602 コンデンサー分相電動機の異状トルクについて

斉藤兆古　　　　（法政大学　工学部）

1，まえがき　コンデンサー分相電動機の起磁力分布に起因する空間高調波による非同期クローリングと同期クローリングについて解析を行なったので報告します。

2，理論　一次が $2p$ 極のとき，一次矩形波状起磁力分布に起因して生ずる空間高調波の次数，$\nu_1=2k+1=1,3,\cdots$，の持つ極数は $2p\nu_1$ であり，二次のかご形導体1本によって生ずる空間高調波，$\nu_2=1,2,\cdots$，は $2\nu_2$ 極を持ち，二次はかご形導体の各1本が1相を形成する n（二次導体数）相星形結線とみなしうる。また一次二次間で相互インダクタンスが成り立つには一次二次の極数が一致しなければならないから，$2p\nu_1=2\nu_2$，即ち $p\nu_1=\nu_2$ の次数について相互インダクタンスが成り立つ。以上のような電動機のインピーダンス行列をの相対称座標行列で座標変換を行なった，コンデンサー分相電動機の基本インピーダンス行列を（1）式に示す。

$[Z]'=$

$R_1+\frac{d}{dt}\{\sum_{\nu_1}L_{\nu_1}+l_1\}$		$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+\gamma}\varepsilon^{j(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}}+\sum_{g'}M_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}}\}$
	$R_1'+\frac{d}{dt}\{\sum_{\nu_1}L'_{\nu_1}+l_1'\}+\frac{1}{c}\int dt$	$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M'_{gn+\gamma}\varepsilon^{j(gn+\gamma)\frac{\theta'}{p}}+\sum_{g'}M_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta'}{p}}\}$
・　・　・　・	・　・　・　・	
$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}}+\sum_{g'}M_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{+j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}}\}$	$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M'_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j(gn+\gamma)\frac{\theta'}{p}}+\sum_{g'}M'_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{+j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta'}{p}}\}$	$R_2+\frac{d}{dt}\{\frac{n}{2}\sum_g L_{gn+\gamma}+l_2\}$
・　・　・　・	・　・　・　・	
$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+\gamma}\varepsilon^{+j(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}}+\sum_{g'}M_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}}\}$	$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M'_{gn+\gamma}\varepsilon^{j(gn+\gamma)\frac{\theta'}{p}}+\sum_{g'}M\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta'}{p}}_{1\mp g'n-\gamma}\}$	
・　・　・　・	・　・　・　・	

$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}}+\sum_{g'}M_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}}\}$
$\frac{d}{dt}\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M'_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j(gn+\gamma)\frac{\theta'}{p}}+\sum_{g'}M'_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta'}{p}}\}$
$R_2+\frac{d}{dt}\{\frac{n}{2}\sum_g L_{gn+\gamma}+l_2\}$

$\cdots(1)$

R_1，R_1'，l_1，l_1'，l_2，$L_{p\nu_1}$，$L'_{p\nu_1}$，$L_{gn+\gamma}$，：一次主巻線補助巻線，二次1相，それぞれの抵抗，漏れリアクタンスおよび高調波の自己インダクタンス

$M_{p\nu_1}$，$M'_{p\nu_1}$：一次主巻線と二次，一次補助巻線と二次間の各高調波に対する相互インダクタンス

C：補助巻線回路のコンデンサー

$\theta=(1-s)\omega t$，$\theta'=\theta-\frac{\pi}{2}$，$\frac{d}{dt}\theta=\omega_m$，$s=\frac{\omega-\omega_m}{\omega}$

g，g'：零を含む正の整数

γ：n より小さい二次側高調波の次数

$$\tau=\frac{p}{4\omega_m}\left[[I]_t^{*}\cdot\left\{\frac{\partial}{\partial t}[Z]'\right\}\cdot[I]\right]\cdots(3)$$

今，一次に $\sqrt{2}V\cos\omega t$ なる電圧が印加されているとしたとき，（1）式で各高調波が全く独立して存在し，一次回路に高調波電流が流れないと仮定すれば，電流は（2）式のように書ける。

トルクは（3）式で計算され，（2）式の電流によるトルクを計算すると（4）式の如くなる。

$\tau=\tau_t+\tau_t^{*}\cdots(4)$　　$\tau_t=\tau_1+\tau_1'+\tau_2+\tau_2'+\tau_3+\tau_3'+\tau_4+\tau_4'$

各トルクの項は（5）式に示されている。

$$
[I]=\begin{bmatrix}
I_1\varepsilon^{j\omega t}+I_1^*\varepsilon^{-j\omega t}\\
I_1'\varepsilon^{j\omega t}+I_1'^*\varepsilon^{-j\omega t}\\
\vdots\\
\sum_g\left\{I_{gn+\gamma}\varepsilon^{j\{\omega t-(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}\}}+I'^*_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j\{\omega t+(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}\}}\right\}+\sum_{g'}\left\{I_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j\{\omega t+(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}\}}+I'^*_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j\{\omega t-(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}\}}\right\}\\
\vdots\\
\sum_g\left\{I'_{gn+\gamma}\varepsilon^{j\{\omega t+(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}\}}+I^*_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j\{\omega t-(gn+\gamma)\frac{\theta}{p}\}}\right\}+\sum_{g'}\left\{I'_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j\{\omega t-(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}\}}+I^*_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j\{\omega t+(1\mp g'n-\gamma)\frac{\theta}{p}\}}\right\}\\
\vdots
\end{bmatrix}\cdots(2)
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_1&=j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}M_{gn+\gamma}\{I_1^*\cdot I_{gn+\gamma}+I_1\cdot I'^*_{gn+\gamma}\}+j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}M'_{gn+\gamma}\{I_1'^*\cdot I_{gn+\gamma}+I_1'\cdot I'^*_{gn+\gamma}\}\varepsilon^{j(gn+\gamma)\frac{\pi}{2p}},\\
\tau_1'&=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}\times M_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1^*\cdot I'_{1\mp g'n-\gamma}+I_1\cdot I^*_{1\mp g'n-\gamma}\}+j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}M'_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1'^*\cdot I'_{1\mp g'n-\gamma}+I_1'\cdot I^*_{1\mp g'n-\gamma}\}\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\pi}{2p}},\\
\tau_2&=j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}\times M_{gn+\gamma}\{I_1\cdot I_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j\{2\omega t+(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}\}}+I_1^*\cdot I'^*_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j\{2\omega t-(1+g+g')\frac{\pi}{p}\theta\}}\}+j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}M'_{gn+\gamma}\{I_1'\cdot I_{1\mp g'n-\gamma}\cdot\varepsilon^{j\{2\omega t+(1+g+g')\frac{\pi}{p}\theta\}}\\
&\quad+I_1'^*\cdot I'^*_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j\{2\omega t-(1+g+g')\frac{\pi}{p}\theta\}}\}\varepsilon^{-j(gn+\gamma)\frac{\pi}{2p}},\\
\tau_2'&=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}M_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1\cdot I'_{gn+\gamma}\varepsilon^{j\{2\omega t+(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}\}}+I_1^*\cdot I^*_{1\mp g'n-\gamma}\times\varepsilon^{-j\{2\omega t-(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}\}}\}+j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}M'_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1'\cdot I_{gn+\gamma}\varepsilon^{j\{2\omega t+(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}\}}\\
&\quad+I_1'^*\cdot I^*_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j\{2\omega t-(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}\}}\}\times\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\pi}{2p}},\\
\tau_3&=j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}M_{gn+\gamma}\{I_1^*\cdot I_{1\mp g'n-\gamma}+I_1\cdot I'^*_{1\mp g'n-\gamma}\}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}}+j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}M'_{gn+\gamma}\{I_1'^*\cdot I_{1\mp g'n-\gamma}+I_1'\cdot I'^*_{1\mp g'n-\gamma}\}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{\pi}{p}\theta'},\\
\tau_3'&=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}M_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1^*\cdot I'_{gn+\gamma}+I_1\cdot I^*_{gn+\gamma}\}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{\pi\theta}{p}}+j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}\times M'_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1'\cdot I'_{gn+\gamma}+I_1'\cdot I^*_{gn+\gamma}\}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{\pi}{p}\theta'},\\
\tau_4&=j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}M_{gn+\gamma}\{I_1^*\cdot I'^*_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j2\omega t}+I_1\cdot I_{gn+\gamma}\varepsilon^{j2\omega t}\}+j\frac{\sqrt{n}(gn+\gamma)}{4}\times M'_{gn+\gamma}\{I_1'^*\cdot I'^*_{gn+\gamma}\varepsilon^{-j2\omega t}+I_1'\cdot I_{gn+\gamma}\varepsilon^{j2\omega t}\}\varepsilon^{-j(gn+\gamma)\frac{\pi}{2p}},\\
\tau_4'&=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}M_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1^*\cdot I^*_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j2\omega t}+I_1\cdot I'_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j2\omega t}\}\\
&\quad+j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-\gamma)}{4}M_{1\mp g'n-\gamma}\{I_1'^*I^*_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{-j2\omega t}+I_1'\cdot I_{1\mp g'n-\gamma}\varepsilon^{j2\omega t}\}\varepsilon^{-j(1\mp g'n-\gamma)\frac{\pi}{2p}}
\end{aligned}
\quad\cdots(5)
$$

ここで，τ_1，τ_1'は非同期クローリング，τ_2 τ_2'は$s=1\mp 2p/n(1+g+g')$のすべりで同期速度に達する同期クローリング，τ_3，τ_3'の項は静止時同期クローリング，τ_4，τ_4'の項は電源の2倍の角速度を持つ振動トルクである。

3，実験　実測値との比較を右図に示す。供試電動機は$2p=2$，$n=22$であって，計算値は，1，3，19，21次の高調波を考慮している。計算値は機械損，鉄損を含んでいないことから実験値と比較的よく一致している。

4，結言　本理論の妥当性を実験によって証明し，充分に実用性のあることを示した。

文献：斉藤，単相誘導電動機の同期クローリングおよび固定子枠の振動について：電学誌投稿中