

ウェーブレットと相関解析によるラインノイズ源探査

Wavelets and Correlative Analysis for Line Noise Source Searching

齋藤兆古*、吉田悟史*、緑川洋一*
Y. Saito*, S. Yoshida*, Y. Midorikawa*

増田則夫**、遠矢弘和**
N. Masuda** and H. Tohya**

* 法政大学工学部
College of Engineering, Hosei University

**日本電気株式会社
NEC Co., LTD.

1. まえがき

情報化時代を迎え、エレクトロニクスの分野ではマルチメディア関連機器の開発が活発化している。これに伴い、エレクトロニクス機器から放射する電磁波の相互干渉が問題化しつつある。このためわが国、EU、北米等においては、この問題をEMC (ElectroMagnetic Compatibility; 電磁的両立性)問題として規制する動きがある。

本論文において筆者等は、EMC問題のうち電気機器の動作に伴うラインノイズ対策の基礎としてウェーブレットと相関解析に基づくノイズ源探査に関する研究を行い、その結果、従来はフーリエスペクトラムのみでノイズ対策が講じられて来たが、本論文の方法によってノイズ波形からノイズ源がある程度探査可能となり、結果としてノイズ源そのものから抜本的なノイズ対策が可能であることを報告する。

2. ウェーブレットと相関解析による波形分析

2. 1. ウェーブレット解析とフーリエ解析

波形解析の常套手段はフーリエ解析の一点張りである。フーリエ解析は波形の高調波含有率

を求めるには極めて有力な手段であり、ノイズ対策では標準的な解析方法となっている。ノイズ対策はフィルターを装着し高周波成分を減衰させるだけで良いのであろうか、本質的な解決になっているのであろうか。現実のノイズ対策は、ノイズ原因そのものを除くよりも、結果として出てくるノイズをフィルターで減衰させる極めて受け身的なノイズ対策である。このとき活用されるのがスペクトラムアナライザーである。スペクトラムアナライザーはフーリエ変換器であり、フィルターを装着したことでどの周波数成分のノイズが減衰したかを測定するために使われる。

多くのフィルターに関する文献ではフィルターの周波数特性を描いた図が掲載されている。実際に電源（電力系統）からある電子・電気装置への入出力ラインにフィルターを装着し、電子・電気装置から電源へ漏洩するノイズを防止しようとする。この場合、教科書どおりにフィルターが高調波成分を除去できるであろうか？答えは否である。理由は簡単で、フィルターの特性はフィルターの入出力インピーダンスに依存するためである。では、フィルターの入出力インピーダンスは簡単に測定または計算できるであろうか？これもまた否である。まず、電子・電気装置の出力インピーダンスであるが、大部分の電子・電気装置では半導体素子を使っているため線形回路的なインピーダンスの概念が存在しない。このため平均的・等価的な意味でのインピーダンスを想定せざるを得ない。基本波に対して平均的・等価的な考え方は第一近似として考えられるが、高調波にたいして平均値・等価的なインピーダンスで考えることは無意味である。電源（電力系統）の入力インピーダンスも電力系統に各種電子・電気装置が接続されているため、接続されている電子・電気装置の稼働状態や電力系統の場所によってインピーダンスは異なる。このため通常、フィルターの入出力インピーダンスは 50Ω と仮定することとなっている。では、フィルターの入出力インピーダンスを 50Ω として有効であろうか？答えは否である。フィルターの入出力インピーダンスを 50Ω として測定されたフィルターの周波数特性は静特性と呼ばれるが、実際の機器にフィルターを装着した場合、殆ど静特性どおりに高調波は減衰しない。このため、結局ノイズ対策は現場でのTry and Errorの作業となる。以上、要約すれば従来の線形回路理論は、ノイズ問題対策方法の方向付けには有効であるが定量的には無力であり、フーリエ解析（スペクトラムアナライザー）は単なるフィルター効果の評価方法である。

フーリエ解析の利点は波形を高調波成分に分解するため、波形の歪みを高調波成分の含有率で定量的に評価できる点にある。しかし、フーリエ解析は問題を全て周波数領域に変換して議論するため、時間領域の情報が失われてしまう欠点がある。例えば、パルス状のノイズを含む波形はフーリエスペクトラムが広がり、原波形の持つ時間領域の特徴を捕らえることが困難となる。また、特定の高調波成分を減衰させることはノイズ対策として本質的でなく、本質的なノイズ対策はパルスを取り除くことであろう。このようなフーリエ解析の欠点を補うため、パルスの存在する区間だけ部分的にフーリエ変換する方法、すなわち、窓関数を用いるフーリエ変換やShort Time Fourier変換等が提案されている。しかし、これらの変形フーリエ変換法は、時間情報を増やすと周波数の精度が失われ、逆に周波数精度を向上させると時間情報が失われ、いわゆる不確実性が存在する。では、波形を時間領域と周波数領域にまたがって解析することが可能であろうか、これを可能とするため考案されたのがウェーブレット解析である。ウェーブレット解析はフランスの石油探査技師J. Morletが最初に提案したとされている。ウェーブレット解析の基本的着想は、以下のように整理される。

- (1) フーリエ解析のように正弦波や余弦波等の直交周期関数を基底関数とせず、不連続点を含む関数を基底関数とする。この基底関数をアナライジングウェーブレットと呼ぶ。
- (2) アナライジングウェーブレットを用いて波形を展開するための関数をつくる。この関数はアナライジングウェーブレットが零でない区間（周期）、すなわち周波数の逆数を変換パラメータ、時間軸上をシフトするパラメータおよび時間をパラメータとして含んでいる。ここではこの関数をウェーブレット関数と呼ぶ。
- (3) ウェーブレット関数を用いて通常のフーリエ変換と同様に、波形を表す関数とウェーブレット関数の内積演算を行いウェーブレット係数を得る。この変換をウェーブレット変換と呼ぶ。
- (4) ウェーブレット変換で得られたウェーブレット係数は(2)で述べた周波数の逆数（アナライジングウェーブレットが零でない区間）と時間軸（時間軸上をシフトする）パラメータを含んでいるため、これらのパラメータを変えることによって周波数と時間軸上の情報を得ることができる。

ウェーブレット解析には連続的なアナライジングウェーブレットを用いる連続ウェーブレットと離散値のアナライジングウェーブレットを用いる離散値ウェーブレットがあり、両者の関係は通常連続系と離散値系（連続関数を離散化して得られる系）の意味合いと異なる。連続ウェーブレット解析はアナライジングウェーブレットが通常直交しない、このためWavelete変換で得られたウェーブレット係数にフーリエ係数のようなパワーの概念が与えられない。他方、離散ウェーブレットはアナライジングウェーブレットが通常直交する。このため、フーリエ解析と同様にウェーブレット係数にパワーの概念が与えられ、FFTと同様に高速変換が可能である。さらに、連続ウェーブレットがデータのパターンや相似性解析、そして離散ウェーブレットがデータ圧縮やエネルギー解析等に適しているといわれている。本稿は波形解析を前提とするため、連続ウェーブレット変換の応用に関するものである。

2. 2. 連続ウェーブレット変換の性質

(a) アナライジングウェーブレット ウェーブレット解析は、フーリエ解析のように正弦波や余弦波等の直交周期関数を基底関数とせず、次式で与えられるような関数を基底関数とする。

$$\varphi(t) = (1-t^2)\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \quad (1)$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 1, \\ -\frac{1}{2} & 1 < |t| \leq 3, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

(1)、(2)式で与えられる基底関数をアナライジングウェーブレットと呼び、(1)式をMexican Hat型、(2)式をFrench Hat型と呼ぶ。この理由は図1に示す(1)式と(2)

式それぞれの形から明らかであろう。

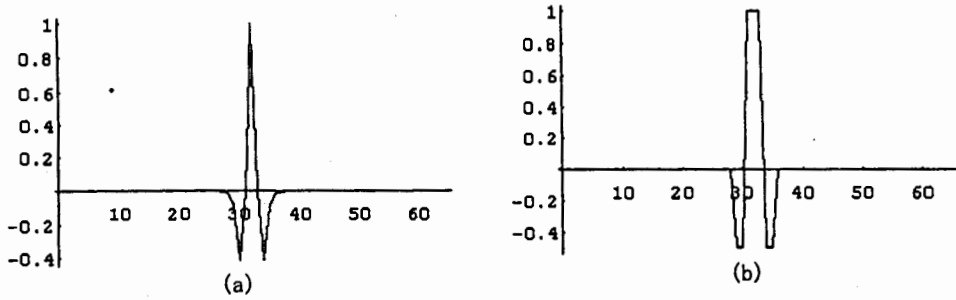


図1. アナライジング ウェーブレット波形の例。(a)Mexican Hat、(b) French Hat。

アナライジングウェーブレットには、その他にMorletのウェーブレット等がある。本稿では(1)式のMexican Hat型と(2)式のFrench Hat型を用いて、連続関数で与えられる(1)式の場合と不連続関数で与えられる(2)式による解析結果の相違を吟味する。

(b) ウェーブレット関数 アナライジングウェーブレットを用いて波形を展開するための関数をつくる。この関数はアナライジングウェーブレットが定義される区間(周波数の逆数に対応する)を a 、時間軸上をシフトするパラメータを b および時間 t をパラメータとして含み、

$$\varphi^{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a \neq 0 \quad (3)$$

で与えられる。この関数をウェーブレット関数と呼ぶ。このウェーブレット関数(3)式から、パラメータ a は周期 T に対応し、周波数 f と周期 T の関係は $f = 1/T$ であるから、 a を大きくすると低周波、小さくすると高周波を意味するがわかる。 b は時間の次元を持ち、 b が大きいと時間 t が大きい位置、小さいと時間 t が小さい位置を示すこととなる。

(c) ウェーブレット変換 ウェーブレット関数を用いて通常のフーリエ変換と同様に、波形を表す関数 $f(t)$ とWavelt関数の内積演算：

$$T(a,b) = \frac{1}{\sqrt{C_{\varphi}}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi^{a,b}(t) dt \quad (4)$$

を行いウェーブレット係数 $T(a,b)$ を得る。この変換をウェーブレット変換と呼び、ウェーブレット係数は周波数の逆数に対応するパラメータ a と時間軸パラメータ b を含んでいるため、これらのパラメータを変えることによって周波数と時間軸上の両情報を得ることができる。

(4)式の係数 C_{φ} はアナライジングウェーブレットのフーリエ変換で定義される有限値の定数

であり、ウェーブレット逆変換は次式で

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(a,b) \varphi^{a,b}(t) \frac{1}{a^2} da db \quad (5)$$

与えられる。従って、(4)、(5)式の係数 C_ψ は丁度フーリエ変換の 2π に対応する係数であり、次式で定義される。

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\varphi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (6)$$

ここで $\hat{\varphi}(\omega)$ は $\varphi(t)$ のフーリエ変換である。(5)、(6)式から C_ψ が有限であることがウェーブレット逆変換が存在する条件となる[2]。

(d) 高調波解析の例 まず最初に図2に示すような基本波、第3高調波および第9高調波の和からなる歪み波にウェーブレット解析を適用し、アナライジングウェーブレットの選びかたによるウェーブレットスペクトラムの相違を吟味する。

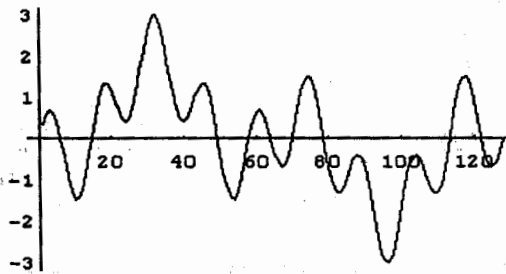
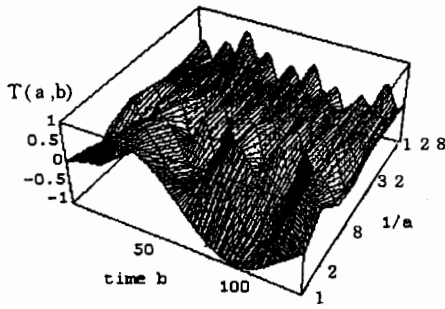


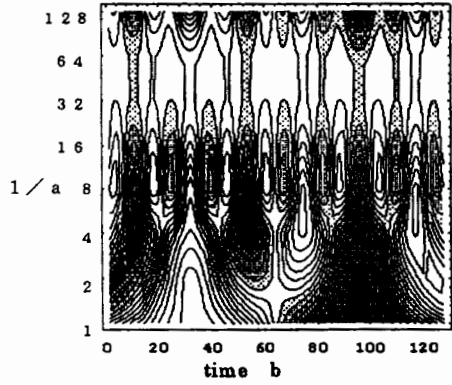
図2. $f(t) = \sin(\omega t) - \sin(3\omega t) + \sin(9\omega t)$

ウェーブレットのスペクトラムを求めるに当たり、(3)式の周期に対応する係数 $1/a$ の範囲を決めなければならない。今、解析対象波形 $f(t)$ が区間 T で N 個のサンプリングした離散値で与えられるとするならば、区間を1周期とする波形がフーリエ解析では基本波として扱われるから、ウェーブレット解析もこれに従って、(3)式の a を $a=T$ から $\frac{T}{2}, \frac{T}{3}, \dots, \frac{T}{N}$ までとする。また、(3)式のパラメータ b は時間 t に対応するから、 $b = \frac{T}{N}$ から $2\frac{T}{N}, 3\frac{T}{N}, \dots, T$ まで $\frac{T}{N}$ 間隔とする。

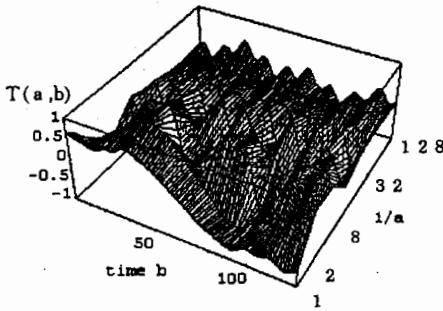
図3にウェーブレット解析の結果を示す、図3で時間 b は(3)式のパラメータであり通常の時間 t と直接対応し、周波数 $1/a$ は(3)式のパラメータ $1/a$ に対応し、通常の周波数の概念と異なることに注意しなければならない。更にスペクトラム $T^{(a,b)}$ は、(4)式のウェーブレット係数である。尚、この例では1周期を128点でサンプリングしているから1周期を1秒とすれば、周波数 $1/a$ は1から128Hzまで調べればよいことになる。



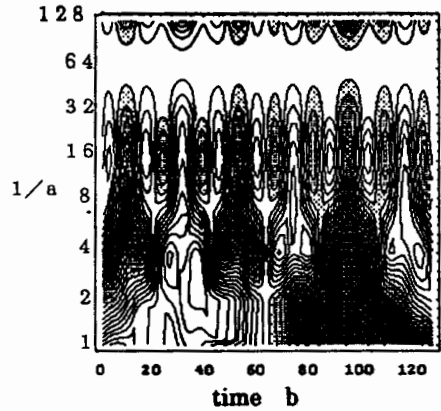
(a)



(b)



(c)



(d)

図3. ウェーブレットスペクトラム。(a), (b) Mexican Hat型アナライジングウェーブレットによるスペクトラム。(c), (d) French Hat型アナライジングウェーブレットによるスペクトラム。(b), (d)図で、白い部分と黒い部分はそれぞれ $T(a, b)$ の正と負に対応する。

図3(a)-(d)の結果から、低 $1/a$ 領域では基本波、中間 $1/a$ 領域では第3高調波そして高 $1/a$ 領域では第9高調波が判別されていることがわかる。これは図3(a)と(c)で、低 $1/a$ 領域に正負のピークが1個、中間 $1/a$ 領域で正負のピークが3個、高 $1/a$ 領域で正負のピークが9個判別されることによる。周波数の解像度で見ると、一般に低 $1/a$ 領域で悪く、高 $1/a$ になるにつれて明確なピークが観察されるために解像度が高い。これは、解析に用いるアナライジングウェーブレットそのものがフーリエ級数の意味で高調波成分を多く含んでいるためと解釈される。Mexican Hat型アナライジングウェーブレットは滑らかな関数(1)式で定義されるのに対し、French Hat型アナライジングウェーブレットは(2)式に示されているように区間で定義されるため、図3(a), (b)のMexican Hat型アナライジングウェーブレットを用いた結果は図3(c), (d)のFrench Hat型のアナライジングウェーブレットを用いた結果に比較して、スペクトラムの分布が滑らかであり、解像度も高い。依って、

本稿では以後の解析には (1) 式のMexican Hat型アナライジングウェーブレットを用いることとする。

(e) 波形分析の例 図4に原波形とそれらのウェーブレット解析例を示す。

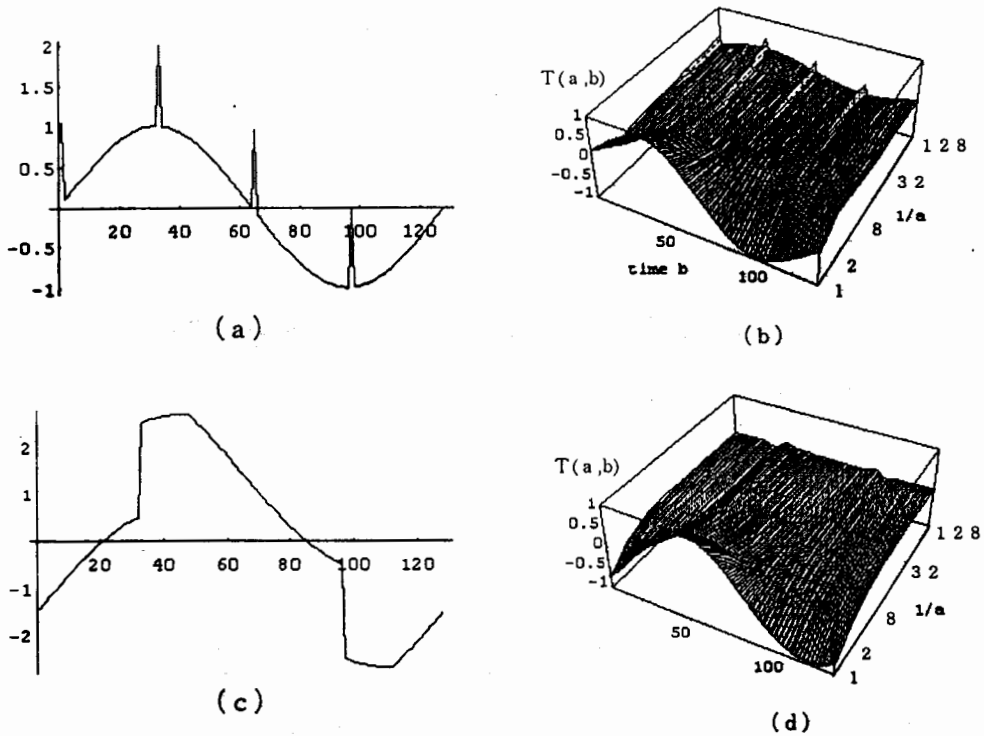


図4. ウェーブレット解析の例。(a)と(c)は原波形、(b)と(d)はそれぞれ(a)と(c)の波形をウェーブレット変換した結果。

図4 (a) の波形は、正弦波とパルス波形の和からなる波形であり、図4 (b) はウェーブレット変換された結果である。この例では、低 $1/a$ 領域から正弦波、高 $1/a$ 領域からパルス波が取り出される。他方、図4 (c) の波形は、正弦波、方形波、三角波の和であり、これをウェーブレット変換した図4 (d) の結果から、特定の $1/a$ 領域のスペクトラム $T(a,b)$ を用いて波形を分離することは困難であることが判る。従って、周波数の異なる波形が混在する波形からウェーブレット解析結果を用いて直接波形を分離することが可能である。しかし、周波数が同一である波形が混在する場合にはウェーブレット解析結果から直接に波形の分離は困難であることが判明した

2. 3. ウェーブレット相関解析

(a) 相関解析 複数の波形の和からなる信号を個々の波形へウェーブレット解析を用いて

分離する場合、ウェーブレット変換された結果を評価する手段が必要である。本稿ではウェーブレット変換された結果を評価する1方法として相関解析を提唱する。

今、与えられた波形 $f(t)$ が $g(t)$ と $h(t)$ の和、すなわち

$$f(t) = g(t) + h(t) \quad (7)$$

としよう。さらに、 $f(t)$ 、 $g(t)$ 、 $h(t)$ それぞれのウェーブレット係数ベクトルを $T_f(a)$ 、 $T_g(a)$ 、 $T_h(a)$ と書くものとすれば、 $T_f(a)$ と $T_g(a)$ および $T_f(a)$ と $T_h(a)$ の相関係数は次式で与えられる。

$$\gamma_{fg}(a) = \frac{[\overline{T_f(a)}]^T \overline{T_g(a)}}{|\overline{T_f(a)}| |\overline{T_g(a)}|} \quad (8a)$$

$$\gamma_{fh}(a) = \frac{[\overline{T_f(a)}]^T \overline{T_h(a)}}{|\overline{T_f(a)}| |\overline{T_h(a)}|} \quad (8b)$$

(8a)、(8b)式で $\overline{T_f(a)}$ 、 $\overline{T_g(a)}$ 、 $\overline{T_h(a)}$ はベクトル $T_f(a)$ 、 $T_g(a)$ 、 $T_h(a)$ からそれぞれの平均値を除いたベクトルを示す。

(8a)式と(8b)式で、 $\gamma_{fg}(a)$ は1に近く、 $\gamma_{fh}(a) \ll 1$ のとき、周波数 $1/a$ におけるウェーブレット係数 $T_f(a)$ は $f(t)$ 中の $g(t)$ 成分による波形を表すこととなる。

(b) 相関解析の例 図5(a)、(b)、(c) はそれぞれフライバック型DC/DCコンバータが直流電動機と電球を負荷として駆動している場合の負荷端子電圧波形 $f(t)$ 、DC/DCコンバータの出力波形 $g(t)$ 及び直流電動機と電球の発生するノイズ波形 $h(t)$ である。

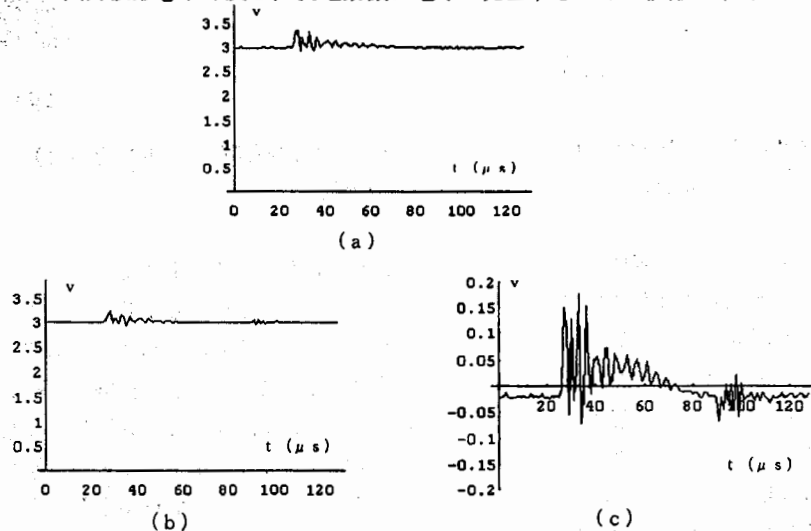


図5 相関解析の対象波形。(a) DC/DCコンバータで直流電動機と電球が負荷として駆動されている場合の負荷端子電圧波形 $f(t)$ 、(b) DC/DCコンバータの出力電圧波形 $g(t)$ 、(c) 直流電動機と電球負荷の発生するノイズ波形 $h(t) [= f(t) - g(t)]$

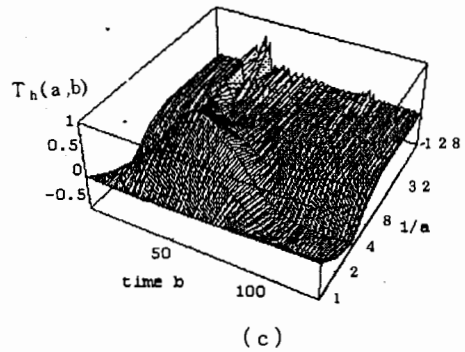
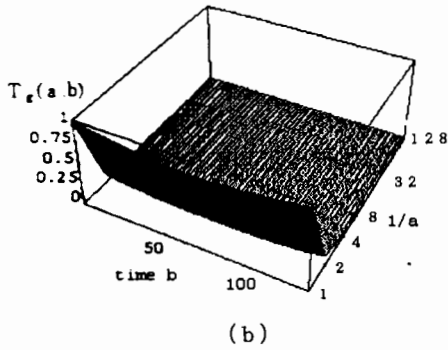
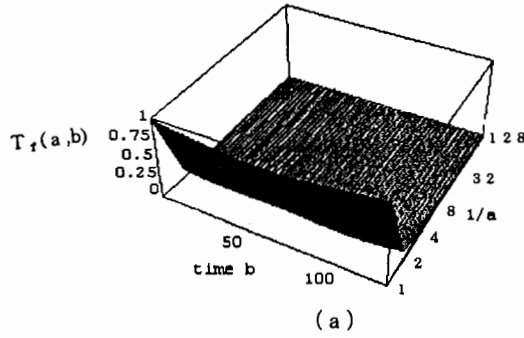


図6 ウェーブレットスペクトラム。(a), (b), (c)はそれぞれ図5の(a), (b), (c)の波形を表すウェーブレットスペクトラム

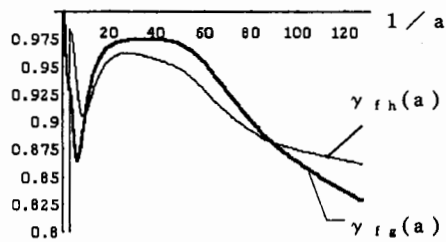


図7 相関係数 $\gamma_{fg}(a)$ 、 $\gamma_{fh}(a)$

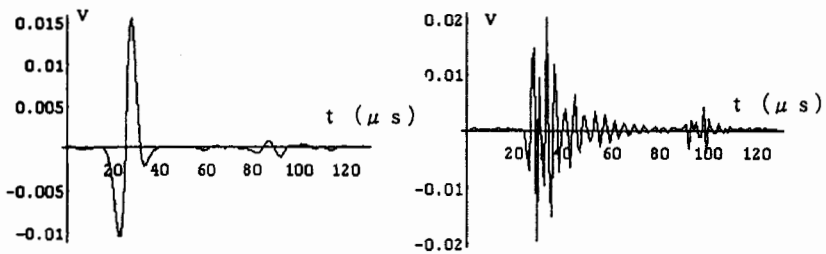


図8 分離された波形 (a) $\bar{T}_f(1/33)$ (b) $\bar{T}_f(1/128)$

図6 (a), (b), (c) はそれぞれ図5 (a) の $f(t)$ 、(b) の $g(t)$ および (c) の $h(t)$ のウェーブレットスペクトラムを示す。図6のウェーブレットスペクトラムからは、波形 $f(t)$ を $g(t)$ と $h(t)$ に分類することはほとんど不可能である。しかし図7の相関解析をみてみると、 $\gamma_{fg}(a)$ の値はほとんど1に近い値からはじまっているのに対して、 $\gamma_{fh}(a)$ の最初の値は1より小さい。これは、 $g(t)$ が直流に近い低周波成分を含むのに対し、 $h(t)$ は比較的高周波成分のみから成るためである。 $1/a$ が3のとき $\gamma_{fh}(a)$ にピークが見られ、このときは $h(t)$ の低周波の成分に支配されていることがわかる。 $1/a$ が20から40ぐらいまでは $\gamma_{fg}(a)$ と $\gamma_{fh}(a)$ の両方も大きな値となっているが $\gamma_{fg}(a) > \gamma_{fh}(a)$ となるため、 $g(t)$ のノイズ波形に支配されていることがわかる。 $1/a = 33$ におけるウェーブレット係数 $\bar{T}_f(1/33)$ をノイズ波形として図8 (a) に示してある。ただし、図8の縦軸はウェーブレット係数の大きさであるので実際の波形の大きさとは異なる。次に $1/a$ が90以上のところでは、 $\gamma_{fg}(a) < \gamma_{fh}(a)$ となるため、 $h(t)$ のノイズ波形に支配されていることがわかる。 $1/a = 128$ におけるウェーブレット係数 $\bar{T}_f(1/128)$ をノイズ波形として図8 (b) に示してある。 $\gamma_{fg}(a)$ と $\gamma_{fh}(a)$ の値に大きな差がないために完全な分離はできないが、いずれにしろ、 $1/a = 20 \sim 80$ の領域では、 $\gamma_{fg}(a) > \gamma_{fh}(a)$ であるためDC/DCコンバータ自身の発生するノイズが支配的であり、 $1/a = 100 \sim 128$ の領域では $\gamma_{fg}(a) < \gamma_{fh}(a)$ であるため負荷の発生するノイズが支配的であることがわかる。

3. まとめ

本論文はラインノイズ探査の一方法としてウェーブレット係数を用いた相関解析法を提案した。その結果、以下のことが判明した。

(1) 周波数の異なるノイズの和からなる波形は、ウェーブレット スペクトラムから容易にノイズ波形が抽出できる。

(2) 周波数の類似したノイズの和からなる波形に対してウェーブレット スペクトラムからノイズ成分を完全に分離して抽出することは困難である。

(3) ウェーブレットのスペクトラム間で相関解析をすることによって周波数が類似したノイズ成分であってもある程度分析可能である。

最後に特筆すべきは、連続ウェーブレットの各周波数 $1/a$ におけるスペクトラムベクトル $T(a)$ が波形に対応、すなわち連続ウェーブレット演算は波形フィルター演算に結果として対応している点である。

参考文献

- [1] 山口昌哉、山田道夫、"ウェーブレット解析、" 科学、Vol.60 No.6、June (1990) pp. 398-405.
 [2] 山田道夫、"ウェーブレット解析とその応用、" 電子情報通信学会誌 Vol.76 No.5、1993年5月 pp. 518-528.

原稿受付日

平成7年2月10日