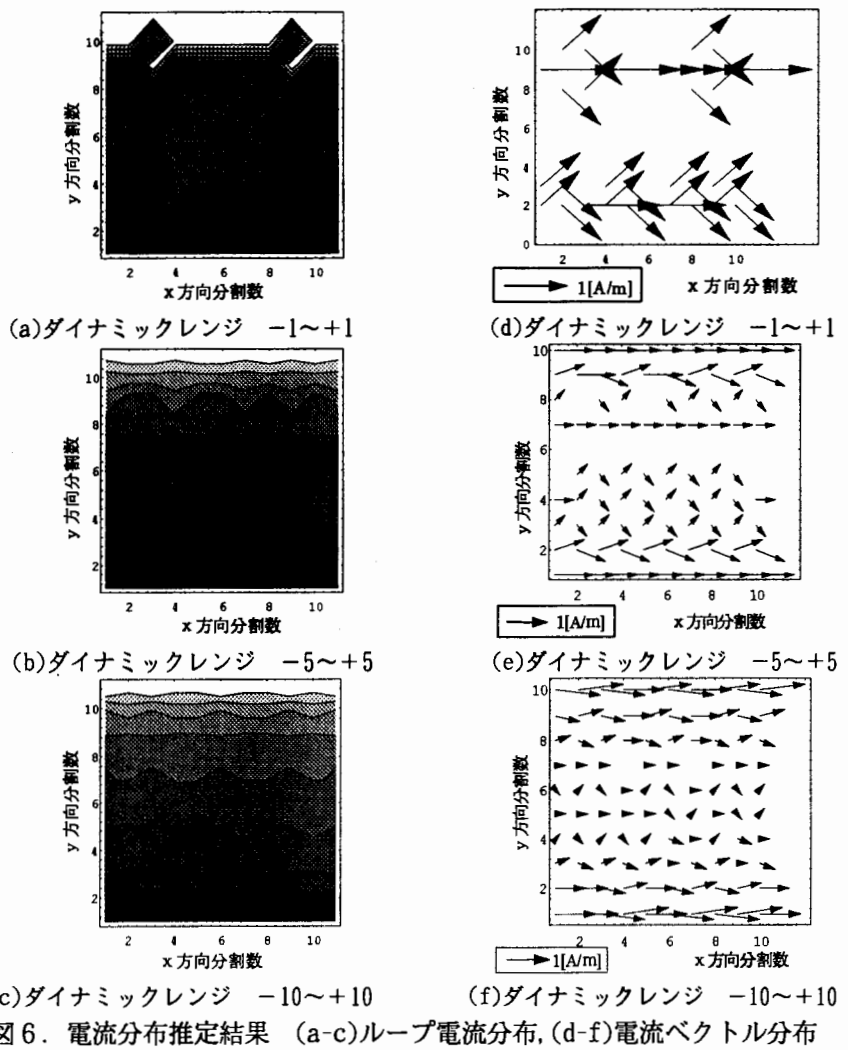


図6. 電流分布推定結果 (a-c)ループ電流分布, (d-f)電流ベクトル分布

の結果は明らかにダイナミックレンジの向上とともに推定解が正解に近づいている。更に確認のために正解と推定解の相関係数を図7に示す。解の精度は単純に向上せず、振動的に増加することが分かる。

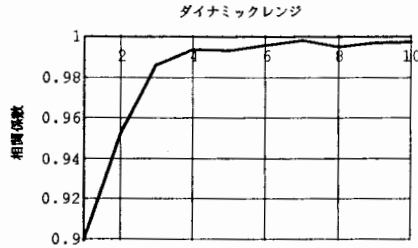


図7. 電流分布の相関係数

3. 有限長フィルム状導体中の電流分布

3. 1. フィルム状導体平面に分布する電流分布

有限長のフィルム状導体内部の電流分布を推定するため、図8(a)のようにフィルム状導体直上の表面で法線方向の磁界分布を測定した。図8(b)に、実験に用いたフィルム状導体の形状を示す。ここで、電流通電方向の導体長を L とする。測定面で得られた磁界分布よりフィルム状導体上に流れる電流分布を推定した。推定対象の領域は図8(a)に示した。図9に得られたループ電流分布を等高線で示す。なお、推定解のダイナミックレンジは -10 から $+10$ とした。

これらの結果からフィルム状導体に流れる電流分布は周波数が高いほど導体端部に偏ることが分かる。また導体が長いほど電流分布の偏りは顕著に現れている。すなわち、導体長が長い程、表皮効果は顕著になる。

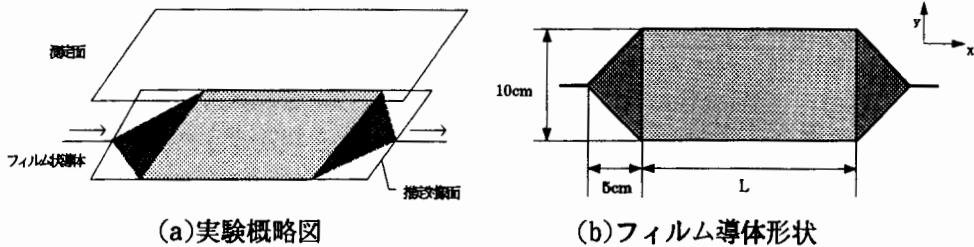


図8. 供試フィルム状導体

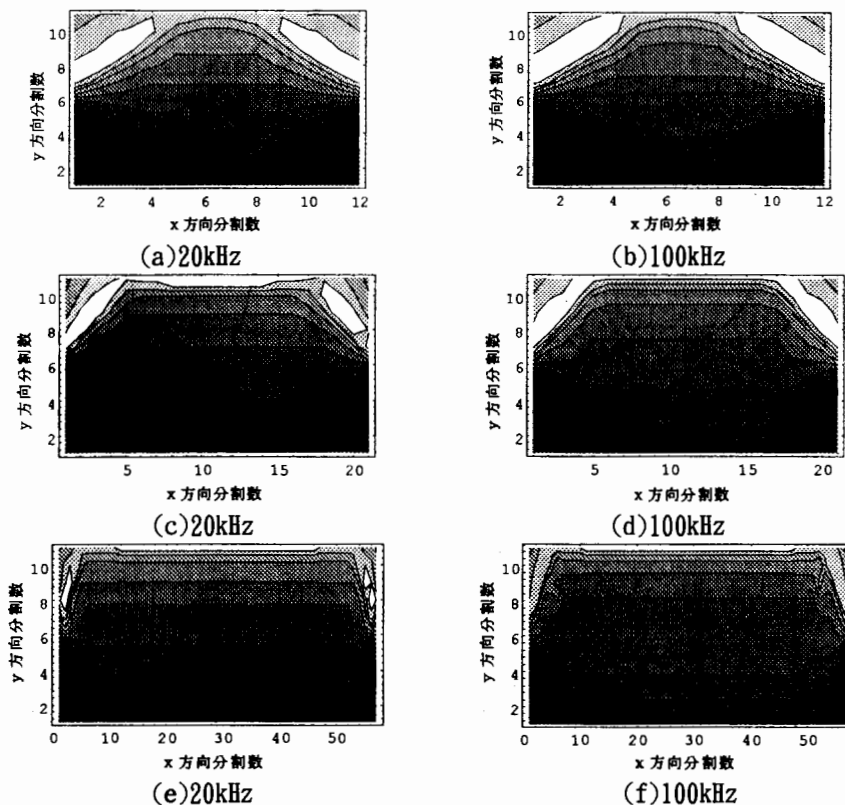
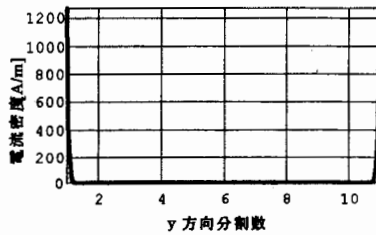


図9. 電流分布推定結果 (a), (b) $L=3\text{cm}$ 磁界の測定点数 16×21 点, (c), (d) $L=12\text{cm}$ 磁界の測定点数 25×21 点, (e), (f) $L=48\text{cm}$ 磁界の測定点数 61×21 点

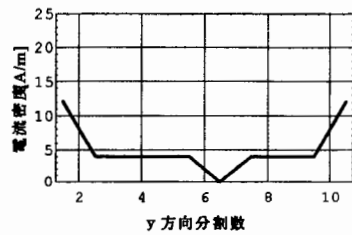
3. 2. 無限長理想フィルム状導体

3. 1で得られた有限長フィルム状導体に分布する推定電流分布と、無限長フィルム状導体における電流分布の理論値を比較検討した。

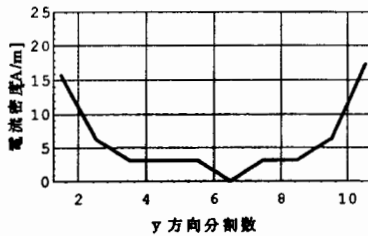
無限長のフィルム状導体に流れる電流密度分布の理論値を図10, 11(a)に、3. 1で得られた結果の中で導体中央部を幅方向に切った断面で導体通電方向に流れる電流密度分布の大きさを図10, 11(b-c)に示した。縦軸、横軸はそれぞれ電流密度の大きさおよび推定モデルの分割個数である。これらの結果から、明らかに理論値と有限長導体の電流分布は異なり、導体長が長いほど導体中央部に流れる電流は減少し、導体外側に電流が偏る。すなわち、導体長が長い程理論値に近づくことが確認された。



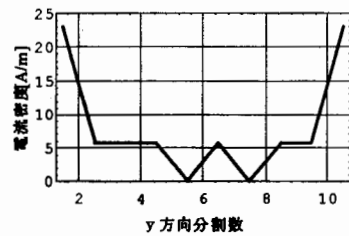
(a)理論値



(b)L=3[cm]

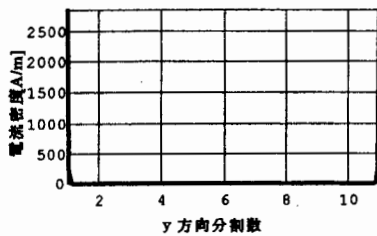


(c)L=12[cm]

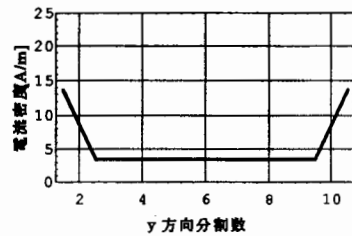


(d)L=48[cm]

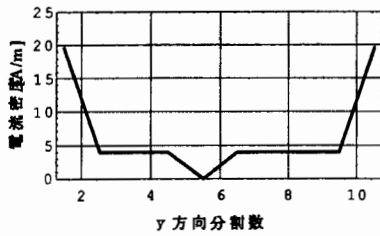
図 10. 理論値と推定解の電流密度分布[A/m] 周波数 20kHz



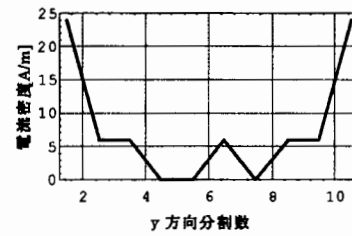
(a)理論値



(b)L=3[cm]



(c)L=12[cm]



(d)L=48[cm]

図 11. 理論値と推定解の電流密度分布[A/m] 周波数 100kHz

4. まとめ

本稿ではフィルム状導体内の電流分布推定問題に対して、電流の連続条件を満足するループ電流モデルを導入し、さらに、解の振幅に段階的な自由度を持たせた一般化SPM法を提案した。簡単な数値実験を行い、一般化SPM法の妥当性を検討した。更に、有限長の長さを持つフィルム状導体に高周波電流を流し、フィルム状導体上

で実測した磁界分布から導体内電流分布推定を行い、無限長フィルム状導体の理論値と推定値の比較を行なった。

その結果、有限長の導体に生じる表皮効果は通電する電流の周波数のみならず導体長に依存し、通電方向に長くなるにつれ表皮効果が顕著に現れることが判明した。

5. 参考文献

- [1] S. Hayano, et al., "Development of film transformer," IEEE Trans. Magn. Vol. 30, No. 6, pp. 4758-4760. (November 1994.)
- [2] Y. Midorikawa, et al., "Electromagnetic Field Analysis of Film Transformer," IEEE Trans. Magn. Vol. 31, No. 3, pp. 1456-1459. (May 1995.)
- [3] 緑川 他, "フィルム変圧器の基礎的考察," 電気学会論文誌 A, 115巻12号, pp. 1221-1227, (1995年)
- [4] 小川 他, "フィルム状導体における表皮効果と近接効果の測定," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-95-116. (1995年.)
- [5] 小川 他, "フィルム状導体の電流分布推定," 日本シミュレーション学会資料, 第16回計算電気・電子工学シンポジウム, II-3, (1995年.)
- [6] 斎藤, "電磁界系逆問題解析技術の進歩," 電気学会論文誌 A, 114巻6号, pp. 432-438, (1994年.)
- [7] 早乙女 他, "生体中の電流分布推定法の一考察," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-79, (1992年.)
- [8] 土井 他, "試行パターン一致法による導体内の欠損推定," 電気学会論文誌 A, 114巻4号, pp. 290-295, (1994年.)
- [9] 橘田 他, "脳内電流双極子分布について," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-80, (1992年.)
- [10] 早乙女 他, "生体中の電流分布推定 - 理論的基礎 -, " 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-219, (1991年.)
- [11] Milos Stafil, "Electrodynamics of electrical machines," ILIFFE BOOKS Ltd., London (1967.)
- [12] 土井 他, "ループ電流モデルによる磁界系逆問題解析," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-96-151, (1996年.)

原稿受付日	平成8年10月1日
-------	-----------