

電気インピーダンス法に関する一考察

音川 英一[†] 早野 誠治[†] 齋藤 兆古[†]

[†] 法政大学 大学院 〒 184-8584 東京都小金井市梶野町 3-7-2

E-mail: †{otogawa,hayano,ysaitoh}@ysaitoh.k.hosei.ac.jp

あらまし 近年のデジタル・コンピュータの高速化により、X線 CT や MRI などが医療診断の場において重要な位置を占めている。一方、電気インピーダンストモグラフィ (EIT) は不適切な線形システム方程式を解く必要がある関数型トモグラフィであるため、主として、産業用トモグラフィとして開発されている。不適切な線形システムを解く必要がある EIT であるが、その機械的・電氣的構成の単純さは捨てがたく、米国や英国でも研究は継続されている。中国では、その安価さ故、国家プロジェクトとして大々的に研究・開発がなされている。大部分の EIT ではセンシビリティ行列法を採用している。センシビリティ行列法は理論的根拠を偏微分方程式の離散化に置いている。本報告では、偏微分方程式の基本解であるグリーン関数を利用した電気双極子法を提案する。初期実験の結果、その妥当性が検証されたので、此処に報告する。

キーワード EIT, 逆問題, GVSPM 法

A Study of Electrical Impedance Method

Eiichi OTOGAWA[†], Seiji HAYANO[†], and Yoshifuru SAITOH[†]

[†] Graduate School of Engineering, Hosei University 3-7-2 Kajino-cho, Koganei-shi, Tokyo, 184-8584
Japan

E-mail: †{otogawa,hayano,ysaitoh}@ysaitoh.k.hosei.ac.jp

Abstract With the developments of modern high-speed computer, X-ray tomography and MRI are widely used as a deterministic tool of medical diagnosis. On the other side, EIT (Electrical Impedance Tomography) is now developing mainly for industrial use. Fundamental difference between them is that MRI or X-ray tomography needs not to handle the functional measured data, but EIT is based on the functional nature of the measurable data. Namely, EIT requires a solution of ill-posed system equations but MRI or X-ray tomography does not require the solution of such the ill-posed system of equations. Because of the reliability of obtainable tomography, EIT is not applied to the medical use. Even though EIT does not give the reliable tomography, United State of America, England and the other countries are still developing the EIT. In particular, EIT is intensively developed as one of the national projects in China. EIT has several merits compared with that of MRI and X-ray tomography from a viewpoint of the cost and simple electromechanical structures. If it is possible to obtain the reliable solution of ill-posed system equations accompanying with EIT, then EIT may be used not only the industrial use but also medical use. In the present paper, we propose one of the most reliable solution methodologies accompanying with EIT development.

Key words EIT, Inverse Problem, Generalized Sampled Pattern Matching Method

1. はじめに

現在、主として医療用に実用化されている X 線 CT や MRI などのトモグラフィ技術は、X 線やマイクロ波の直進性を利用している。対象へ X 線、マイクロ波などを照射し、それらが対象を通過する際の減衰率を対象断面に沿って測定し、測定

データから逆フーリエ変換、重み付き投影法、古くは Radon 変換などを用いて断層撮影画像を得る。これらのトモグラフィ技術は、X 線、マイクロ波などが対象物を直線的に通過することが保証されているため、減衰率から内部の状態を再現するための理論的根拠が明確である。

他方、電気インピーダンス法 (Electrical Impedance Tomog-

raphy, 以下, EIT と略記) 等の関数型トモグラフィーは注入電流が対象内で直進せず拡散する。このため, 注入電流の応答は対象周辺の電圧分布として得られるため, 何らかの不適切な線形システム解く過程が伴う。不適切な線形システムは式の数が未知数の数よりも多い, いわゆる最小自乗型と式の数が未知数の数よりも少ないシステムに分類される。多チャンネル SQUID 超高感度磁束計を用いて脳磁場から単一電流双極子を探查する脳機能探查問題などは最小自乗型に属し, 一定の社会的評価が得られている。しかし, 関数型トモグラフィーである EIT は, 二次元断面中の媒質パラメータを一元的周辺電圧から求めることに帰するから, 式の数 (一次元的周辺電圧) よりも未知数の数 (二次元断面中の導電率) が多いシステムとなるため, 近似解であれ, 一意的な解が得られない。これが関数型トモグラフィーの実用化が遅れている最大の理由であろう。

以上のように, 非常に困難な問題を多く抱える関数型トモグラフィーであるが, 断層撮影を行うために必要とされる装置が比較的安価で, 且つ小型なもので実現できるという利点を有する。MRI には強力な磁界生成のために超電導磁石などの比較的大型な装置を必要とし, その価格も比較的高価なものとなる。他方, EIT には対象に電流を注入するための定電流源, 対象表面電位を測定する電圧計のみを必要とし, それらの機器は比較的小型であり, 安価である。さらに, 小型であることの利点は, 装置の設置に要求される面積が少なく済むと言う利点だけでなく, 装置に可搬性を与えると言う利点をも生むことになる。

これらの利点から, 理論的に多くの難問を抱える関数型トモグラフィーは, 多くの人口を抱える中国では国家計画として研究・開発がなされている。[2]

近年, 村井や加川等によって提唱されたセンシビリティ行列法へ筆者等が提唱した GVSPM (Generalized Sampled Pattern Matching) 法を適用した結果, Newton 法や特異値分解法等よりも良好な結果が武居等や Dong 等によって報告されている。[3]-[6]

本論文は, 以上のような現状を鑑み, 対象内の導電率の違いに起因する電圧分布の相違を電気双極子で表現し, GVSPM 法を適用する全く新しい EIT 理論を提案し, その妥当性をシミュレーションと実験によって吟味する。

2. 理論的背景

2.1 逆起電力と電気双極子による定式化

電気回路において, 抵抗素子における電圧降下は電圧源に対して逆方向にかかる起電力, 即ち逆起電力と考えることができる。抵抗素子を微小な抵抗素子の集合であると考えれば, 抵抗素子における逆起電力は微小な逆起電力の集合として考えることが可能である。微小な逆起電力は陽・陰極の極対, すなわち, 微小電気双極子によって構成される。よって, 抵抗素子における逆起電力とは, 電気双極子の集合であると考えることが可能である。

図 1 a) に示す対象領域 A に対して電流 $I[A]$ を注入した場合, 対象領域内部には逆起電力分布 $V_A(x, y)[V]$ が生じる。同様に図 1 b) に示す領域 A 内に異なる導電率の部分を追加した

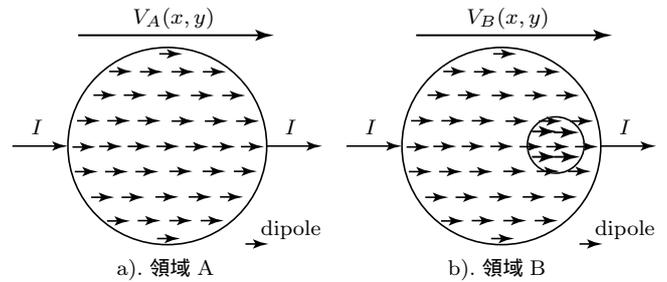


図 1 Counter Electromotive Force by Different Resistance

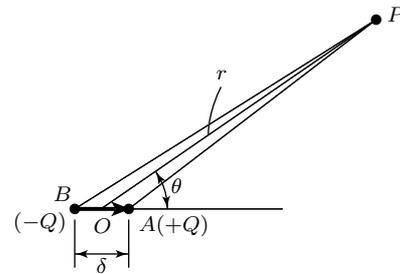


図 2 Electric Dipole

領域 B に先ほどと等しい電流 $I[A]$ を注入した場合, 対象領域内部には逆起電力分布 $V_B(x, y)[V]$ が生じる。両者の逆起電力分布の相違 (差分) は対象内の導電率変化に起因する式 (1) で与えられる逆起電力分布 $V_C(x, y)$ となる。この逆起電力分布 $V_C(x, y)$ は電気双極子の集合からなると考える。

$$V_B(x, y) - V_A(x, y) = V_C(x, y) \quad (1)$$

EIT の目的は, 対象領域表面で測定される電圧分布から, 対象領域内部の導電率分布を推定することにある。導電率分布の推定は, 導電率の変化による逆起電力分布 $V_C(x, y)$ が与える対象周辺電圧分布から電気双極子の位置と大きさを推定することと等価である。よって, EIT の導電率パラメータ推定問題は, 逆起電力, 即ち, 電気双極子の与える対象周辺電圧分布から電圧源である電気双極子の位置を推定する問題に置き換えることが可能である。これが EIT における電気双極子法の骨子である。[7]

図 2 に示す電気双極子の作る電圧は式 (2) で与えられる。ここで, $V_P[V]$ は電荷 $Q[C]$ を有する電気双極子が距離 $r[m]$ 離れた点 P に作るポテンシャルである。また, $\epsilon[F/m]$ は空間の誘電率であり, $\delta[m]$ は電気双極子の有する陽極, 陰極間の距離である。

$$V_P = \frac{Q\delta \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2} \quad (2)$$

図 3 に示すように, 対象領域を取り囲む周辺電圧分布は対象領域内を離散化した複数点の電気双極子の X 成分, Y 成分が作るポテンシャル分布の線形和であると考えられる。よって, 対象領域表面の測定電圧分布は電気双極子の作るポテンシャルを表す式 (2) を用いて, 式 (3) で与えられる。ただし, $\delta = 4\pi\epsilon$ として計算するものとする。

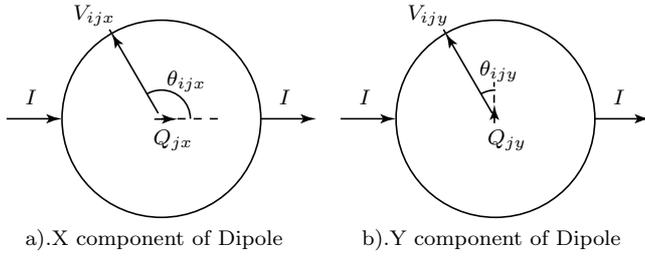


図 3 Measurable Voltage and Voltage Dipole

式 (3) のシステム方程式から求めるべきは任意の位置の逆起電力，すなわち，電気双極子の大きさ $Q[C]$ であるから，行列 G の逆行列を左辺の表面電圧の測定値 $V[V]$ に掛けることになる．ところが，対象領域周辺に設置できる測定電極数は有限個に限定される．このため，一般に行列 G は正方行列にならない．したがって，この問題は不適切な線形システム方程式を解く逆問題に帰する．

本論文では，この不適切な線形システム方程式の解法として GVSPM 法を採用する．

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11x} & G_{11y} & \cdots & G_{1mx} & G_{1my} \\ G_{21x} & G_{21y} & \cdots & G_{2mx} & G_{2my} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{n1x} & G_{n1y} & \cdots & G_{nmx} & G_{nmy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{1x} \\ Q_{1y} \\ \vdots \\ Q_{mx} \\ Q_{my} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$V = GQ \quad (4)$$

$$G_{ijx} = \frac{\cos \theta_{ijx}}{r_{ij}^2} \quad (5)$$

$$G_{ijy} = \frac{\cos \theta_{ijy}}{r_{ij}^2} = \frac{\sin \theta_{ijx}}{r_{ij}^2} \quad (6)$$

2.2 各測定データの扱いと畳み込み演算

通常の間接型 ECT では，可能な電流注入電極対によって得られる線形システムを全て連立して解くが，電気双極子を用いた本定式化法においては，電流の通電状態を変えることは求めるべき解である電気双極子の状態を変えることを意味するため，電極の組み合わせの違いによるデータを単純に連立することはできない．電気双極子の方向が変化してしまうことは，求めようとする解自体が異なることを意味するためである．現在，この問題点に対する解決策は模索中である．

代替案として個々の電流注入で得られる線形システムを独立に解き，得られた結果で共通となる電圧双極子分布を畳み込み演算で抽出する．

換言すれば， n 個のシステム方程式を独立に解き，電気双極子の大きさ Q_i ，すなわち，導電率分布 Z_i を求める．得られた導電率分布 Z_i を 0 から 1 の間に正規化し，式 (7) を用いて n 回の畳み込み演算 (convolution) を行うことで，逆問題による解の信頼性向上を図る．

このようなシステム方程式の解の畳み込み演算は，電流注入

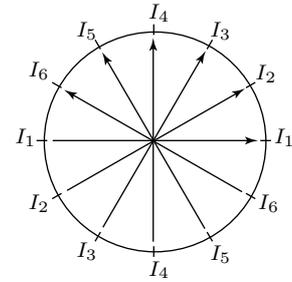


図 4 Pairs of Electrodes for Current Injection

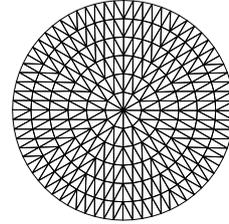


図 5 FEM Mesh Systems used for Simulation

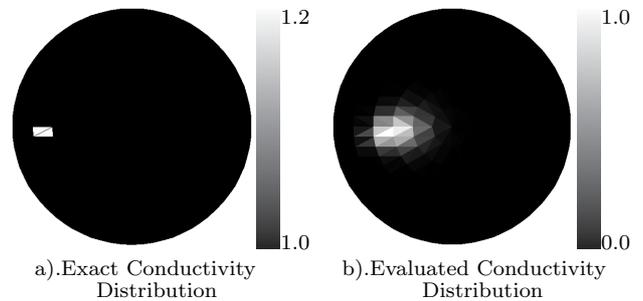


図 6 Exact and Evaluated Conductivity Distributions

方向を変えても，常に異なる導電率が存在する部分のみを抽出するフィルタ演算を意味する．

$$Z = Z_1 \otimes Z_2 \dots \otimes Z_{n/2} \quad (7)$$

この畳み込みによる方法は，電極組み合わせ数を増やすことが，必ずしも解の精度を向上させることを意味しない．よって，可能な限りの電極組み合わせ数を取ることなく，表面設置電極 n 個に対して，電流注入点数は $n/2$ 個となるように電極組み合わせを設定する．具体例として，表面電極数が 12 個存在する場合，対象領域への電流注入対数は図 4 に示すように 6 方向とする．

3. シミュレーションによる検証

2. で述べた理論的背景を前提として数値シミュレーションを行う．EIT のシステム方程式は式 (8) のように Poisson の方程式で表される．ここで， $\sigma[S]$ は導電率， $\phi[V]$ は電位， $j[A/m^2]$ は印加電流密度をあらわす．

$$\nabla \cdot \sigma(\nabla \phi) = j \quad (8)$$

電流注入による対象領域内のポテンシャル分布の導出には三角形一次有限要素法 (Finite Element Method, FEM) を用いた．図 5 は，FEM の離散化に用いたメッシュを示す．式 (3) の

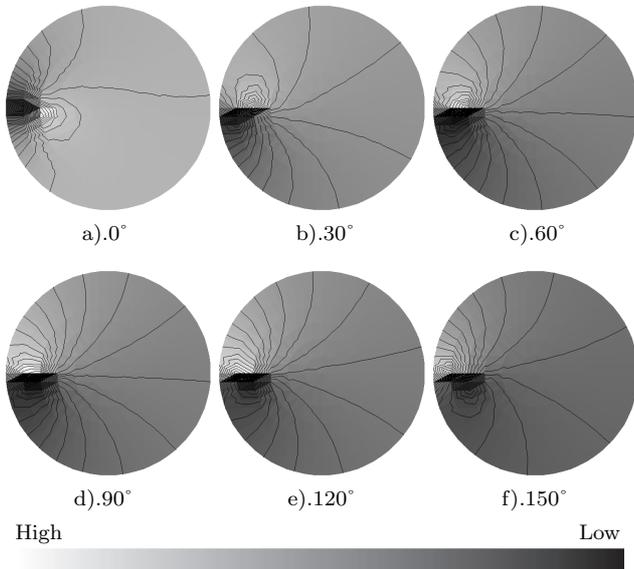


図 7 Voltage Distributions obtained by solving Eq. (1)

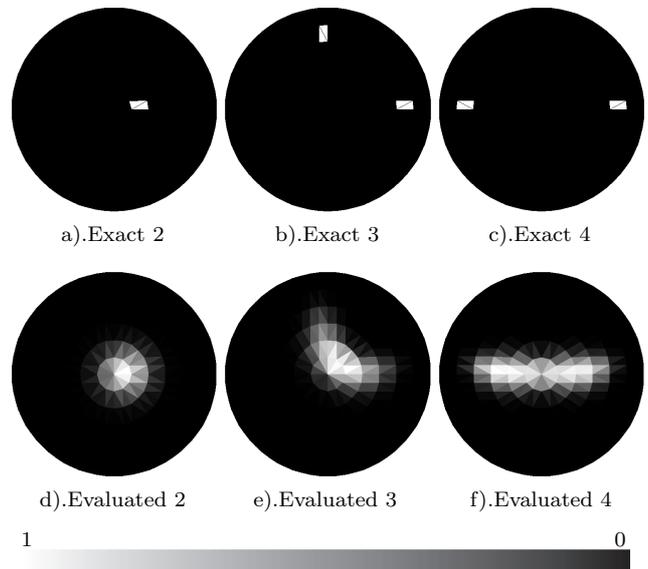


図 10 Exact and Evaluated Conductance Distributions

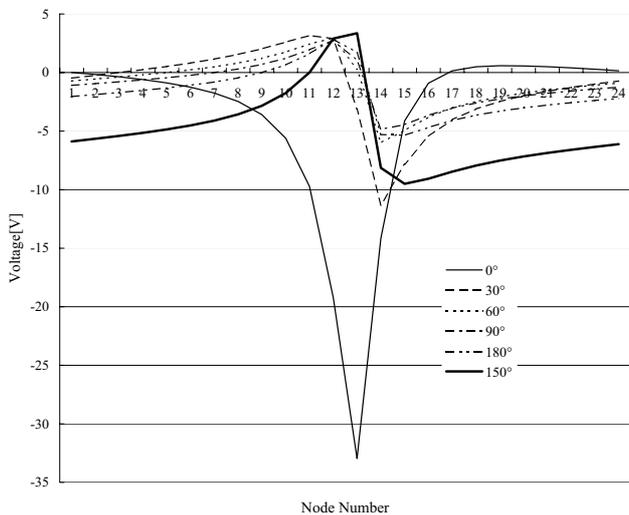


図 8 Differential Surface Voltage

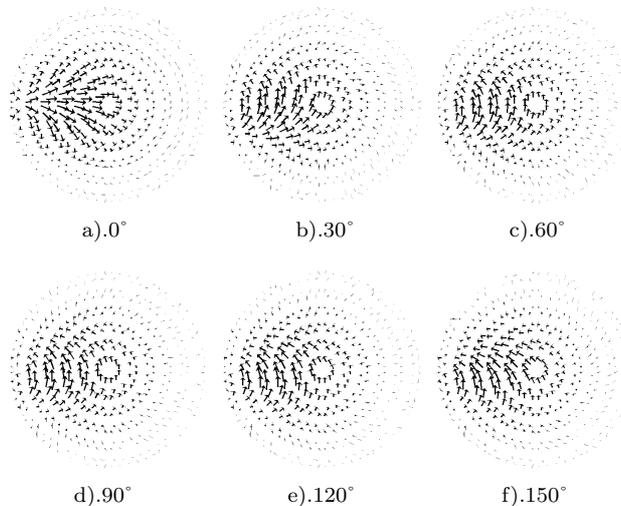


図 9 Voltage Dipole Distributions obtained by solving Eq. (3), independently

システム方程式に用いる領域の離散化は FEM メッシュの重心に電気双極子が存在するものとして行う。

電極数は 24 極であることを想定した。これは、最低でも 24 極の電極を用意しないと正しい解が得られないことが経験的に分かっているためである。

図 6 a), b) は、それぞれシミュレーションに用いた導電率分布および式 (3), (7) から得られた電気双極子分布例を示す。ターゲットが内側に寄ってしまうという傾向はあるものの、比較的良好な結果が得られていると思われる。

図 7 は式 (1) で得られる電流注入対を変えた場合の電気双極子が作るポテンシャル分布と等ポテンシャル線を示す。図に示される角度は電流注入角度を表し、図 4 における I_1 の角度を基準角度 0° とする。

図 8 は図 7 のポテンシャル分布の中で、対象領域を取り囲むように設置された測定電極の値のみを抽出したものである。これらの値を Gauss の法則にしたがって正規化したものを式 (3) の計算に用いる。Gauss の法則とは任意の領域の表面から出て行く電束の総和はその領域内に存在する電荷量に等しいというものであり、本研究においては領域内に存在する電荷は全て電気双極子であることを前提とするので総和が 0 である。

図 9 は各電流注入から得られるシステム方程式をそれぞれ独立に解いて得られる電気双極子分布を示す。逆問題の解法としては GVSPM 法を用いる。式 (7) の畳み込み演算では、図 9 に示される電気双極子の絶対値を 0 から 1 の間に正規化して行う。

図 10 はモデル導電率分布と式 (3), (7) によって得られた導電率分布を示す。

図 6, 10 の結果は、それぞれ正確な導電率分布にほぼ一致した導電率分布を推定することに成功している。よって、本論文で提唱する電気双極子による導電率パラメータ推定問題の定式化の妥当性がシミュレーションによって検証された。

表 1 Parameters of tested System

測定対象トレイ	アクリル樹脂製, 直径 20cm, 銅板電極 24 極 (H=2cm W=1cm D=0.3mm), 水深 1cm
測定対象オブジェクト	銅ブロック (H=2cm W=2cm D=2cm), 発泡スチロールブロック (H=2cm W=2cm D=2cm)
標準抵抗	1k Ω
Function Generator	KIKUSUI MODEL 4502
アンプ	NF Electronic Instruments 4025 HIGH SPEED POWER AMPLIFIR
オシロスコープ	YOKOGAWA DL7100

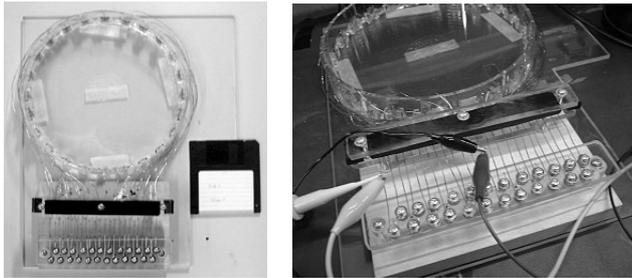


図 11 Device for Experiments

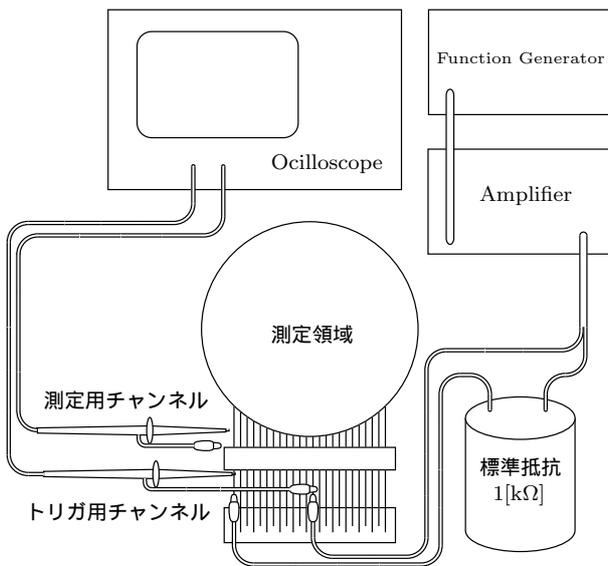


図 12 Schematic diagram of the tested EIT

4. 実験による検証

3. で得られたシミュレーション結果では比較的良好な結果が得られた。次に、実際の測定で我々の手法の妥当性を検証する。

実験には図 11 のような測定対象トレイを用意し、図 12 のような実験システムを構築した。装置の各パラメータは表 1 に示すとおりである。

本定式化法は直流を前提としたものであるが、実際に直流電流を流すと水が電気分解を起こすなどのノイズ要因が懸念されるため、交流で行うことにする。交流で行うことによる、リアクタンス分の影響をできるだけ減らすため、測定対象トレイの電極間インピーダンスの周波数特性を測定し、得られた共振周

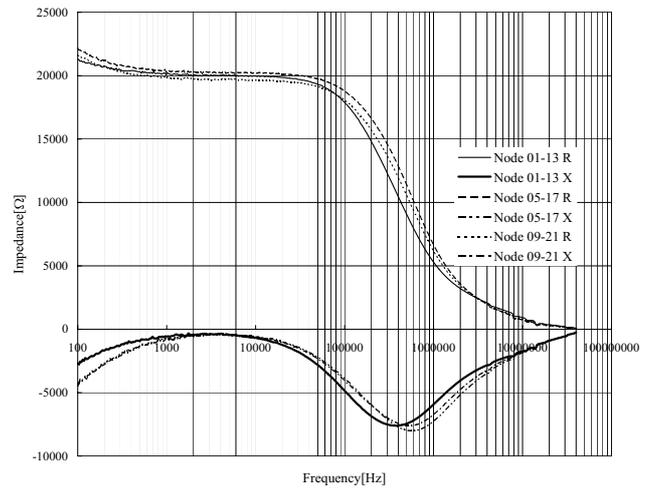


図 13 Frequency characteristics of the tested EIT

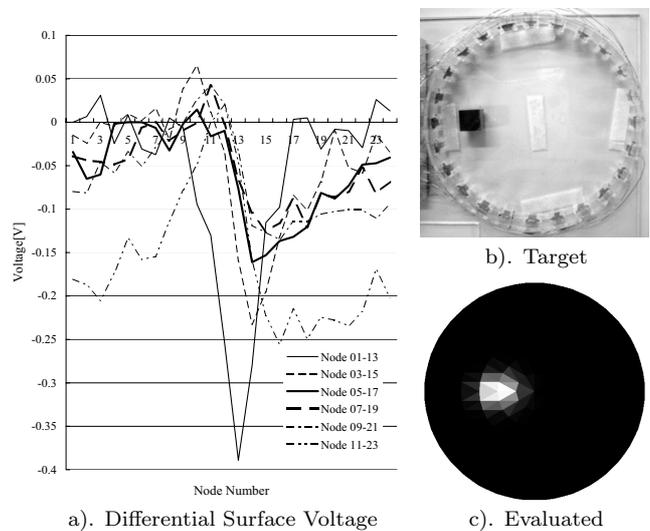


図 14 Result of Experiment (Copper Block)

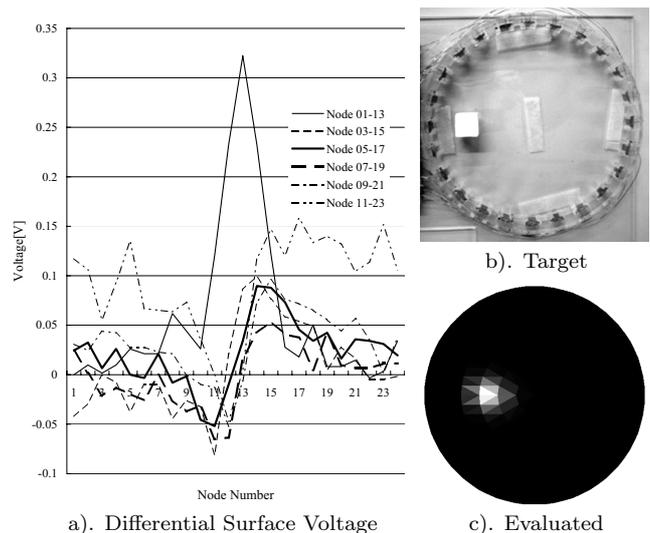


図 15 Result of Experiment (Polystyrene Block)

波数から、電源の駆動周波数を 3[kHz] と決定した。

測定対象トレイの抵抗値は 3[kHz] 付近で、およそ 20[k Ω] である。本実験ではトレイの両端電位差がおよそ 10[V] (波高値)

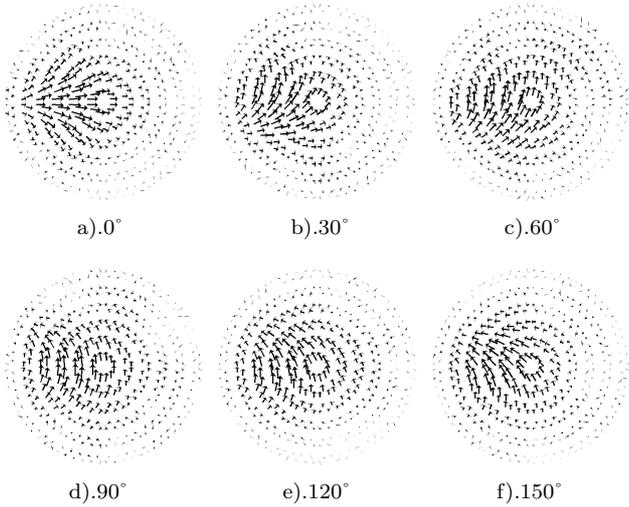


図 16 Voltage Dipole Distributions obtained by solving Eq. (3), independently

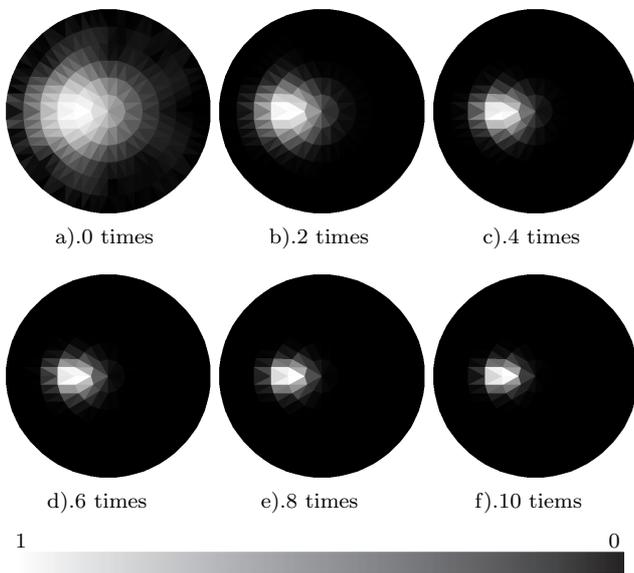


図 17 Convolution Process

になるように電流を流すことにする．そのためには電流値は $500[\mu A]$ ということになる．しかし、この値を一般の測定機器で計測することは困難なため、図 12 に示される $1[k\Omega]$ の標準抵抗の両端電位差を計測することで電流値を算出し、電流を制御する．

このような実験装置を用いて、測定対象トレイの周囲に設置された電極から得られた電圧波形の実効値を式 (3) の測定電圧値として、領域内の銅ブロック、発泡スチロール・ブロックの位置を推定する．

図 14, 15 に実験結果を示す．測定対象の有無による表面電位の変化はターゲットの存在する場所に近い電極で強く現れることが分かる．また、水に対して導電率が大きい銅と小さい発泡スチロールとでは表面電位の変化が逆であることが分かる．しかし、図 14 c), 15 c) の結果はどちらも同じであるというのは、算出された電気双極子の有する電荷の絶対値を取って畳み込み処理しているため、その導電率の大きさに関する情報は失

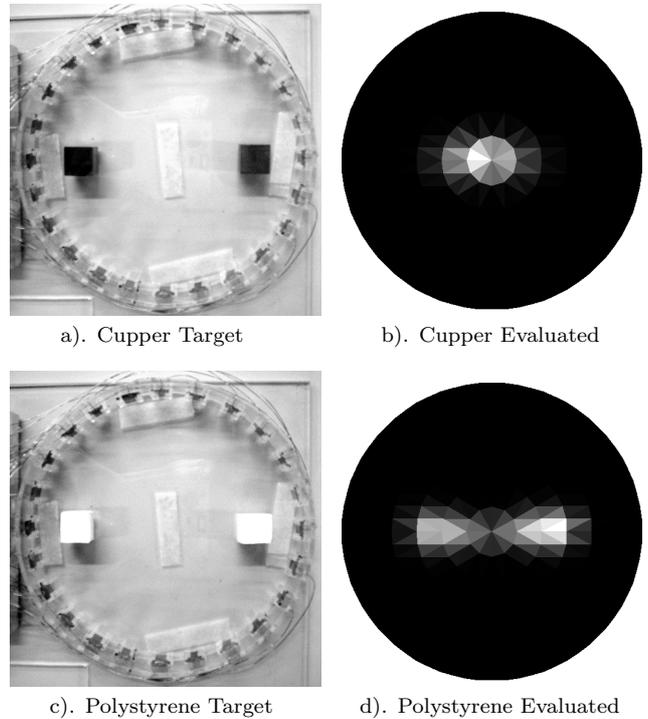


図 18 Exact and Evaluated Conductance Distributions

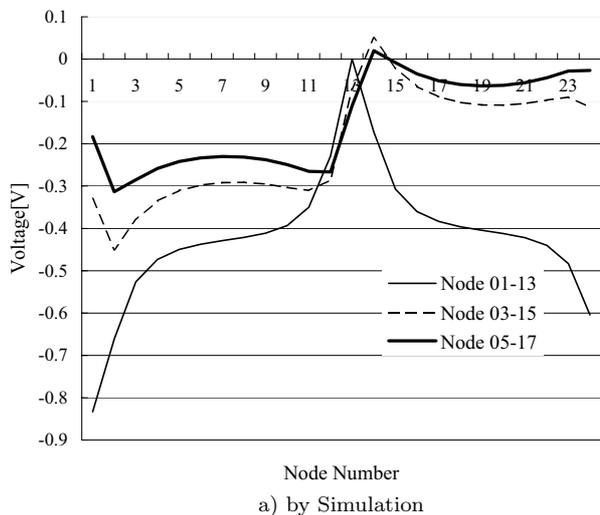
われていることによる．

電流の通電方向による各システム方程式の解は図 16 のようになっている．この例は図 14 の場合であるが、シミュレーションの場合に比較してノイズの影響が出ていることがわかる．しかし、畳み込み演算後の結果にはノイズの影響が比較的現れていないことから、畳み込み演算を行うことでノイズ処理的な効果が現れていると考えることができるだろう．畳み込み演算の過程は図 17 のようになっている．畳み込み演算を重ねるごとにターゲットが絞り込まれていくのが分かる．

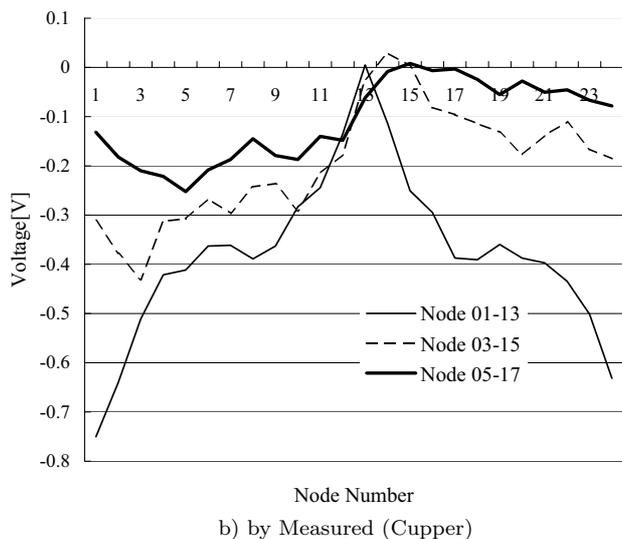
その他、図 18 のような結果も得られている．図 18 d) の発泡スチロール・ブロック二個を対象とした場合はシミュレーションでの結果に比較的近い結果が得られたが、図 18 b) の銅ブロック二個を対象とした場合では良い結果が得られなかった．

この時の測定電圧は図 19 b) のようになっている．シミュレーションによる対象領域周囲の電圧である図 19 a) と比較すると全体の傾向としてはシミュレーションの場合と近いのだが、二個のターゲットを分離するためには周辺電圧の変化が小さいためと考えられる．図 19 c) の発泡スチロール・ブロック二個を対象とした場合の測定電圧はノイズが乗っているものの、シミュレーションのグラフに比較的近く、比較的良好的な結果が得られている．

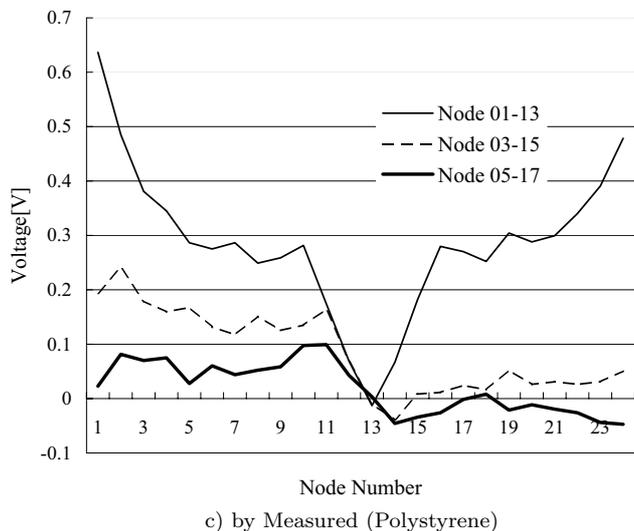
この測定電圧の違いにより、図 19 b) の結果を用いて式 (3) を解いて、その絶対値を取ると図 20 のようになり、図 19 c) の結果からは図 21 のような結果が得られる．これらを畳み込み演算したものが図 18 b), d) である．銅の場合は図 19 b) に示されるとおり、電圧が強く変化する部分が一カ所であるため、その部分のみが検出される結果になっている．一方、発泡スチロールの場合は図 19 c) に示されるとおり、電圧が強く変化する部分が二カ所であるため、その両方が検出されるという結果



a) by Simulation



b) by Measured (Copper)



c) by Measured (Polystyrene)

図 19 Differential Surface Voltage

になっている。

また、結果が良好である発泡スチロールの場合でも図 21 a) のように、結果が一箇所にしか現れていないものもある。これは電極間をむすぶ直線状に二つの発泡スチロール・ブロックが

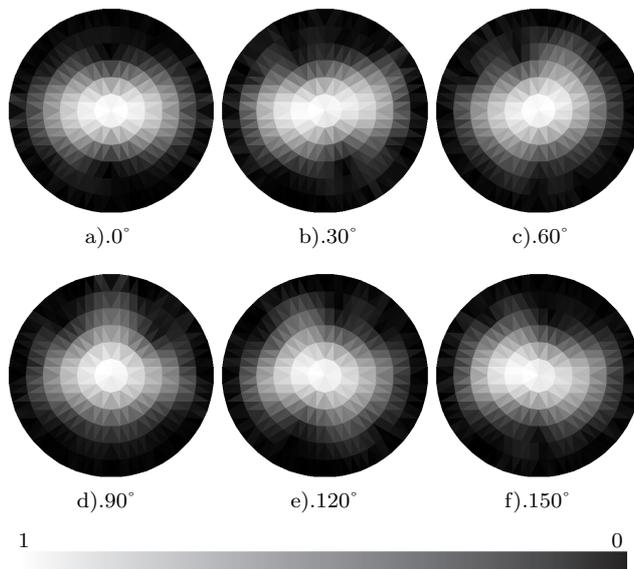


図 20 Voltage Dipole Distributions obtained by solving Eq. (3), independently (Absolute Value, Copper)

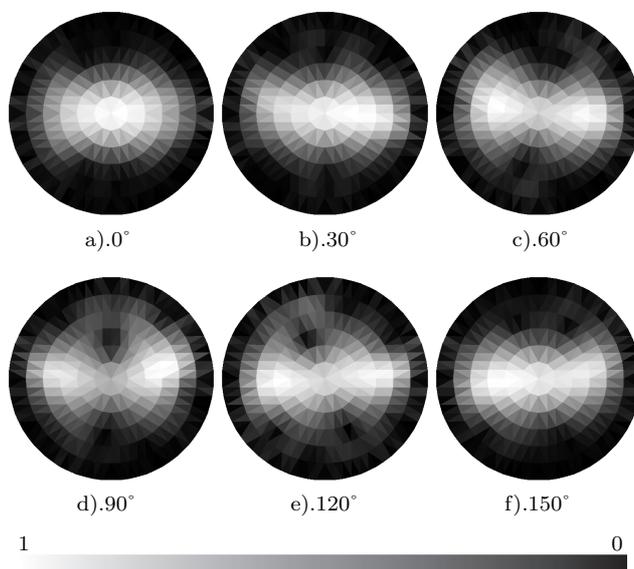


図 21 Voltage Dipole Distributions obtained by solving Eq. (3), independently (Absolute Value, Polystyrene)

並んでいる場合であり、この結果は妥当なものである。このことから、一回の通電による測定電圧を個別のシステム方程式によって解くという方式の限界がここに現れていると考えられる。

ターゲットを二個にした実験は発泡スチロール・ブロック、銅ブロックともに複数回繰り返したが、どの場合も同様の結果となっている。また、銅ブロックについては周辺電圧の変化が小さいということを勘案して電流値を変化させて計測してみたが結果は変わらなかった。この点については今後の課題として更なる研究が必要となるところである。

以上のように、課題は残ったものの全体としては比較的良好的な結果が得られたと考えられる。よって、本論文で提唱する電気双極子による導電率パラメータ推定問題の定式化について一定の妥当性が実験によって検証された。

5. ま と め

本論文は抵抗素子に電流を流した際に生じる電圧降下が逆起電力で表すことができる点に注目し、その逆起電力を電気双極子として扱うことで、導電率パラメータ推定問題である EIT に電気双極子を用いた新たな定式化法を提案した。

本論文で提案した方法の妥当性をシミュレーション及び実験によって検証し、比較的良好な結果を得た。よって、EIT 問題を電気双極子分布探査問題へ定式化することの妥当性が検証された。

しかし、実験において良好な結果が得られなかったケースもあるため、実験の精度向上が必要である。また、理論においては各通電方向から得られる測定電圧データのシステム方程式を連立する方法の考案などが必要である。このように、理論面、実験面ともに課題が多く存在し、これらの課題に対し、更なる研究を重ねる必要がある。

文 献

- [1] 音川英一, 早野誠治, 齋藤兆古, "パラメータ推定に関する逆問題とその関数型トモグラフィーへの応用," 可視化情報学会論文集, Vol.23, No.1, pp.103-106, 2003.
- [2] H. Tian, W. He, and Y. Saito, A Study of Reconstruction Algorithm for Electrical Impedance Tomography, The 2nd Japan, Australia and New Zealand Joint Seminar, pp.24-25, Kanazawa Japan, January 2002.
- [3] T. Murai, and Y. Kagawa, Electrical impedance computed tomography based on a finite element model, IEEE Trans. Biomed. Eng. Vol.32, pp.177-84, 1985.
- [4] H. Endo, S. Hayano, Y. Saito, and K. Miya, Generalized vector sampled pattern matching method-theory and applications Electromagnetic Nondestructive Evaluation, Studies Appl. Electromagn. Mech, pp.285-92, 2002.
- [5] 武居昌宏, 李輝, 越智光昭, 齋藤兆古, 堀井清之, "サンプルパターン・マッチング法による固気二相流 CT 画像の再構成," 可視化情報学会論文集, Vol.22, No.9, pp.71-78, 2002.
- [6] G. Dong, R. Bayford, S. Gao, Y. Saito, R. Yerworth, D. Holder, W. Yan, The application of the generalized vector sample pattern matching method for EIT image reconstruction, Physiol. Meas., pp.449-466, 2003
- [7] H. Saotome, T. Doi, S. Hayano, Y. Saito, Crack identification in metallic materials, IEEE Transaction on Magnetism Vol. MAG-29, No.2, March, pp.1861-1864, 1993