

磁性体の等価磁化電流分布推定の基礎的検討 — ループ電流モデルを用いたSPM法 —

Basic Studies of Equivalent Current Estimation in Permanent Magnets
— Loop Current SPM Method —

松村 仁*、土井 達也、早野 誠治、斎藤 兆古
H. Matsumura, T. Doi, S. Hayano, and Y. Saito

法政大学 工学部

College of Engineering, Hosei University

In this paper, we propose the loop current sampled pattern matching (SPM) method employing the loop current model. We apply the new method to estimating the magnetization current distributions in the permanent magnets. As a result, we have succeeded in obtaining the equivalent magnetization currents in the magnetic materials.

キーワード：逆問題解析、等価磁化電流、永久磁石

Key words: Inverse analysis, Equivalent magnetization current, Permanent magnet

1. まえがき

永久磁石は外部に電源を必要としないことから、広範に直流磁界源として多くの電気機器に利用されている。現在、計測機器を始めとして永久磁石を使用している装置では、磁石の磁化が極めて重要な工程であり、磁石材料がいかに優れたものであっても、適切な磁化を行わないとその性能を十分に発揮させることができない。

本稿では、磁化分布状態を、周辺磁界から等価磁化電流分布を求めることで推定する方法を提案する。

周辺磁界分布の測定から磁界源を求める問題は、逆問題を解くことに帰する。逆問題解析は、同定問題、最適化問題、計算機による自動設計、非破壊検査および医療診断などと深い関わり合いを持ち、逆問題解析技術の確立が、近未来に要求される技術の開発に大きく貢献するものと期待されている。従来から筆者等は、この逆問題解析手段として、Sampled Pattern Matching法（以下、SPM法と略記）を提唱してきた。これを眼磁図 (Magneto-oculogram, MOG)、心磁図 (Magnetocardiogram, MCG) および脳磁図 (Magnetoencephalogram, MEG) 解析などの生体磁気応用、さらに産業応用として金属材料の非破壊検査 (Nondestructive Testing, NDT) へ応用してきた。SPM法は、例えば磁界源推定問題において、測定された磁界の空間分布波形と磁界源推定領域内部の電流が与える磁界分布波形との相関を Cauchy-Schwarz の不等式を用いて吟味する方法である [1-7]。本稿では、相関を表わす指数をパターン一致指数と呼ぶ。

本稿では、ループ電流モデルを用いたループSPM法を提案し、このループSPM法を用いて磁性体内部の等価磁化電流分布推定を行う。その結果、磁性体内部の等価的な電流分布が推定可能であることを示す。

2. ループSPM法

2.1 ループ電流モデル

電流密度 \mathbf{J} は変位電流が無視できる場合、磁界 \mathbf{H} と次式で関係づけられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1)$$

従って、電流密度 \mathbf{J} は必ず次の関係式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} &= \nabla \cdot \mathbf{J} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式は電流密度 \mathbf{J} を面積について積分したある点に流入する電流は流出電流と等しいことを意味する。(2)式を自動的に満足する電流の一例は、図1に示す環状に循環するループ電流 i である。これは環状導体のいずれの部分でも必ず入る電流と出る電流が等しいことに起因する。一般に、電流分布をモデル化するのに電流双極子が用いられるが、この電流双極子モデルは各微小領域で(2)式の関係満足しない。

本稿では、電流の分布する対象導体を図2に示すように微小正方形に分割し、分割された微小正方形の中に電流ループを仮定する。このループ電流モデルでは、常に(2)式の関係満足する。

図1のループ電流が与える法線方向の磁界 H_z は(3)式で与えられる[8]。これはループ電流 i が与えられれば、ループの中心からループ面に沿った距離 r 、ループ面からの高さ z における法線方向磁界 H_z がアンペアの法則と同様な形で計算できることを意味する。

$$H_z = \frac{i}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right) \left[\frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) + K(k) \right] \quad (3)$$

$$k^2 = \frac{4ra}{(a+r)^2 + z^2} \quad (4)$$

ここで、 $E(k)$ 、 $K(k)$ はそれぞれ k を母数とする第1種及び第2種完全楕円積分である[8]。

2.2 ループSPM法

図2において、微小正方形内を循環する電流を微小円形ループで置き換えてSPM法を適用する。しかし、ループ電流の回転方向が図3のように時計回りと反時計回りの場合がある。

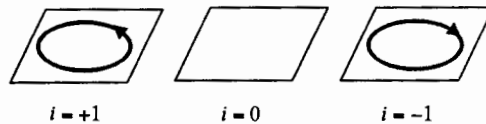


図3. ループ電流の回転方向と電流値

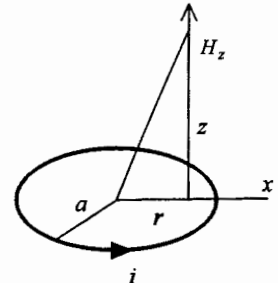


図1. ループ電流の作る z 軸方向の磁界 H_z

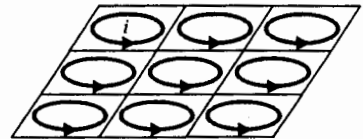


図2. ループ電流分布モデル

ループ電流の回転方向を勘案するため、ループ電流の振幅を図3のように反時計回りの場合を単位値+1、電流が存在しない場合を0、時計回りの場合を-1とする。計算は初期値を全て-1とし、単位値+1を追加する追加法と、初期値を全て+1とし、負の単位値-1を加えることで削除する削除法がある[7]。前者は全体が単位値+1、後者は負の単位値-1になるまで実行し、計算途中で得られた最大のパターン一致指数[7]を取る単位ループ電流分布ベクトルを解(これを最大パターン一致解と呼ぶ)とする。これがループSPM法の原理である。

2.3 ループSPM法のアルゴリズム

具体的な例題として、図4に示すような2次元の対象平面に流れている電流をこの平面と平行な測定面上で測定し、測定された磁界 ΔH_p から電流分布を推定する問題を考える。

まず電流が流れている対象平面を微小な m 個の領域に分割し、図5(a)に示すように各領域に順番に単位ループ電流を追加する。このとき i 番目に位置する単位ループ電流に起因する磁界 H_i と測定された磁界 ΔH_p とのパターン一致指数を次式のCauchy-Schwarzの関係式

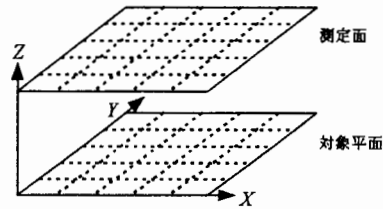


図4. モデル図

$$\Gamma_{1i} = \frac{H_i \cdot \Delta H_p^T}{\|H_i\| \cdot \|\Delta H_p\|}, \quad i=1 \sim m \quad (5)$$

で評価する。最初の最も支配的な単位ループ電流は、 Γ_{1k} が最大値を取る位置とする。

第2番目の入力点は、 $H_{i'}$ を2番目の単位ループ電流による磁界ベクトルとすれば、

$$\Gamma_{2i'} = \frac{[H_i + H_{i'}] \cdot \Delta H_p^T}{\|H_i + H_{i'}\| \cdot \|\Delta H_p\|}, \quad i'=1 \sim m, \quad i' \neq k \quad (6)$$

の最大値を取る $\Gamma_{2i'}$ の位置となる。以後、パターン一致指数 Γ が大きくなる限り、(5)、(6)式と同様の計算を Γ が最大となるまで行う。

実際のSPM法では、最終的に p 回の演算を行ったとすると、各回で最大値を取った磁界パターンに重み付けして得られた磁界源スペクトラム

$$\Gamma_i = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p \Gamma_{ji}, \quad i=1 \sim m \quad (7)$$

を解とする。(7)式で表わされたものをスペクトラム解と呼ぶ[7]。

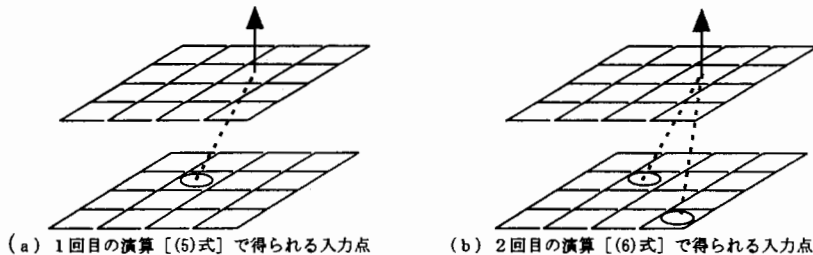


図5. SPM法演算過程で得られる入力点例

2.4 計算機シミュレーション

ループSPM法の妥当性を検証するために計算機シミュレーションを行った。

図6に示すように正方領域内に半径が4 [cm] と2 [cm] のコイルを2個配置し、それぞれのコイルに反時計回りで1 [A] の電流を通電する。また、磁界を測定する面をコイルと平行に設定する。次に、14×14 [cm] の測定面を28×28個の微小領域に分割し、各領域において測定面に対して法線方向成分の磁界が測定できたとする。このとき、これらのコイルに通電することで生じる周辺磁界から領域内に配置されたコイルの形状、すなわち、電流分布を推定した。図7(a)に測定された磁界分布を示す。図中の濃淡は、色が濃くなるほど値が小さいことを意味している。

図7(b)に推定された電流密度分布を等高線の濃淡で示す。図7(b)から、ほぼ正確に電流分布が推定できているのが分かる。換言すれば、コイルの形状が正確に推定可能であることを意味している。また、図7(c)は、推定された電流ベクトル分布であり、図6のコイル部分と場所が一致しない絶対値の小さい電流ベクトルを除いてある。明らかに、電流ベクトル分布は右ねじの法則に従っていることが分かる。また、図7(d)は図7(b)の電流分布から計算によって求めた測定面上の磁界分布である。推定された電流分布を、図7(a)の測定された磁界分布と図7(d)の電流ベクトルから計算された磁界分布との相関係数で評価すると、相関係数は約0.97と非常によく一致した結果となった。

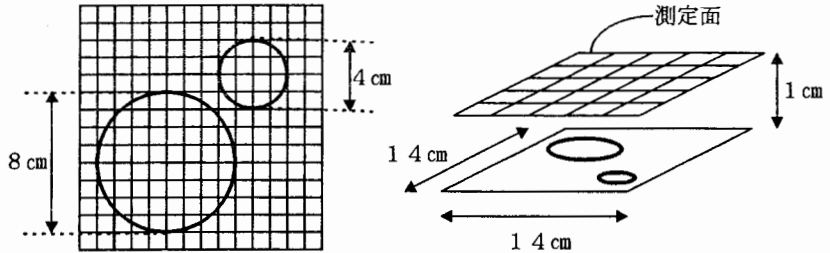


図6. シミュレーションモデル

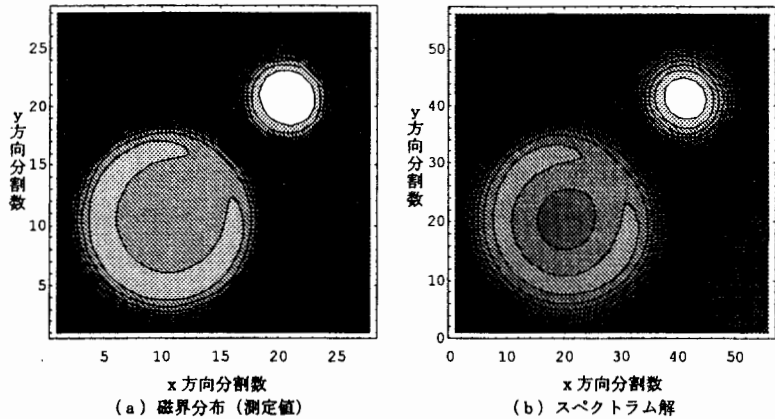


図7. 電流分布推定結果

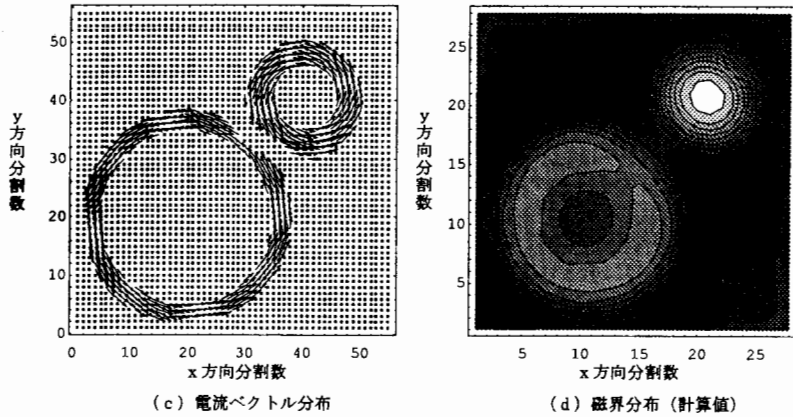


図7. 電流分布推定結果

2.5 検証実験

ループSPM法の妥当性を検証するために以下のような実験を行った。図8に示す円形コイルに交流電流を通電することで生ずる磁界を、コイル面と平行な測定面上で測定し、この磁界からコイル面上の電流分布を推定する。コイルの直径は9 [cm]、巻数40 [Turn]、コイルに流した電流値は0.6 [A] で周波数は10 [kHz] である。測定面は12×12 [cm] の領域を12×12に等分割し、各領域で磁界を測定をした。この磁界から推定された電流分布を図9(b)に示す。

図9(b)から、計算機シミュレーションの結果と同様に、コイル形状に沿って電流が流れているのが確認できる。また、図9(a)の測定された磁界分布と図9(b)の電流ベクトルから計算された磁界分布〔図9(c)〕の相関係数は約0.96で非常によく一致している。この実験結果と計算機シミュレーションの結果から、ループSPM法の妥当性が確認できた。

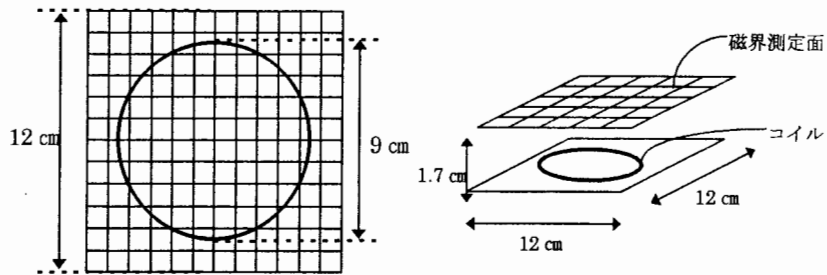
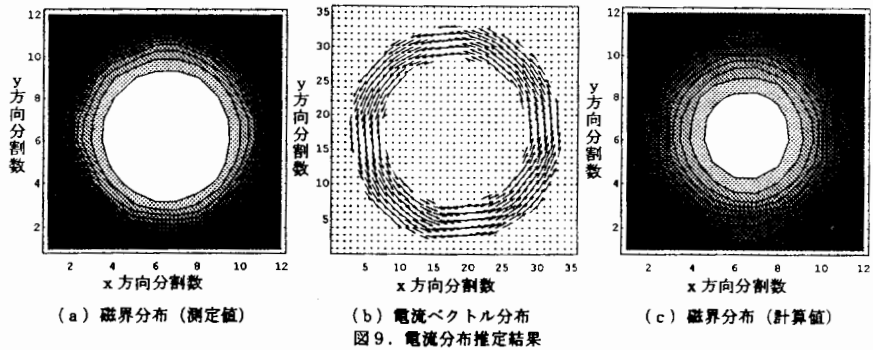


図8. 実験概略図



3. 等価磁化電流分布推定

3. 1 等価磁化電流

磁性体の存在する空間で、磁束密度 \mathbf{B} と磁界 \mathbf{H} との関係は

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (8)$$

と与えられる。ここで、 \mathbf{M} 、 μ_0 はそれぞれ磁化ベクトルおよび真空の透磁率である。

いま、(8)式の両辺に対して回転演算をとると

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \nabla \times \mu_0 \mathbf{H} + \nabla \times \mathbf{M} \\ &= \mu_0 \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M} \end{aligned} \quad (9)$$

が成り立つ。但し、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

であるから磁束密度 \mathbf{B} の積分形は、 G をグリーン関数とすると

$$\mathbf{B} = \nabla \times \int_V G \nabla \times \mathbf{B} dV - \nabla \int_V G \nabla \cdot \mathbf{B} dV \quad (11)$$

より

$$\mathbf{B} = \nabla \times \int_V G (\mu_0 \mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M}) dV \quad (12)$$

となる。等価磁化電流密度 \mathbf{J}_e を

$$\mathbf{J}_e = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{M} \quad (13)$$

と定義すれば、(12)式は次式のように書ける。

$$\mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times \int_V G (\mathbf{J} + \mathbf{J}_e) dV \quad (14)$$

磁化ベクトル \mathbf{M} は(8)式より、磁束密度 \mathbf{B} と同じ方向を持つベクトルであるので、磁束密度 \mathbf{B} を作る電流密度 \mathbf{J} は $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ により、互いに直交する。従って等価磁化電流密度 \mathbf{J}_e も磁化ベクトル \mathbf{M} と直交し、図10のようになる。以上のことから、外部磁界から磁石の磁化状態を等価磁化電流密度 \mathbf{J}_e として推定することが可能である。

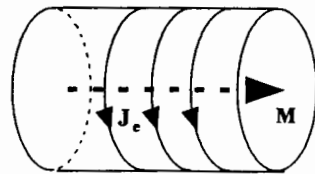


図10. 磁化 \mathbf{M} と等価磁化電流密度 \mathbf{J}_e .

3. 2 永久磁石の磁界測定と等価磁化電流分布推定

図 11 に示したような直方体状永久磁石の直上磁界を測定し、この磁界から永久磁石内の等価磁化電流分布を推定した。測定面は磁石の上面と平行で、 10×10 [cm] の領域とした。この領域を 10×10 に等分割し、各領域で磁界を測定した。測定された磁界分布を図 12(a) に示す。電流分布推定面と磁界測定面間の距離は、磁石の高さを考慮して、 1.95 [cm] とした。電流分布推定面は 5×5 [cm] とし、 30×30 の領域に等分割した。測定磁界分布から推定された電流ベクトル分布を図 12(b) に示す。この電流ベクトル分布は等価磁化電流分布を表わす。

図 12(b) から、等価磁化電流は永久磁石の角形の形状に沿って流れていることが分かる。図 12(c) は推定された電流分布が測定面上に与える磁界分布である。図 12(a) の測定された磁界分布と図 12(c) に示す磁界分布の相関係数は約 0.98 である。

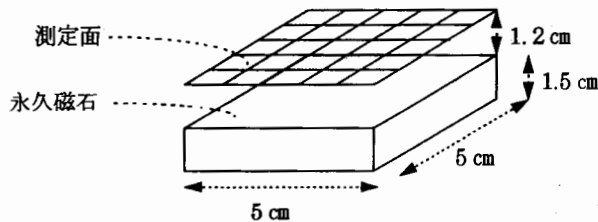


図 11. 実験概略図 (情報化学製サマリウムコバルト永久磁石使用)

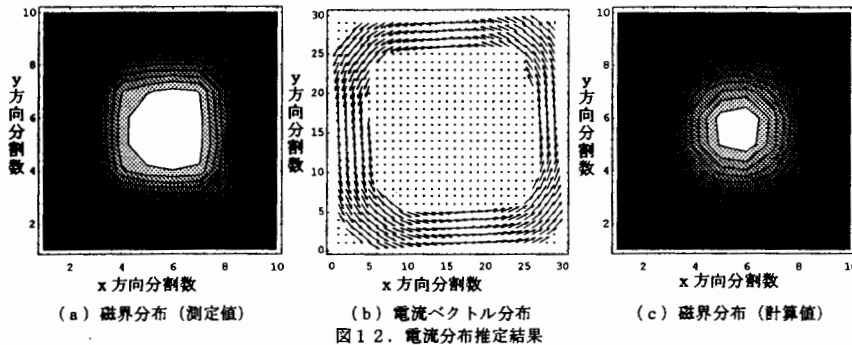


図 12. 電流分布推定結果

3. 3 磁性体の等価磁化電流分布推定

磁化された磁性体の等価磁化電流分布を推定するために、図 13 に示すように磁界測定面と永久磁石の間に 6×6 [cm] の正方形の珪素鋼板を挿入した。この珪素鋼板を電流分布推定面とし、 30×30 に等分割した。磁界測定面は 10×10 [cm] の領域を 10×10 に等分割し、各領域で磁界を測定した。このとき測定された磁界分布から、珪素鋼板を挿入していないときの磁界分布を差し引いた磁界分布を図 14(a) に示す。この磁界分布を珪素鋼板に流れる等価磁化電流に起因する磁界分布とし、電流分布推定を行った。その結果、得られた電流ベクトル分布を図 14(b) に示す。

図 14(b) から、珪素鋼板の形状の外周に沿って環状に流れる電流が有り、また中心付近にも同方向の環状電流が推定された。図 14(c) は図 14(b) の電流ベクトルによる磁界分布である。図 14(a) の測定された磁界分布と図 14(c) の磁界分布の相関係数は約 0.92 である。

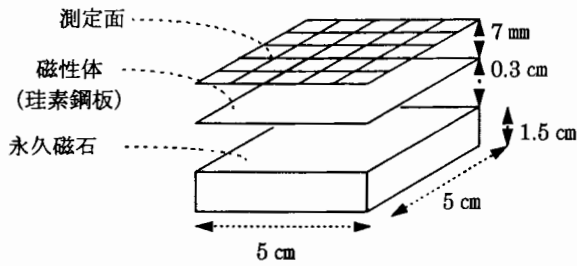


図 13. 実験概略図

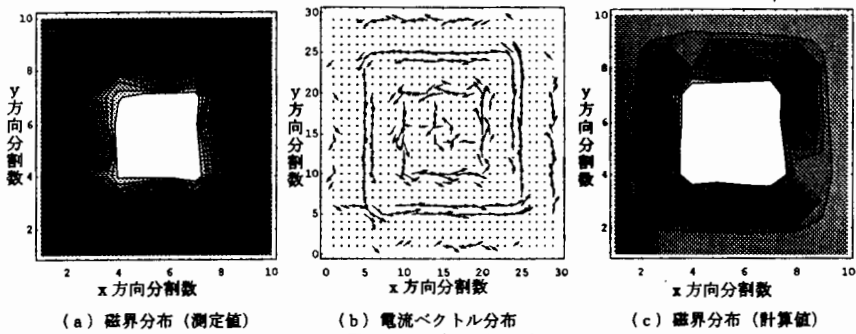


図 14. 電流分布推定結果

次に、図 15 に示すような条件で磁界分布を測定し、ニビジウムコバルト永久磁石の等価磁化電流分布を推定した。5×5 [cm] の測定面を 5×5 の微小領域に等分割し、各領域で磁界を測定した [図 16(a)]。また、電流分布推定面は永久磁石面と同じ 6×6 [mm] の領域を 15×15 に等分割し、電流分布推定を行った。図 16(b) が得られた等価磁化電流分布である。

図 16(b) の推定結果から、図 12 のサマリウムコバルトと異なり、磁石の外周に沿って電流が流れる特徴は見られなかった。これは推定対象である永久磁石の大きさが図 12 の磁石より小さく、磁界測定点数が少ないことに起因すると考えられる。図 16(c) は図 16(b) の電流ベクトルから計算された測定面上の磁界分布である。図 16(a) の測定された磁界分布と図 16(c) の磁界分布との相関係数は約 0.94 である。

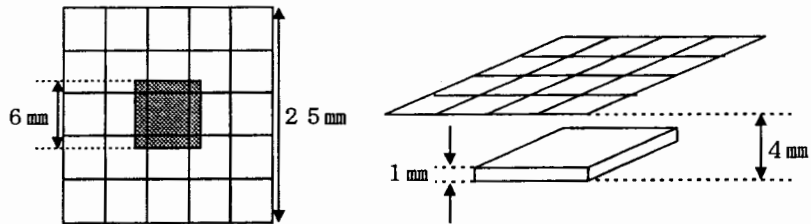


図 15. 実験概略図

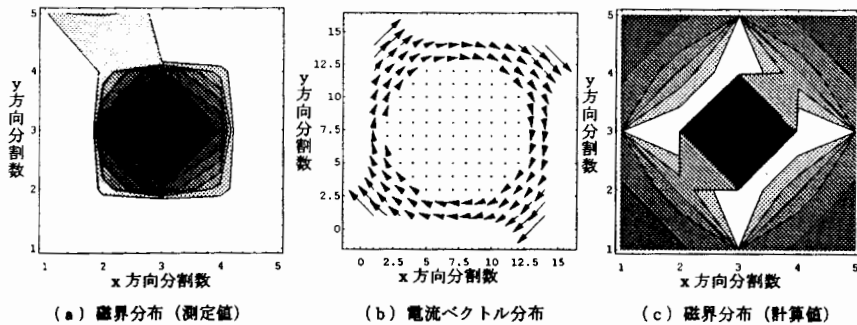


図16. 電流分布推定結果

4. まとめ

本稿では、電流分布推定法として、電流連続条件を常に満足するループ電流モデルを用いたループSPM法を提案した。また、計算機シミュレーションおよび円形コイルを用いた検証実験により、ループSPM法の妥当性を示した。さらに、このループSPM法を磁性体内部の等価磁化電流分布推定問題へ適用した。その結果、永久磁石を用いた実験では、永久磁石がその周辺に作る磁界分布の測定値から、磁界源である等価的な電流分布が推定可能であることが判明した。

5. 参考文献

- [1]Y.Saito, et al., "A formulation of the inverse problem in magnetostatic fields," J.Appl.Phys., Vol. 67, No.9, pp. 5830-5832, (1990).
- [2]早乙女 他, 「生体磁界における逆問題」, 電学論A, 112巻4号, pp. 279-286. (平成4年).
- [3]早乙女 他, 「Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定」, 電学論C, 113巻1号, pp. 69-76, (平成5年).
- [4]H.Saotome, et al., "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis," IEEE Trans. Magn., pp.1389-1394, (1993).
- [5]H.Saotome, et al., "Electromagnetic field source searching from the local field measurement," Int. J. Appl. Electromag. Matrls, Elsevier, pp.297-306. (1993).
- [6]H.Saotome, et al., "Crack identification in metallic materials," IEEE Trans. Magn., pp.1861-1864, (1993).
- [7]斎藤, 「電磁界系逆問題解析技術の進歩」, 電学論A, 144巻6号, pp.432-438, (平成6年).
- [8]Milos Stafil, "Electrodynamics of electrical machines," Iliffe Books Ltd., London, pp.124-127, (1967).

原稿受付日

平成8年10月1日