

知的可視化情報処理

Smart Visualized Information Processing

-その3 画像処理-

-Part 3 Image Processing -

齋藤兆古

Keywords: Image processing, Wavelets transform, Multi-resolution analysis

法政大学

1. はじめに

さて、いよいよ解説その3である。所期の予定では画像認識に関して書く予定であったが、解説その2まで書いた時点で予定を変更せざるを得なくなった。その理由は、解説その2で多少従来のコンピュータグラフィックスに関して触れた結果、画像の支配方程式について詳細に書く時間・スペースの余裕が無くなった点にある。そのため、解説その3である本稿では画像処理をサブタイトルとして書き始める。

しかし、本稿の著者自身が画像処理 (Image Processing) の厳密な定義を知らない問題点がある。いわゆる古典的銀塩写真の現像・プリント・拡大 (Develop, Print, Enlarge, DPE) なら趣味的にやったことがあるため理解できる。露出絞って露光時間を長くし、被写界深度を深く取る撮影の技術から、現像時の温度と時間等のテクニックとしてアナログ画像処理を理解できる。では、デジタル画像処理とは何であろうか？銀塩写真の現像テクニックをデジタル画像に対して機械的に行う一連の作業であろうか？この問題を議論するには、まずアナログ画像とデジタル画像の違いから考えねばならない。

アナログ画像にしるデジタル画像にしる、両者に共通なのは被写体が自然界や生物などの場合、決して同じ被写体の画像が得られない点にある。これは、自然界の全ての物は時々刻々と変化しているため、全く同じ被写体が特定の瞬間だけにしか存在出来ないことが第一の理由である。第2の理由は、アナログ画像についてだけしか言えないが、アナログ画像はフィルムの状態、すなわち、画像を記録するメディアに全く同じ物が存在しない。他方、解像度が限定されるが、デジタル画像の場合は信号の有無で記録されるためメディアに対する依存性が無い。

アナログ画像処理とデジタル画像処理の本質的な相違を考えよう。アナログ画像は化学的粒子レベルの解像度を持つが、必ずしも一様な化学的

性とは言えないし、現像時の溶液の拡散度合い等で全く同じ画像が再現出来ない。他方、デジタル画像は画素数と各画素のダイナミックレンジで決まる有限個の解像度であるが一様な特性である。換言すれば、アナログ画像は無数の解像度を持つが必ずしも一様な特性とは限らない。他方、デジタル画像は有限の解像度であるが一様な特性である。このため、アナログ画像は厳密な意味で複製が出来ない。アナログのテープレコーダで何度もダビングを繰り返すと段々音質が変わるのと同じである。他方、デジタル画像は厳密なダビング、すなわち、本物と全く同じ複製が可能である。現在は一段落したが、DAT(Digital Audio Tape)が実用化された時点では、音楽関係者の著作権問題が取り上げられ、DATでダビングする場合、意図的にアナログへ変換してからデジタル化する等、デジタルの良さを捨てる騒動があった。この種のデジタル技術における著作権問題は未だにどのような形で落ち着くか予測できない。何らかのハードウェアプロテクト以外に解決の方途は無いと考えられる。

さて、アナログ画像の完全な複製が不可能であることは、画像処理のやり直しが出来ない事を意味する。この意味でアナログ画像処理は大変な責任が伴う。筆者の体験では、冬の北海道で鶴の写真を数週間かけて撮影したアナログ写真の現像に失敗し補償問題になった例を知っている。他方、デジタル画像は、解像度がハードウェアで決まるが完全な複製が可能であり、且つ、アナログ画像と違い現像プロセスがないため、撮影直後に撮影結果を確認可能である。その意味で何度でも撮影のやり直しが可能であり、従来の写真での現像プロセスが無い、このため、いわゆるデジカメ (Digital Camera) は爆発的に普及しつつある。アナログ画像処理に対する熟練技術は必要なく、素人でも画像処理は試行錯誤的の反復で可能であることが大きな魅力であることはいうまでもない。

本稿の内容はデジタル画像処理に関するが、最初に本稿で仮定する画像処理の考え方を紹介した後、輪郭抽出、カラー画像の赤、緑、青成分をそれぞれ三次元直交座標系の x, y, z 成分に対応させて、カラー画像をベクトル分布表示するベクトル化画像処理とその応用、画像の持つ空間周波数をグルーピングして処理可能とするウェーブレット変換、その結果を利用する多重解像度解析、画像データ圧縮、さらに線形システムの固有値解析から得られるモーダル行列を使ったモーダルウェーブレット変換の紹介とその具体例を述べる。

2. 画像処理 (Image processing)

2.1 画像処理とは

画像処理なる言葉は極めて広い意味を持ち、画像の輪郭抽出から色相、強度、さらに空間周波数による分類まで多岐に渡る。要は人間の視覚能力を前提として、特定の注目すべき点を抽出する技術や不連続なノイズ部分を平滑化し、尤もらしい画像を生成する一連の作業を画像処理と称するらしい。この意味で画像処理とは厳密な定義が比較的困難な用語である。

本稿では、いわゆる画像処理技術で代表的な、輪郭抽出、画像圧縮、画像の持つ空間周波数に拠る分類（これを画像の多重解像度解析、Multi-resolution Analysis と呼ぶ）について述べる。

2.2 輪郭抽出

カラー画像は光の波長によって赤（以下、R と略記） 緑（以下、G と略記）および青（以下、B と略記）からなる。多くの画像処理ソフトウェアでは、RGB それぞれの成分を空間の 2 階微分、すなわち、ラプラシアン演算を適用し、画像の空間変化率で 2 次関数以上の部分を残す作業で輪郭を抽出している。

具体的な例として、図 1 に示す林檎の画像を考え、この画像がベクトルポテンシャル (Vector Potential) \mathbf{A} で表現されるとする。

$$\mathbf{A} = \mathbf{i}A_R(y, z) + \mathbf{j}A_G(z, x) + \mathbf{k}A_B(x, y) \quad (1)$$

ここで、 A_R, A_G, A_B は赤、緑、青成分に対応し、

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は x, y, z 軸方向の単位方向ベクトルとする。さて、カラー画像の支配方程式はクーロンゲージが成り立つから（第 2 回解説を参照）(2)式で与えられる。

$$-\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{J}$$

or

$$-\nabla^2 A_R = -\frac{\partial^2 A_R}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_R}{\partial z^2} = J_R \quad (2)$$

$$-\nabla^2 A_G = -\frac{\partial^2 A_G}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 A_G}{\partial x^2} = J_G$$

$$-\nabla^2 A_B = -\frac{\partial^2 A_B}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_B}{\partial y^2} = J_B$$

ここで、 J_R, J_G, J_B はそれぞれ、RGB のカラーイメージデンシティと呼び、これがカラー画像を構成する成分の輪郭データとなる。ベクトルポテンシャルの各成分 A_R, A_G, A_B は数値データであるから、解析的な微分演算は適用できない。このため、(3)式のような有限差分を用いてラプラシアン演算を行う。但し、画像のエッジ部分はゼロ固定境界条件とする[1-3]。

$$\nabla^2 U =$$

$$\frac{\partial^2 U_{i,j}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{i,j}}{\partial y^2} \approx \frac{1}{6} [U_{i-1,j-1} + U_{i-1,j+1} + 4U_{i-1,j} + 4U_{i+1,j} + U_{i+1,j+1} + U_{i+1,j-1} + 4U_{i,j+1} + 4U_{i,j-1} - 20U_{i,j}] \quad (3)$$

(3)式でスカラー U はベクトルポテンシャルの各成分 A_R, A_G, A_B に対応する。

Sample Data.

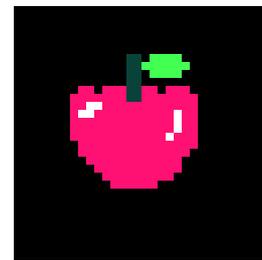


Fig. 1. Sample image



Fig. 2. Contour images of the red (left), green (center) and blue (right)

図2が図1のRGB各成分の輪郭画像である。図2から、RGB成分、すなわち、個々の波長による成分を中心として輪郭を抽出する場合、所望のRGB成分、それぞれの輪郭データを採用すれば良いことが了解できる。

多くの画像処理では、単純な輪郭抽出にラプラシアン演算を用いているが、ここでは、(2)式で画像の輪郭が抽出されるならば、逆に輪郭データに対応するカラー画像のソースデンシティ J_R, J_G, J_B が与えられたとして(2)式を解き、原画像が再現可能かを吟味しよう。図3に有限要素メッシュと図2のソースデンシティを入力として得られた有限要素解から再現されたカラー画像を示す[2,3]。図1のサンプル画像と比較すれば、ソースデンシティを得るために用いた(3)式の離散化法と異なる解法を再現に用いたにも拘らず比較的良好にサンプル画像が再現されることが判る。

以上の結果から、画像に対するラプラシアン演算は単純な輪郭抽出のみならず、画像の再現を可能とすることが明らかである。これは、画像の本質的な情報は画像のソースデンシティへ集約されることを意味する[4]。具体的な応用として、画像を伝送する場合に必要な情報は空間に対する2次関数以上の情報である画像のソースデンシティであり、予め(3)式に基づいて画素数に応じたシステム行列の逆行列を準備しておけば、厳密な原画像が再現可能であることが明らかである。

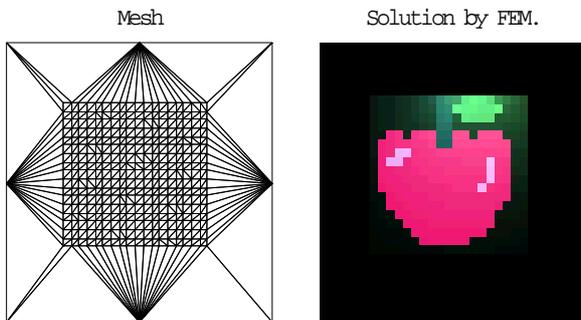


Fig. 3. FEM mesh (left) and FEM solution (right)

2.3 ベクトル化画像処理

一般に、波長の長いR成分は画像の滑らかな空間変化率の小さい成分を表し、波長が短くなるほど空間周波数の高い細かいデータを表す。このため、カラーの人物顔画像が与えられたとき、R成分の画像は皺の少ない若い時代の情報を与え、B成分の画像は小皺の多い老年期の情報を与える。すなわち、与えられたカラー顔画像から若い時代の顔を再現するには赤成分を強調してカラー画像を再合成すればよい。但し、化粧をした女性のカラー顔画像をRGBに分解した場合、化粧をした部

分は表面の細かい凹凸を削減することとなり、必ずしもRGB情報が若年期から老年期を表す情報とはならぬ。

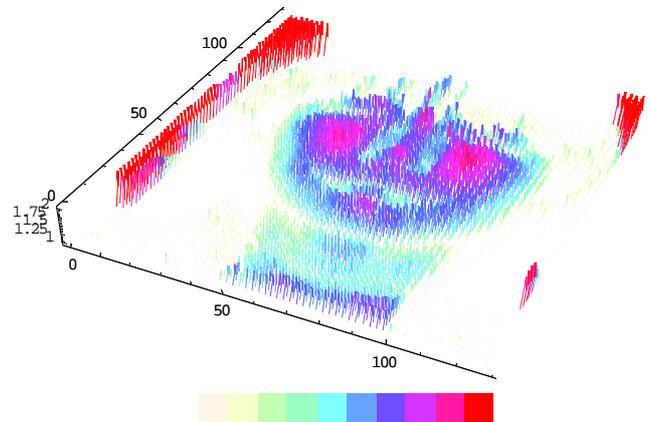


Fig. 4. Color vector distribution



Fig. 5. Contour plot of the color vector magnitude distribution in Fig.4

カラー画像が(1)式のベクトルポテンシャルで表現されるならば、カラー画像はベクトル分布として表現される。図4はカラー画像をベクトル分布として描いた例を示す。図4のベクトルの大きさを等高線表示した結果を図5へ示す。図4, 5で下方に示すカラーバーは白から赤へ行くほどベクトルの大きさの値が大きいことを示す。図5から、明らかに化粧に拠る反射光ベクトルの相違が識別できる。これは意図的に被写体が色情報を加工した場合、必ずしもRGB情報が若年期から老年期を表す情報とはならぬことを意味する。

図6は人為的加工を施さない自然界のコンクリートの壁面画像である。図7に図6の画像ベクトルの大きさに対する等高線分布を示す。図7から明らかに反射光強度が弱いコンクリートの表面近傍の細かい無数のクラックが識別される。

この様に自然界の画像に対して場の理論に基づく画像のベクトル化処理は人間の目で識別し難い画像の特徴抽出を可能とする。

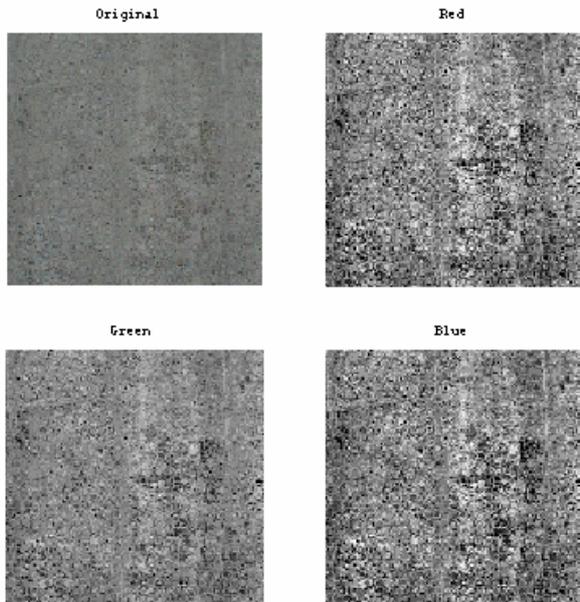


Fig. 6. Concrete wall image and its RGB components

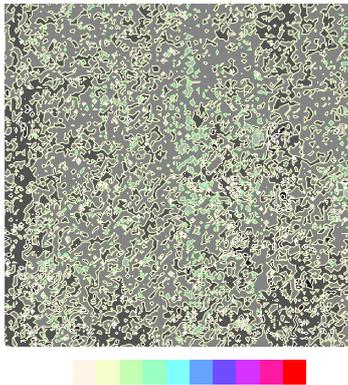


Fig. 7. Contour plot of the color vector magnitude distribution in Fig. 6

2.4 ウェーブレット変換

画像の多重解像度解析とは画像の持つ空間周波数毎に画像を表現する方法である。フーリエ変換は画像の持つ空間周波数を正弦波と余弦波に分類する。正弦波と余弦波は、それぞれ奇関数と偶関数であるから、同一空間周波数の正弦波と余弦波の振幅情報は空間位相の相違を表す。画像の圧縮手段としてフーリエ変換の実数部のみを取り出し、高調波で値が小さいスペクトラムを無視してデータ数を削減する方法が現在使われている。これはjpg または JPG (ジェイペグ、以下、JPEG 方式と呼ぶ) なる拡張子が付いた圧縮画像データである。よくデジタル画像の解説で海などの滑らかな部分が多い画像は小さく圧縮されるが、木の葉がたくさん写ったような細かい部分で構成される画像は余り圧縮出来ない等の解説がなされている。これは、滑らかな被写体で構成される画像はフーリエ変換の空間高調波成分の振幅が小さいためであり、

他方、細かい木の葉で構成される被写体などは空間高調波の高周波成分の振幅が大きいためである。同一解像度を持つ CCD カメラで撮影したデジタル画像であっても、JPEG フォーマットで収録した場合、被写体によって異なる大きさとなるのは上記の理由による。

フーリエ変換は画像データを厳密に正弦波と余弦波成分に分類し、機械的にある一定値以下の値を持つ空間高調波成分を削除する JPEG 方式よりも、少しでも多くの空間高調波成分を残す方式は画像の原情報を維持するからより良好な再現性を有する。これを可能とするのが離散値系直交ウェーブレット変換であり、既に JPEG2000 (ジェイペグ 2000、以下、JPEG2000 と略記) として国際規格が決まっている。

離散値系直交ウェーブレット変換 (Discrete Orthogonal Wavelets Transform、以下、DWT と略記) とは、フランスの石油探査技師 J. Morlet が人工地震法による油田探査を行う場合、フーリエ変換の基底関数である正弦波や余弦波の代わりに三角波等を用いた連続系ウェーブレット変換を提唱したことに起源を発する。三角波等の基底関数は直交しないため (重複する周波数成分を含む) 連続系ウェーブレット変換は逆変換が不可能であるが、そのスペクトラムから波形の持つ特徴が抽出されるため、内燃機関の振動解析など工学へ比較的多く利用されている。

1986 年フランスの女性応用数学者 I. Daubechies (ドビッシー) は数値のみでしか定義できない一連の直交関数基底を系統的に導くことに成功した [5.6]。これらの直交関数基底はフーリエ変換の意味で複数の周波数成分を含有するのみならず単純な線形変換でウェーブレット変換を可能とする。DWT による JPEG2000 は明らかに従来の JPEG 方式に比較して、複数の周波数成分を含有するため、画像データの再現性は高いのが当然である。

DWT は、 W_m 、 W_n をそれぞれ m 、 n 次のウェーブレット変換行列とし、モノクロ画像データを要素とする m 行 n 列の行列を M すれば (4) 式でウェーブレットスペクトラム行列 M' が得られる。

$$M' = W_m \cdot M \cdot W_n^T \quad (4)$$

ここで、注意すべき点は m 、 n とともに 2 のべき乗でなければならぬ。モノクロ画像データを要素とする行列 M が行と列の数で何れか若しくは両者とも 2 のべき乗でない場合、ゼロ要素を追加して行列 M を 2 のべき乗個からなる行と列数へ変形する。

具体的な例として、IEEE の標準画像を 128 行 128

列に間引きしたサンプル画像を図 8 に示す。図 9 はドビッシーの 2 次基底関数を用いた図 8 のウェーブレットスペクトラムである。

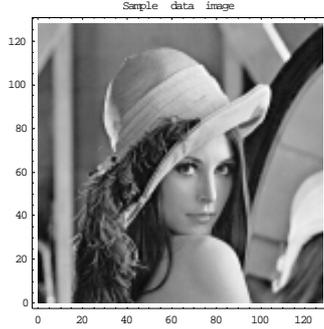


Fig.8. Sample image for DWT

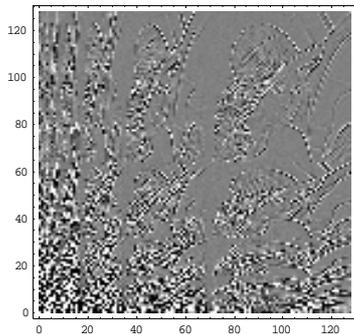


Fig.9. DWT spectrum by Daubechies 2nd order base function

ドビッシーの 2 次基底関数のフーリエ周波数特性を図 10 に示す。但し、表示の見易さから図 10 は 32 個のデータ個数を対象とする DWT 変換行列の例である。図 10 から明らかにウェーブレット変換はフーリエ変換的意味で直交する複数の周波数帯域を持つ基底関数を使った線形変換であることが判る。換言すれば、DWT はグルーピングされた周波数群をカバーするフィルター演算を可能とする。グルーピングされる個数はデータの個数と採用される基底関数の次数へ依存する。例えば、図 10 の例では、データ個数は $32=2^5$ 個で、基底関数の次数は 2 次であるから、グルーピングされる個数は $5+1=6$ 個となる。

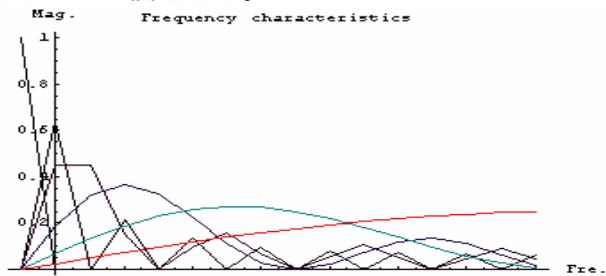


Fig. 10. Example of a frequency characteristic of 32th order wavelets transform matrix by Daubechies 2nd order base function.

図 8 に示すサンプル画像は 128 行 128 列の行列で表現されているから、図 11 に示す 8 個のグルー

ピングされた画像に分類できる。このようにグルーピングされた周波数毎に分類して解析する方法を多重解像度解析 (Multi-resolution Analysis) という。

図 11 はウェーブレット変換の多重解像度解析が画像の持つ空間周波数を低周波から高周波へグルーピングした画像へ分類可能とすることを意味する。図 11 の画像データを全て加算すれば図 8 のサンプル画像が完全に再現される。

図 12 は DWT を用いて、図 8 のサンプル画像を約 6% のデータから再現した例であり、基底関数は Daubechies の 4,6,12,16 次を採用している。図 12 でそれぞれの画像データの図 8 に示す原画像データに対する相関係数は 0.924,0.933,0.935,0.936 である。

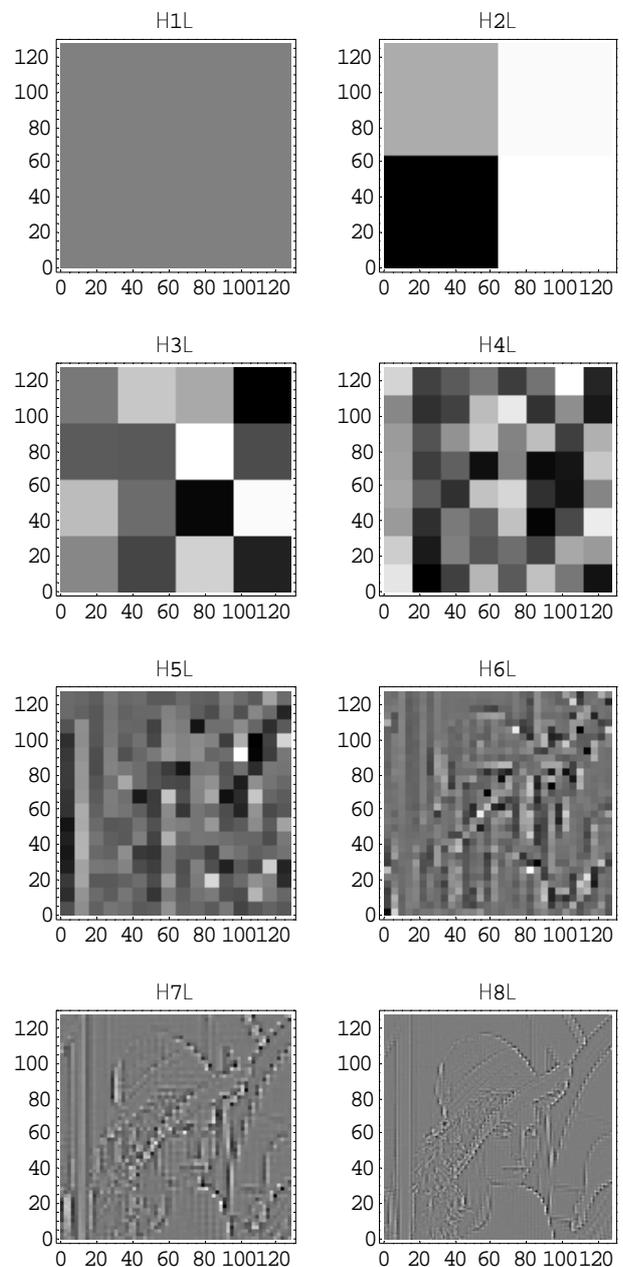


Fig. 11. Multi-resolution analysis of Fig.9

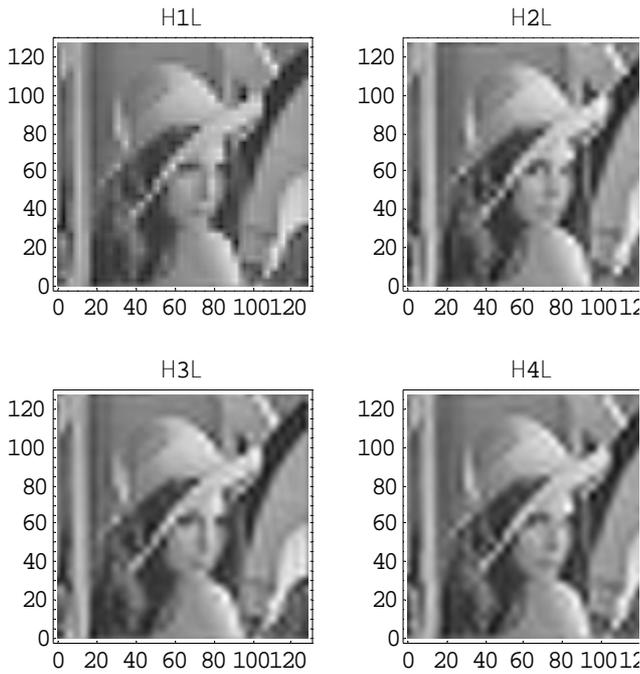


Fig.12. Recovered images from 6% image data by DWT, the upper figures (1)-(4) on the images are corresponding to the Daubechies 4,6,12,16th base functions, respectively

2.5 モーダルウェーブレット変換

DWTはJ. Morletによるフーリエ変換の拡張から始まり、離散値系の直交関数をI. Daubechiesが系統的に導いて、新しい信号や画像の解析手段として定着しつつある。DWTの大きな特徴はグルーピングした周波数で多重解像度解析を可能とし、基底関数がフーリエ変換的意味合いで複数の周波数成分を含むため、画像データに対して高い圧縮率を可能とした点にある。欠点として、Daubechiesを初めとする多くの応用数学者によって異なる離散値系直交基底関数が導かれ、結果として個々の画像に対して最適な基底関数の選択法やデータの個数が2のべき乗に限定される等の問題点がある。

何れのDWTに置いても必ず満足されるべき条件は、 W を m 次のDWTの変換行列、そして I を m 次の単位行列とすれば、

$$W^T \cdot W = I \quad (5)$$

なる直交条件である。この直交条件はフーリエ変換の延長線上に導かなくても、場の理論から導かれるモーダル行列 Z は必ず満足する(第2回解説を参照)。モーダル行列 Z は、微積分方程式を離散化して得られる正方システム行列から導かれる[7]。このため、モーダル行列 Z は離散化個数が行列の次数に対応し、変換される対象データの個数は

DWTのように2のべき乗個の次数に束縛されない。また、モーダル行列 Z を構成する固有ベクトルはフーリエ変換の意味合いでグルーピングされた周波数成分を含む。

従って、DWTの変換行列 W の代わりにモーダル行列 Z を採用し、波形や画像データの多重解像度解析や画像圧縮等を行う方法をモーダルウェーブレット変換(Modal Wavelets Transform、以下、MWTと略記)と定義する[8]。

MWTの具体例として、1次元境界値問題の2階微分方程式を考え、両端の境界をゼロ固定条件とし、3点有限差分法を適用して得られるシステム行列のモーダル行列 Z を採用する。図13にモーダル行列 Z の周波数特性を示す。

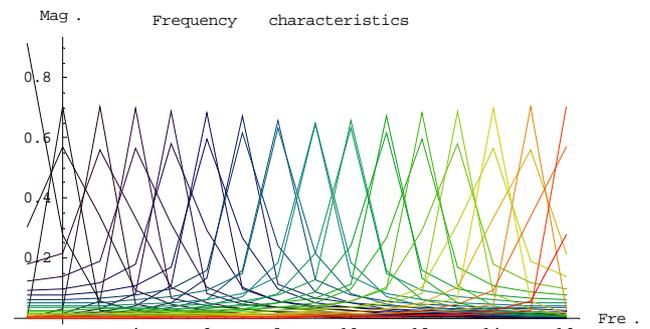


Fig. 13. Frequency characteristic of a sample modal matrix

図13に示すモーダル行列 Z を(4)式のDWT変換行列の代わりに用いて、図1に示す林檎のサンプル画像をモーダルウェーブレット変換すると図14に示すRGB各色に対するMWTスペクトラムが得られる。図14から、明らかにMWTも図9に示すDWTと同様に原点近傍に比較的振幅の大きなスペクトラムが集約されることが判る。

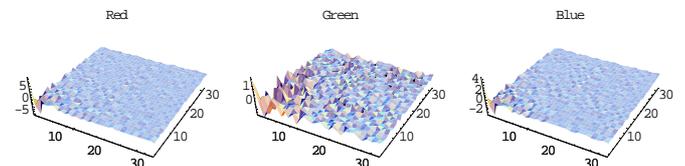


Fig. 14. Modal wavelets transform spectra of the sample image shown in Fig. 1

図15と16は、それぞれ各固有ベクトルに対する再現画像と低次から順次加算して再現される画像を示す。図15から、MWTは画像を構成するデータ数に等しい解像度を持つ精緻な多重解像度解析を可能とすることが判る。また、図16から画像の空間周波数が低い、すなわち、平均的画像構成データから逐次詳細な画像が再構成される状況が把握できる。

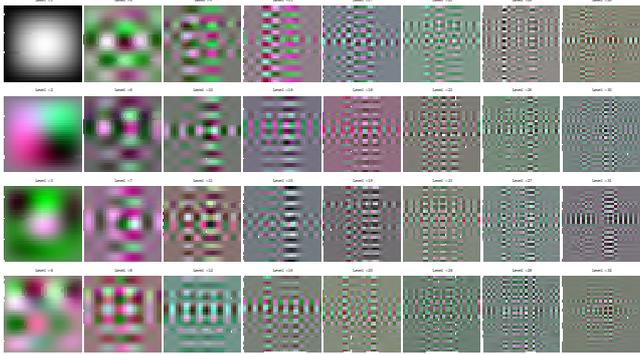


Fig.15. Multi-resolution analysis by MWT

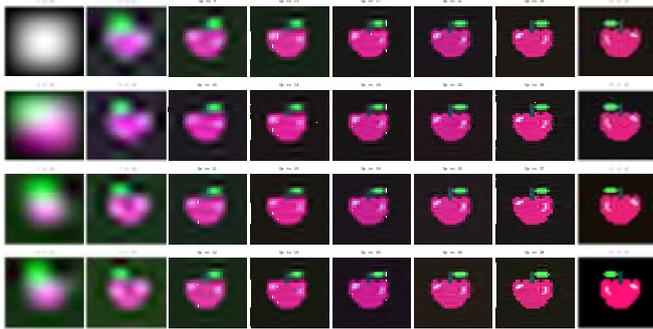


Fig. 16. Recovering processes in MWT

つぎに DWT と同様にして画像データの圧縮を考える。図 17 はドビッシーの 4,8 次、さらに MWT によって圧縮された 25% のデータから再現されたそれぞれの画像である。図 17(a),(b),(c)、それぞれと図 1 に示す原画像間の相関係数は 0.93,0.93,0.95 であり、MWT による画像データ圧縮精度が最も良好な再現性を与える。

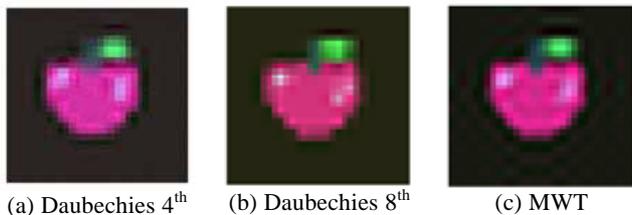


Fig. 17. Recovered images from 25% spectrum data, (a) Daubechies 4th order base function, (b) Daubechies 8th order base function and (c) MWT having the correlation coefficients 0.93, 0.93 and 0.95 between the original and each of the recovered images, respectively

3. まとめ

本稿では、知的可視化情報処理に関する解説の第 3 回として、画像処理に関して述べた。

画像は 2 種類に分類され、一方はアナログ画像であり、他方はデジタル画像である。その意味で画像処理はアナログ画像に対しても存在した。しかし、アナログ画像処理は、特定の習熟した技術

が必要とされ、且つ、過程が極めて限定されているため、画像処理なる用語は一般的でなかった。しかし、完全なダビングが可能なデジタル画像に対して初めて普及した用語が画像処理である。

本稿はデジタル画像処理に関するが、最初に本稿で仮定する画像処理の考え方を紹介し、輪郭抽出、カラー画像の赤、緑、青成分をそれぞれ三次元直交座標系の x,y,z 成分に対応させて、カラー画像をベクトル分布表示するベクトル化画像処理とその応用、画像の持つ空間周波数をグルーピングして処理可能とするウェーブレット変換、その結果を利用する多重解像度解析、画像データ圧縮、さらに線形システムの固有値解析から得られるモーダル行列を使ったモーダルウェーブレット変換の紹介とその具体例を述べた。

今回も筆者の研究室に属する大学院生(博)遠藤久君に文言やミス訂正をして頂いた。紙面を借りてお礼を申し上げる。

参考文献

- [1] J.D.Jackson, "Classical Electrodynamics 3rd Edition," John Wiley & Sons, New York (1998).
- [2] P.P.Silverster "Modern Electromagnetic Fields", Prentice-Hall, Inc., 1968.
- [3] P.P.Silverster and R.L.Ferrari, "Finite elements for electrical engineers", Cambridge University Press (1983).
- [4] A. T. Fomenko and T. L. Kunii, "Topological Modeling for Visualization," Springer- Verlag, Tokyo (1977).
- [5] I.Daubechies,"Orthonormal Basis of Compactly Supported Wavelets", Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol.41, John Wiley and Sons(1988)pp.909-996
- [6] 齋藤兆古, Mathematica によるウェーブレット変換, (朝倉書店, 1997).
- [7] G.Strang, " Linear Algebra and its Applications ", 1976, Academic Press, Inc.
- [8] H.Endo, I.Marinova, S.Hayano, Y.Saito and K.Horii, "Modal-Wavelets and Its Applications," *Proceedings of 2nd Japan-Australia-New Zealand Joint Seminar*, 24-25 January, Kanazawa, The Japan Society of Applied Electromagnetics and Mechanics (2002).