

# 逆問題的手法による磁性体の形状・位置探査

Shape and Position Searching of magnetic material by Inverse Approach

加藤 俊行, 早野 誠治, 齊藤 兆古

T. Katoh, S. Hayano and Y. Saito

法政大学 工学部

College of Engineering, Hosei University

## 1. まえがき

デジタル計算機の小型化・高速化のみならず広汎な普及によって、従来、解析が不可能であった問題の解析が可能となりつつある。しかしながら、現在、計算機を利用した数値解析の大部分は、磁性材料の磁気飽和特性等の非線形性を導入した従来の解析技術上の拡張にすぎない。換言すれば、従来の解析技術では、複雑な境界形状や材料の非線形性に起因して、解析不可能であった問題を計算機の巨大な反復計算能力を用いて解析可能とし、従来の解析技術を拡張した。他方、計算機の巨大な反復計算能力を前提とすれば、単なる従来の解析技術の延長線上でなく、新しい解析技術が考えられる。例えば、計算機の膨大な記憶容量と論理演算を前提としたデータベースに基づくAIやニューラルネットワーク等は代表的な例であろう。しかしながら、高速計算機の実用化は、従来想定しえなかったこれらの新しい解析技術を提起しただけでなく、古くから提起されていたにも拘らず解析不可能とされていた問題を近似的にせよ解析可能とし、実用化されんとする問題がある。この代表的な例が逆問題である[1-4]。

逆問題とは結果から原因を推定する問題であり、例えば、局所的なフィールド分布からフィールド源を推定する問題などがそれにあたる。この様な問題のシステム方程式は、一般に未知数の数が式の数より多く、厳密に解くことが極めて困難である。しかし、逆問題を近似的に解く一方法として、Sampled Pattern Matching (以下SPMと略記)法の有用性が報告されている[5-10]。

前述のように、局所的なフィールド分布等からフィールド源や空間媒質のパラメータを求める問題を逆問題と呼ぶとすれば、この逆問題的手法は、所望の磁界分布からその磁界分布を実現するためには、どのようなコイル配置をすれば良いかを決定する電気機器等の設計問題に対して極めて有効であろう[11-13]。なぜなら、フィールド源からフィールド分布を求める従来の順問題的手法による設計は、多くの試行錯誤的な反復を要し、極めて非能率的であるのに対して、逆問題的手法による設計は試行錯誤的な反復を必要としないからである。この逆問題的手法による設計は、電気機器の磁路をどのように構成すべきかという問題に対しても有効であろう。本稿は磁路の最適設計を最終的な目標とし、その第一段階である磁性体の形状・位置探査に関するものである。なお、逆問題

解析法として筆者等が従来から提唱しているSPM法を採用した。

## 2. 理論

### 2.1 SPM法の考え方

#### 2.1.1 システム方程式

互いに逆方向に流れる*i*点と*j*点の電流 $J_i$ と $J_j$ を考える。これらの電流の絶対値は等しく、逆方向であるからこれらの電流モーメントを $P_{ij}$ とすれば、ベクトルポテンシャル $A$ と電流モーメント $P_{ij}$ の関係は、

$$A = \frac{P_{ij}}{2\pi} \log(r_i/r_j) \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 $r_i$ 、 $r_j$ はそれぞれベクトルポテンシャル $A$ と線電流 $J_i$ 、 $J_j$ 間の距離である。

システム方程式は、

$$X_P = \sum_{i=1}^m y_i d_i \quad (2)$$

と書ける。但し、

$$X_P = [A_1, A_2, \dots, A_n]^T \quad (3a)$$

$$d_i = (1/2\pi) [\log(r_{i1}/r_{j1}), \dots, \log(r_{in}/r_{jn})]^T \quad (3b)$$

$$y_i = P_{ij}, i=1 \sim m \quad (3c)$$

図1に示すように、線電流 $J_i$ 、 $J_j$ からベクトルポテンシャル $A_k$ への距離をそれぞれ、 $r_{ik}$ 、そして、 $r_{jk}$ とする。

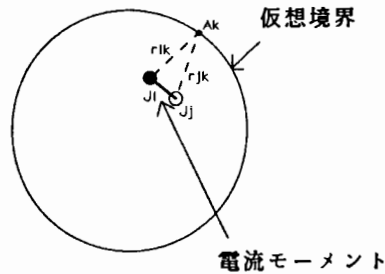


図1. 互いに逆方向に流れる電流 $J_i$ と $J_j$ を電流モーメント $P_{ij}$ とした場合、 $P_{ij}$ とベクトルポテンシャル $A_k$ との関係

#### 2.1.2 SPM法

<a> SPM法の仮定

ある特定の空間で与えられたフィールドからそのフィールド源を求める逆問題は、空間の一部分で与えられた有限個のデータから無限の可能性を吟味することとなる。これは、与えられたデータの個数が未知数の数であるフィールド源の数より圧倒的に少ない方程式を解くこととなる。このため、SPM法は、離散化した数が無限大になったとき自然なフィールド源が得られることを目標にした次の仮定を行う。

- (1) フィールド源密度は離散化された微小空間の一点当たり一定の密度で存在するものとする。これは、離散化された対象空間の任意の一点では単位フィールド源しか存在しないことを意味する。
- (2) フィールド源そのものを直接求めるのではなく、フィールド源の巨視的な分布を求める。
- (3) フィールド源の大きさは、角度も空間座標とした単位フィールド源の空間的集中度合で表される。
- (4) 与えられた既知フィールド分布パターンは、空間に存在する単位フィールド源が測定部分に与えるフィールド分布パターンの和として求められる。

#### < b > アルゴリズム

(2) 式のシステム方程式で、最初の最も支配的な入力点は、Cauchy-Schwarzの関係式、

$$\gamma_i = \frac{\mathbf{X}_p^T \cdot \mathbf{d}_i}{|\mathbf{X}_p| \cdot |\mathbf{d}_i|}, i=1 \sim m \quad (4)$$

で、最大値 $\gamma_h$ を取る点 $h$ とする。この点を第一パイロット・ポイントと呼び、 $\mathbf{d}_h$ を第一パイロット・パターンと呼ぶ。第二ステップは、(2) 式を

$$\mathbf{X}_p = \sum_{i \neq h}^m \gamma_{hi} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i) \quad (5)$$

と変形し、第二番目に支配的な入力点を

$$\gamma_{hi} = \frac{\mathbf{X}_p^T \cdot (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i)}{|\mathbf{X}_p| \cdot |\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i|}, i=1 \sim m, i \neq h \quad (6)$$

で最大値 $\gamma_{hg}$ を取る点 $g$ とする。この点 $g$ を第二パイロット・ポイント、 $\mathbf{d}_g$ を第二パイロット・パターンと呼ぶ。以後、同様な手順で問題に応じて必要な数のパイロット・ポイントを求める。従って、第 $i$ 点の解は、

$$y_i = \begin{cases} \text{パイロット・ポイントであれば} & 1 \\ \text{パイロット・ポイントでなければ} & 0 \end{cases} \quad (7)$$

与えられることとなる。このような単位入力の分布による解パターンをパイロット・

ポイント解と呼ぶ[4-13]。

## 2.2 磁性体探査のモデリング

### < a > 双対映像法

変圧器の磁路等の最適設計を最終目標として、今回、その第一段階として磁性体の形状・位置探査を行う。また、与えられた問題は磁界が無限遠点まで広がる開領域問題であるため、この開領域問題を有限要素法によって、解くことが可能である双対映像法を採用する。双対映像法によって、図2のような磁性体がある問題とない問題それぞれを計算し、仮想境界上のポテンシャルの差を用いて、逆問題的手法により磁性体の形状・位置探査を行う。

双対映像法の妥当性は、図3に示す様に仮想境界の半径を変えて吟味する。その結果、仮想境界を変化して計算したそれぞれの結果が極めて良く一致し、仮想境界の半径に依存しないユニークなものとなっていることから一意的な解が得られていることがわかる[14]。

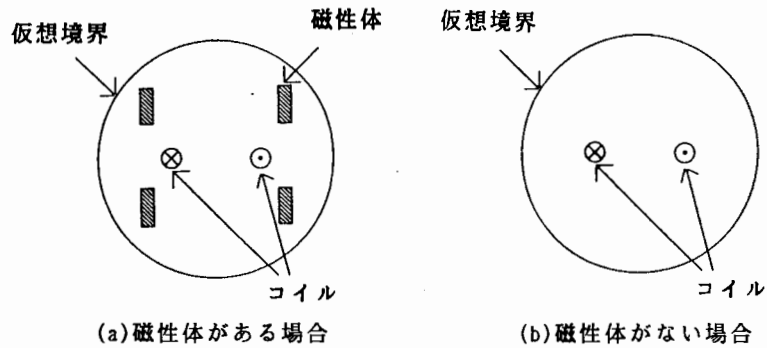


図2. 開領域問題

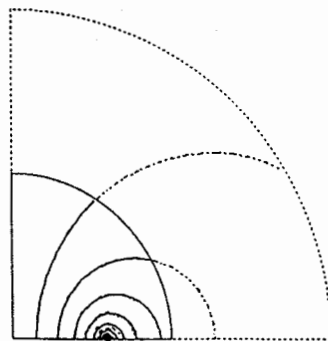


図3. 双対映像法による計算例

### < b > 等価磁化電流密度

双対映像法で問題領域内に磁性体を含む場合、磁性体が含まれた影響を等価磁化電流密度で表すことで、双対映像法が磁性体を含む開領域問題に適用可能なことを示す。

磁界  $\mathbf{H}$  と電流密度  $\mathbf{J}_s$  の間には次の関係がある。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s \quad (8)$$

また、磁性体では、磁束密度  $\mathbf{B}$  と磁界  $\mathbf{H}$  および磁化  $\mathbf{M}$  の間に次の関係がある。

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (9)$$

ここで、 $\mu_0$  は真空中の透磁率であり、磁化  $\mathbf{M}$  は真空中で零である。

(9) 式は、透磁率  $\mu$  を用いることにより次式のように表すこともできる。

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (10)$$

磁束密度の発散は常に零であるから、ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  を用いて、

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (11)$$

とすれば、 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  の条件が自動的に満足される。

(8), (9), (11) 式から、

$$\begin{aligned} \nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} &= \nabla \times \mathbf{H} + \nabla \times \frac{1}{\mu_0} \mathbf{M} \\ &= \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_i \end{aligned} \quad (12)$$

の関係を得る。ここで、

$$\mathbf{J}_i = \nabla \times \frac{1}{\mu_0} \mathbf{M} \quad (13)$$

は、磁性体中の等価磁化電流密度である。以上より、磁性体の影響を等価磁化電流密度に置き換えて考えることが可能であるということが示された。

#### < c > 電流モーメント

等価電流密度の総和は零であることから、磁性体の形状・位置探査を行うにあたって図4のような電流モーメントを仮定した。

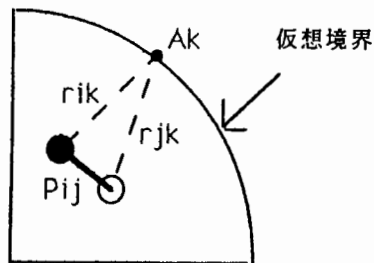


図4. 磁性体探査モデリング

双対映像法により、磁性体がある場合とない場合それぞれ計算を行い、両者の仮想境界上のポテンシャルの差を既知ベクトルパターンとする。また、方向が互いに逆の線電流を一对の組として電流モーメントと考える。線電流間の距離及びモーメントの位置を変え、電流モーメントを回転させる。電流モーメントが、仮想境界上につくるベクトルパターンと既知ベクトルパターンとの一致度合いをコーシー・シュワルツの関係式により計算し、電流モーメントの集中度合いにより、磁性体の形状・位置探査を行う。

さらに、図2中の励磁コイルの幅を変化させ、すべての励磁コイル配置の結果を単純に加算して磁性体の位置とした。

図4に示すように、 $J_1, J_2$ は方向が互いに逆の線電流であり、 $A_1, A_2, \dots, A_n$ はそれぞれ仮想境界上のベクトルポテンシャルである。

### 2・3 数値実験

先に述べた磁性体探査モデリングを用いて、数値実験を行った結果を次の図6に示す。なお、形状・位置探査を行う磁性体の形状及び位置を図5に示す。

双対映像法を行なうにあたって、仮想境界の半径は6cm、節点数は335点とした。また、SPM法を行なうにあたっての条件は次の表に示す。

	コイル幅の変化	電流モーメントの間隔	電流モーメントの回転角度分割
磁性体の形状が小さい場合	3.0~4.8cm (0.6cmきざみ)	0.1~0.8cm (0.1cmきざみ)	360度を64分割 (約5.6度きざみ)
磁性体の形状が大きい場合	3.0~7.8cm (0.6cmきざみ)	0.1~0.8cm (0.1cmきざみ)	360度を64分割 (約5.6度きざみ)

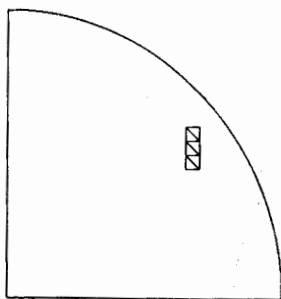


図5・1

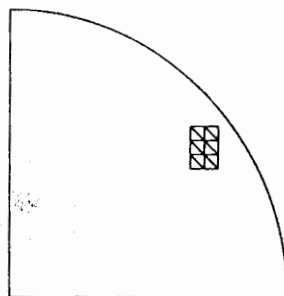


図5・2

図5. 磁性体の形状及び位置

図6・1は探査する磁性体の形状がやや大きい場合の結果であり、図6・2は磁性体の形状がやや小さい場合の結果である。いずれの結果も磁性体の位置及び形状がほぼ正確に求まっていることが判る。

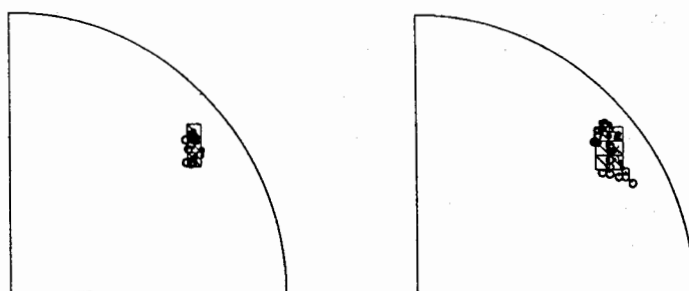


図6・1

図6・2

図6. 磁性体の形状及び位置の探査結果

### 3. まとめ

数値実験結果より、磁性体の形状を完全に探査することは難しいが、磁性体の存在する位置に電流モーメントが集中していることから、位置の探査を行うことは可能であるといえる。このことから本稿の二次元における磁性体探査のモデリングも妥当であると考えられる。

### 参考文献

- [1] G. Anger, "Inverse Problems in Differentiated Equation," (Plenum Press, New York and London 1980).
- [2] 堀内和夫著, "応用解析," (日刊社, 電子情報通信学会大学ソर्सA-2, 1988).
- [3] Y. Saito et al., "A Formulation of the Inverse Problems in Magnetostatic Fields and Its Application to a Source Position Searching of the Human Eye Fields," Journal of Applied Physics, Vol. 67, No. 9, Mar. (1990) pp. 5830-5832.
- [4] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "Electromagnetic Field Source Searching from the Local Field Measurement," Int. J. Appl. Electromag. Materials, Elsevier, Vol. 3, No. 4, April (1993), pp. 297-306.
- [5] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "生体磁界における逆問題," 電気学会論文誌A, 第112巻4号 (1992) pp. 279-286.
- [6] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定," 電気学会論文誌C, 第113巻1号(1993) pp. 69-76.
- [7] 橋田和泰、早乙女英夫、早野誠治、斎藤兆古, "心磁図・心電図併用による電磁界源分布の推定," 日本生体磁気学会誌 特別号, Vol. 5, No. 1, June (1992), pp. 100-103.

- [8] H.Saotome, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Crack Identification in Metallic Materials," IEEE Trans. Magn. MAG-29, No.2, March (1993)pp.1861-1864.
- [9] Y.Saito, H.Saotome, K.Kitsuta and S.Hayano, "Electromagnetic Field Source Searching by the Local Field Measurements," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol.3, Jan. (1993), pp.185-188.
- [10] 早乙女英夫, 他, 電学誌論文誌A投稿中.
- [11] T.Katoh et al, " A DESIGNING STRATEGY BASED ON THE INVERSE ANALYSIS, " Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, 4 in printing
- [12] 加藤俊行, 他, "逆問題的手法による励磁コイルの設計," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-93-170.
- [13] 加藤俊行, 他, "励磁コイルの最適設計," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-94-26.
- [14] 斉藤, 高橋, 早野, "双対映像法による開領域電磁界計算 -磁性体を含む系-, " 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-88-100.

原稿受付日

平成6年9月21日