205 モーダルウェーブレットの混相流画像への応用

Application of Modal Wavelets to Multiphase Flow Image

○学 山崎 照佳（日大）　正 武居 昌宏（日大）
正 越智 光昭（日大）　斎藤 兆古（法政工）

Teruyoshi YAMAZAKI, Nihon University, Surugadai1-8-14, Chiyoda-ku Tokyo
Masahiro TAKEI, Nihon University
Mitsuaki OCHI, Nihon University
Yoshifuru SAITO, Hosei University

Key Words: Modal Wavelet Transform, PIV

1. 緒言

画像処理の手法として離散ウェーブレット解析が注目を集めている[1]。離散ウェーブレット変換は時間と周波数の両方に対して局在性を持っているために、時間座標を残したままの周波数解析が可能な性質を持っている。筆者らは、噴流のレーザシート可視化画像のスカラー画像に対して、離散ウェーブレット解析を施し渦構造の解析をした[2]。さらに最近では、ベクトルデータに対して離散ウェーブレット解析も行われている[3]。しかしながら、この離散ウェーブレット変換は、元画像データ数が2のべき乗に限られてしまうという欠点がある。そこで、この問題を解決するために、2のべき乗に限定されない新しいウェーブレット変換（モーダルウェーブレット変換）を提案し、ベクトルデータである PIV 画像に応用することを目的とする。

2. モーダルウェーブレット変換の提案

画像が構成する画素がスカラーポテンシャルに対応すると仮定すると、例えば、ソースデンスティσが与えるスカラーポテンシャル Uの支配方程式として

$$\nabla^2 U = -\sigma \tag{1}$$

のポアソン方程式を画像の支配方程式とすることができる。式(1)においてスカラーポテンシャルの節点数を qとし、空間微分に関する項に対して、ここでは、3点差分の有限差分を用いて離散化すると

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \cong U_{x-1} - 2U_x + U_{x+1} \quad , \quad x = 1,2,\ldots,q \tag{2}$$

と変形できる。式(2)を式(1)に代入して、式(1)を行列表示すると

$$\mathbf{L}U = F \tag{3}$$

のように整理できる。L, U, Fはそれぞれラプラシアンに対応する係数行列、スカラーポテンシャルすなわち画素値に対応する解ベクトル、画像のソースデンスティに対応する入力ベクトルである。係数行列 L は対称行列かつ正定値となり、2 つの境界条件を与える。ここで、行列内の要素を示すと

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} n & 1 & & & & \\ 1 & -2 & 1 & & 0 & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & 0 & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & n \end{bmatrix} \tag{4}$$

となる。式(4)の nは、境界条件がディリクレ型の場合は n = -2、ノイマン型の場合は n = -1 となる。式(4)において行列 L は q個の固定値とそれに対応する固有ベクトルが存在する。得られた固有ベクトル $\mathbf{V}_i$, i=1,2,…,q を列ベクトルとするモーダル行列 W を考えると、

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \cdots & \mathbf{v}_q \end{pmatrix} \tag{5}$$

となる。行列 W は、ユニタリ行列であり、直交行列であるので、

$$\mathbf{W}^{\mathrm{T}}\mathbf{W} = \mathbf{I} \tag{6}$$

となる。一方、従来の離散ウェーブレット変換のアナライジングウェーブレット行列の持つ特徴の1つとして直交性がある。したがって、式(5)のモーダル行列 W は、従来の離散ウェーブレット変換と同様に、アナライジングウェーブレット行列になりうる。筆者らは、このモーダル行列を用いたウェーブレット変換をモーダルウェーブレット変換と呼んでいる。

Uが2次元からなる画像の場合は、X 成分 U_x, Y 成分 U_yに分離し、ウェーブレットスペクトラムは

$$\begin{aligned} S_x &= \mathbf{W}U_x\mathbf{W}^{\mathrm{T}} \\ S_y &= \mathbf{W}U_y\mathbf{W}^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{7}$$

このように書ける。式(7)の Sは、式(3)におけるソースデンスティ Fに相当するものである。また、ウェーブレット逆変換は、

$$\begin{aligned} U_x &= \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x\mathbf{W} \\ U_y &= \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y\mathbf{W} \end{aligned} \tag{8}$$

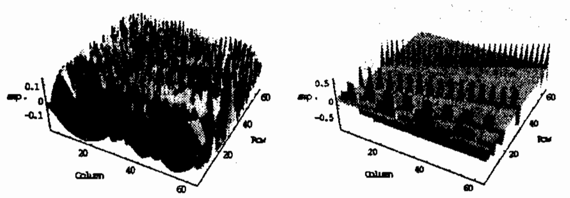
となる。モーダルウェーブレット変換は直交変換ができるので、式(8)の加算多重解像度解析は、

$$\begin{aligned} U_x = {} & \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x^1\mathbf{W} + \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x^2\mathbf{W} + \\ & \cdots + \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x^{n-1}\mathbf{W} + \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x^n\mathbf{W} \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} U_y = {} & \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y^1\mathbf{W} + \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y^2\mathbf{W} + \\ & \cdots + \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y^{n-1}\mathbf{W} + \mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y^n\mathbf{W} \end{aligned} \tag{10}$$

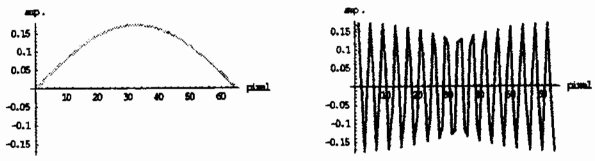
となる。ここで、式(9)と(10)の 1 番目の要素 $\mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x^1\mathbf{W}$ と $\mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y^1\mathbf{W}$ はレベル 1 で最低周波数成分を示し、n 番目の要素 $\mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_x^n\mathbf{W}$ と $\mathbf{W}^{\mathrm{T}}S_y^n\mathbf{W}$ はレベル n で最高周波数成分を示す。

Fig.1(a)は q=64 の場合におけるディリクレ型のモーダル行列 W を図示し、Fig.1(b)は参考までに、従来のドビッシー2 次基底を図示したものである。Fig.2 には、そのモーダル行列の 1 行目、32 行目及び 64 行目を表わし、さらに、それぞれのフーリエ変換のスペクトラムも図示した。

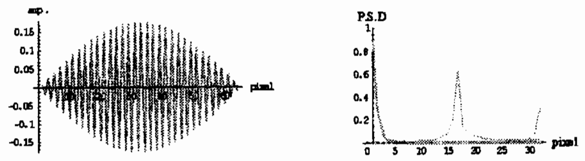


(a) Dirichlet Condition　　(b) Daubechies 2nd Order

Fig. 1 Modal Wavelet Matrices



(a) 1st row vector　　(b) 32nd row vector



(c) The 64th row vector　　(d) Fourier spectra

Fig. 2. Elements of row vectors in the matrix shown in Fig. 1 (a) and corresponding Fourier spectra

Fig.2 より、モーダル行列 W は行数が増加すると通過周波数も高くなり、従来の離散ウェーブレット変換の性質を有することがわかる。

3．実験と考察

モーダルウェーブレット変換を PIV 画像へ応用するために、気液二相流のバブルの鉛直上昇流れによる実験を行なった。装置は内径 50mm、全長 2m のガラスパイプを鉛直にたて、その下部にバブル発生装置、2 つのポンプ、貯水タンクを取り付け、中部に PIV 測定をするためのレーザシートを、パイプ表面の屈折率を減少するためにクリアプラスチックの箱を取り付けた部分に、ツイン Nd:YAG レーザで、エネルギ 400mJ、パルス幅 9ns を当て、CCD カメラ 3 台で計測を行なった。その実験装置概略図を Fig.3 に示す。

Fig.4(a)は鉛直管内を流れる気液二相流の PIV 画像を示した。X=41, Y=41 のデータからなる Fig.4(a)は、PIV 画像が密で状態が把握しにくいため、データを等間隔で間引きし、全体の約 7.2%のデータ量にした図を Fig.4(b)に示す。

計測した PIV 画像に対して、式(8)のモーダルウェーブレット変換を施し、画像再構成を行なった。その過程において、境界条件のディリクレ型とノイマン型は、オリジナル画像に対してどれだけ画像相関の値が違うか式(11)を用いて調べた。

$$C=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(U_i^{recon}-\overline{U^{recon}}\right)\left(U_i^{origin}-\overline{U^{origin}}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(U_i^{recon}-\overline{U^{recon}}\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(U_i^{origin}-\overline{U^{origin}}\right)^2}} \qquad (11)$$

ここで、U^{recon} は画像再構成レベルごとの値、U^{origin} はオリジナル画像の値、バーは各値におけるの空間の平均値を示す。

Fig.5 は式(11)の結果を示した。全体的に見て、加算レベルが増加するに従って相関値は増加する。境界条件ごとに画像相関値を見ると、ディリクレ型は最初の低いレベルから急激な相関値の増加を示し、ノイマン型はレベルに関係なく高い相関値を示した。したがって、ノイマン型の境界条件の方が、本実験条件においては解析に適切であると考えられる。

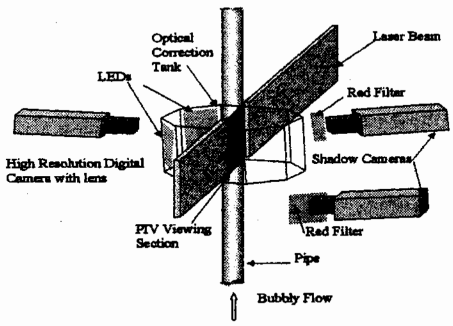
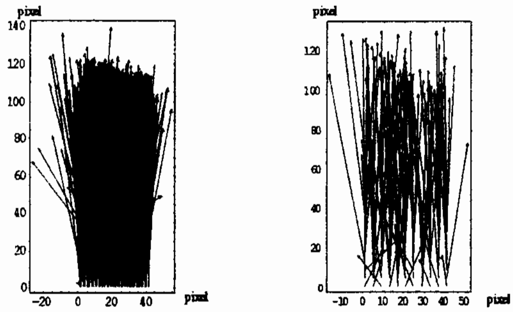


Fig. 3. Experimental Set-up



(a) Original Data　　(b) Thined Data from Original Data

Fig.4 PIV Image

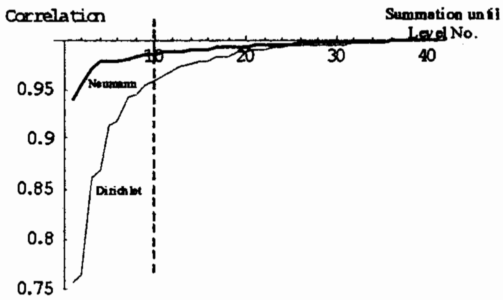


Fig.5 Correlation of PIV vector image for Dirichlet boundary condition and Neumann boundary condition

4．結言

従来の離散ウェーブレット変換の問題点を解決するために、2 のべき乗に限定されない新しいモーダルウェーブレット変換を PIV 画像へ境界条件ごとに応用した。その結果、ノイマン型の方が、本実験条件においては適していることがわかった。

本実験を行なうにあたり、米国 Texas A&M の Prof. Yassin A. Hassan にご協力ご助言をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

5．参考文献

1) 新島耕一, ウェーブレット画像解析, 科学技術出版 (1999)
2) H. Li, M. Takei, et al., Trans. of The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol.42, No.137, (1999), p.p.120-127.
3) 斎藤兆古, ウェーブレット変換の基礎と応用, 朝倉書店 (1998)