

MEMS せん断応力チップと離散ウェーブレット変換を用いた乱流境界層せん断応力分布の解析

木村元昭[○](日大理工) 武居昌宏(日大理工) Chih-Ming HO(UCLA)
 斉藤兆古(法政大工) 堀井清之(白百合女子大)

Analysis of Shear Stress in Turbulence Boundary Layer with MEMS Shear Stress Chip and Discrete Wavelets

Motoaki KIMURA, Masahiro Takei, Chih-Ming HO
 Yoshifuru SAITO, Kiyoshi HORII

Abstract

Stripe structure in turbulent boundary layer has been clearly visualized by a combination of a shear stress imaging chip using MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems) and discrete wavelets transform. In details, the structure in lower Reynolds number is shown clearly on the lower frequency wavelets level, the structure in high Reynolds number is done clearly on the higher frequency wavelets level. The MEMS shear stress sensor is designed and fabricated by surface micromachining technology, contributing to obtaining the time-space two dimensional shear stress data. The discrete wavelets transform is a software technique to decompose the frequency level with the time and space information of the wave. The experiments for shear stress distribution were carried out on $Re = 6960, 12180$ and 17400 .

Key words: Turbulent Boundary Layer, MEMS, Shear Stress Sensor, Discrete Wavelet Transform

1. 緒言

乱流境界層内の縞構造は壁面近傍の支配的な流れ構造であることから可視化、実験および数値計算による研究が精力的に進められている。ところが、レイノルズ数が高くなるに従いその縞構造は小さくなるために高い空間分解能と周波数応答が必要となり、従来のセンサでは測定が困難であった。近年、MEMS (Micro-Electro-Mechanical-Systems) 技術により製作されたMEMSせん断応力チップにより、壁面せん断応力の縞構造の高精度な可視化が実現されつつある¹⁾。しかしながら、このような縞構造の分布は、色々な周波数成分を合成した積分値が得られるものであり、さらなる縞構造の解析においては、別の手段による解析が必要である。このような周波数特性を得る手段として、離散値系ウェーブレット解析が注目を集めている²⁾³⁾。本研究においては、MEMS マイクロせん断応力チップにより、乱流境界層内のせん断応力を時間・空間の准2次元的に測定し、その2次元データに離散ウェーブレット変換を施し、縞構造のより詳細な抽出を行うことを目的としている⁴⁾。今回は、多重解像度解析を行った結果を示すと共に、コルモゴロフスケールとの関係について触れた。

2. 離散ウェーブレット変換

離散ウェーブレット変換の行列表現は、

$$S = WX \quad (1)$$

で表させ、 S はウェーブレットスペクトラム、 W はアナ

ライジングウェーブレット行列、 X は入力データである。 W は次の行列 C を基本として、カスケードアルゴリズムにより求めることができる。その行列 C は、4 次の Daubechies 関数 ($N=4$) の場合、

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & -c_2 & c_1 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & -c_2 & c_1 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_1 & -c_2 & c_1 & -c_0 \\ c_2 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_0 & c_1 \\ c_1 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_1 & -c_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} c_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ c_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \end{matrix} \quad (2)$$

$$c_3 - c_2 + c_1 - c_0 = 0 \quad (3)$$

$$0 c_3 - 1 c_2 + 2 c_1 - 3 c_0 = 0 \quad (4)$$

であり、ここで、 $C^T \cdot C = I$ 、 I は単位行列、 C^T は C の転置行列である。式(2)の行列 C の1行目はスケーリング係数であり、2行目はウェーブレット係数である。4 次の Daubechies 関数 ($N=4$) は、各行に4個の係数を持ち、第1行目は、 c_0, c_1, c_2 と c_3 を重みに持つ入力データの和の演算である。第2行目は c_0, c_1, c_2 と c_3 を重みに持つ入力データの差の演算である。3行目は1行目を2ステップ移動したもので、4行目は2行目を2ステップ移動したものである。式(3)と(4)より、入力行列の各要素が一定または単調増加である場合には、変換された値は0になる。行列 C から W を求めるカスケードアルゴリズムについて、説明を容易にするために、入力行列 X は、 $X = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6 \ X_7 \ X_8 \ X_9 \ X_{10} \ X_{11} \ X_{12} \ X_{13} \ X_{14} \ X_{15} \ X_{16}]^T$ (5)

のように1次元16要素からなるものとする。

式(2)と(5)より、変換行列 \mathbf{X}' は、

$$\mathbf{X}' = \mathbf{C}_{16} \mathbf{X} = [s_1 \ d_1 \ s_2 \ d_2 \ s_3 \ d_3 \ s_4 \ d_4 \ s_5 \ d_5 \ s_6 \ d_6 \ s_7 \ d_7 \ s_8 \ d_8]^T \quad (6)$$

となり、 \mathbf{C}_{16} は16X16のC行列である。この式(6)で要素 s は和の演算を行ったものを示し、要素 d は差の演算を行ったものを示す。

次に、この \mathbf{X}' 中の要素の位置を行列 \mathbf{P}_{16} によって変換する。

$$\mathbf{P}_{16} \mathbf{X}' = [s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6 \ s_7 \ s_8 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (7)$$

そしてさらに、式(7)に対して、CとP行列によって変換を続ける。すなわち、

$$\mathbf{W}^{(2)} \mathbf{X} = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{W}^{(3)} \mathbf{X} = [S_1 \ S_2 \ D_1 \ D_2 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \quad (9)$$

の演算を施す。ここで、

$$\mathbf{W}^{(2)} = (\mathbf{P}_{16}' \mathbf{C}_{16}') (\mathbf{P}_{16} \mathbf{C}_{16}) \quad (10)$$

$$\mathbf{W}^{(3)} = (\mathbf{P}_{16}'' \mathbf{C}_{16}'') (\mathbf{P}_{16}' \mathbf{C}_{16}') (\mathbf{P}_{16} \mathbf{C}_{16}) \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{16}' = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_8 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_8 \end{bmatrix} \mathbf{C}_{16}' = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_8 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_8 \end{bmatrix} \mathbf{P}_{16}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_4 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{12} \end{bmatrix} \mathbf{C}_{16}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_4 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$\mathbf{W}^{(3)}$ は式(1)のアナライジングウェーブレット行列 \mathbf{W} である。式(8)において、 S_i は式(9)における s_i から s_4 までの重みを付けた和を示す。 S_2 は s_3 から s_6 までの重みを付けた和を示し、 D_i は式(9)における d_i から d_4 までの重みを付けた差を示す。式(9)で、 S_1 は式(8)における S_i から S_4 までの重みを付けた和を示し、 D_1 は式(8)の S_i から S_4 までの重みを付けた差を示す。

式(9)から、離散ウェーブレット逆変換は、

$$\mathbf{X} = [\mathbf{W}^{(3)}]^{-T} \mathbf{S} \quad (13)$$

$$[\mathbf{W}^{(3)}]^{-T} = [(\mathbf{P}_{16}'' \mathbf{C}_{16}'')^{-T} (\mathbf{P}_{16}' \mathbf{C}_{16}')^{-T} (\mathbf{P}_{16} \mathbf{C}_{16})^{-T}]^{-T} = \mathbf{C}_{16} \mathbf{P}_{16}' \mathbf{C}_{16}'' \mathbf{P}_{16}'' \mathbf{C}_{16}' \mathbf{P}_{16}' \quad (14)$$

となり、式(13)から、多重解像度は、

$$\mathbf{X} = [\mathbf{W}^{(3)}]^{-T} \mathbf{S}_0 + [\mathbf{W}^{(3)}]^{-T} \mathbf{S}_1 + [\mathbf{W}^{(3)}]^{-T} \mathbf{S}_2 + [\mathbf{W}^{(3)}]^{-T} \mathbf{S}_3 \quad (15)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_0 &= [S_1 \ S_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_1 &= [0 \ 0 \ D_1 \ D_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_2 &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \mathbf{S}_3 &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8]^T \end{aligned} \quad (16)$$

である。以上から、入力行列の要素数が16で4次のDaubechies関数を用いた場合、多重解像度は、Level 0からLevel 3まで存在する。

2次元離散ウェーブレットスペクトラム \mathbf{S} は、縦方向のウェーブレット変換について、 \mathbf{X} の左から n 行の m 列の \mathbf{W}_n を掛け算して求め、横方向のウェーブレット変換について、 \mathbf{X} の右から \mathbf{W}_m^T を掛け算することで求められ、その \mathbf{S} は、

$$\mathbf{S} = \mathbf{W}_n \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{W}_m^T \quad (17)$$

で表せられる。ここで、 \mathbf{W}_n^T は \mathbf{W}_n の転置行列を示す。このウェーブレット逆変換は(17)式の左右から掛け算した変換行列を単位正方行列とすればよいので、

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}_n^T \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{W}_m \quad (18)$$

で表される。

一般的に、入力行列の要素が 2^n 個で k 次 ($N=k$) のDaubechies関数を用いた場合、その多重解像度解析は、式(14)において、変換された和の要素の数が k より小さくなるまで、繰り返し和と差の演算が続けられる。本

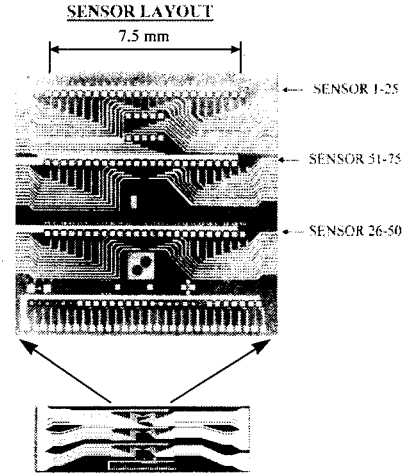


Fig.1 MEMS shear stress chip

研究においては、アナライジングウェーブレットとしてドビッチー(Daubechies)16次関数を用いた。

3. 実験

実験は高さ25.4mm、幅610mmの矩形断面、長さ4877mmのチャンネル型風洞を用いた。熱線流速計を用いた流速分布によれば、チャンネル入り口付近で層流、後半では乱流になることが確認されている。測定に用いたマイクロせん断応力イメージチップ⁵⁾はFig.1に示した通りで、チップ上には1列に25個のせん断応力センサが並ぶ列が3列、1列に5個のセンサが並ぶ列が2列の計85個のセンサ群から構成されており、隣り合うセンサ中心の間隔は300μmで、センサはホットフィルム型である。各センサはポリシリコン製150μm x 3μmの線状である。チップはチャンネル上流端から4267mmの乱流領域にチャンネル壁面と凹凸がないように装着された。センサの較正は時間平均出力を圧力勾配より得られる時間平均せん断応力と比較することにより行った。第1列目の25個のセンサ列により長さ7.5mmの範囲で流れと直角方向の壁面せん断応力の時間変化を測定した。実験はチャンネル高さの半分の長さで中央速度によるレイノルズ数 $Re=6960, 12180, 17400$ で行われた。

Fig.2はマイクロせん断応力イメージチップにより測定された τ 時間平均2次元せん断応力分布を、

$$\tau^* = (\tau - \tau_m) / \tau_{rms} \quad (19)$$

のように正規化した結果である。ここで、 τ_m は画面内の平均せん断応力、 τ_{rms} は画面内のせん断応力の実行値の平均である。せん断応力の高いところは淡色で、低いところは濃色で示されている。この図において、センサから得られる流れと直角方向(横方向: x-direction)のデータ数は25(幅7.5mm)であり、離散ウェーブレット変換は2のべき乗を対象とするので、1~3及び29~32の値はデータよりフーリエ変換で外挿した値とした。また、時間軸(縦方向: y-direction)は、51.2msを変換対象とした。Fig.2よりレイノルズ数が高くなるに従い、相対的に高いせん断応力が集中する縞状の領域は、流れと直角方向の幅が狭く、流れ方向に長くなることが分かる。

4. ウェーブレット解析結果と考察

Fig. 2 に対して離散ウェーブレット変換を施した、さらに離散ウェーブレット逆変換を施し、多重解像度解析を行った結果を Fig. 3 から 5 に示す。各画像の中で Fig. 2 と同じ正規化を行い濃淡で示したものである。この図において、Level 0 から Level 15 とレベルが高くなるにしたがって、入力データは低周波数成分から高周波数成分に分解され示されている。Level 16 については省略している。表示した範囲は元のデータである Fig. 2 に示すものと同範囲である。これらの図より、各 Level 毎に比較すると、レイノルズ数が増加するに従い最大値最小値が明瞭となり画像内の縞状分布の密度が高くなる。更に、低いレイノルズ数では Level 4 及び Level 5 の縞状分布が現れないが、レイノルズ数が増大するに従い、高次 Level においても縞状分布が出現する。このプロセスにより流路内の流れの状況を推測したり、高せん断応力領域の認識⁶⁾に大きな成果を上げるものと期待される。

ここで離散ウェーブレット多重解像度の時間軸側に対して、コルモゴロフの乱流理論を適用し、ウェーブレット Level と波数との関係の検討を行った。コルモゴロフ波数 k_k は、

$$k_k = \left(\frac{\varepsilon}{\nu^3} \right)^{1/4} \quad (25)$$

であり、ここで、 ν は動粘性係数、 ε はエネルギー輸送率で、それは、

$$\varepsilon = A \frac{v_0^3}{l_0} \quad \nu_0 = 0.2\nu \quad (26)$$

であり、 v_0 は代表的な速度変動の大きさ、 l_0 はエネルギー保有領域の長さスケールで、本研究では、 v_0 は乱流速度すなわち平均速度 \bar{v} の 0.2 倍とし、 l_0 はチャネル高さの半分 (= $h/2$)、定数 A は 1.0 とした。3 種類のレイノルズ数のウェーブレット Level m における波数 k_m を、

$$k_m = \frac{2\pi f_R}{v_0} \quad (27)$$

で求めた。ここで、 f_R は各ウェーブレット Level において P. D. F. 値が最大値をとるときの代表周波数である。そのウェーブレット Level と代表波数との関係は Table 1 に示した通りであり、Level 1 の代表波数はエネルギー保有領域の波数 k_0 周辺を、また、レベル 6 の最大波数 k_{max} は、コルモゴロフ波数周辺に相当している。すなわち、ウェーブレット Level のレンジは、エネルギー保有領域から散逸領域を包括していることがわかる。

5. 結論

MEMS せん断応力チップにより、乱流境界層における壁面せん断応力を測定し、その時間空間 2 次元応力分布に対して、2 次元離散ウェーブレット変換を試みた。その結果、次のことが明らかとなった。

- (1) 時間空間周波数帯域別にせん断応力分布を分離することができ、各周波数レベルおきに壁面せん断応力の縞状構造を可視化することができた。
- (2) レイノルズ数の増加に伴い各 Level の縞状分布の密度が高くなる共に、高次 Level においても縞状分布が出現することが確認でき、流路内の流れの状況推測や高せん断応力領域の認識に成果を上げる可能性を示した。
- (3) 本報告のレイノルズ数範囲及びウェーブレット

Level のレンジは、コルモゴロフの理論におけるエネルギー保有領域から散逸領域を包括していることを示した。

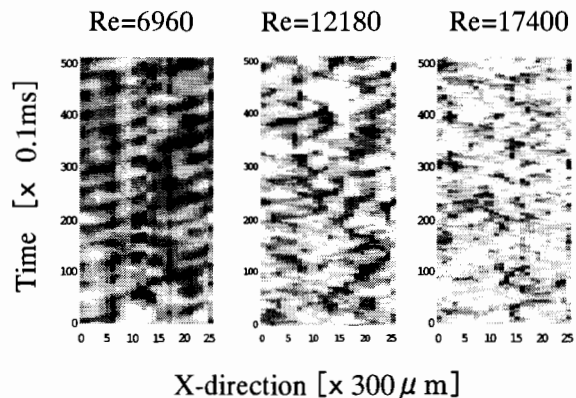


Fig.2 Shear stress measured with MEMS shear stress chip

Table 1 Relation between wavelets level and representative wavenumber

	$v=8\text{m/s}$ $Re=6960$	$v=14\text{m/s}$ $Re=12180$	$v=20\text{m/s}$ $Re=17400$
Representative wavenumber on Level 0	7.7 $\times 10^{-1} [\text{cm}^{-1}]$	4.4 $\times 10^{-1} [\text{cm}^{-1}]$	3.1 $\times 10^{-1} [\text{cm}^{-1}]$
Wavenumber in energy contain region k_0	8.0 $\times 10^{-1} [\text{cm}^{-1}]$	8.0 $\times 10^{-1} [\text{cm}^{-1}]$	8.0 $\times 10^{-1} [\text{cm}^{-1}]$
Representative wavenumber on Level 1	5.4 $\times 10^0 [\text{cm}^{-1}]$	3.1 $\times 10^0 [\text{cm}^{-1}]$	2.1 $\times 10^0 [\text{cm}^{-1}]$
Representative wavenumber on Level 2	9.2 $\times 10^0 [\text{cm}^{-1}]$	5.3 $\times 10^0 [\text{cm}^{-1}]$	3.7 $\times 10^0 [\text{cm}^{-1}]$
Representative wavenumber on Level 3	1.8 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$	1.0 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$	7.1 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$
Representative wavenumber on Level 4	3.4 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$	2.0 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$	1.4 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$
Representative wavenumber on Level 5	6.7 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$	3.9 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$	2.7 $\times 10^1 [\text{cm}^{-1}]$
Representative wavenumber on Level 6	1.9 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$	1.0 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$	0.7 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$
Maximum wavenumber on Level 6 k_{max}	1.96 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$	1.12 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$	0.79 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$
Kolmogorov wavenumber k_k	3.49 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$	2.67 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$	1.76 $\times 10^2 [\text{cm}^{-1}]$

謝辞

本研究を行うに当たり、日本カノマックス (株) 名越正穂氏にご助言をいただきました。本研究は、平成 11 年度日本大学理工学部特別推進研究、および、科学技術振興事業団 (JST) の独創的研究育成事業プロジェクトによりなされたものであります。ここに感謝申し上げます。

参考文献

- 1) Ho, C.-M., et al.: MEMS- A Technology for Advancements in Aerospace Engineering, AIAA Paper 97-0545 (1997)
- 2) Li, H., et al.: Application of Wavelet Cross-correlation Analysis to a Plane Turbulent Jet, JSME Int. Journal Fluids and Thermal Eng. Vol.40, No.1, (1997) 58-66
- 3) 斉藤兆吉: 離散値系ウェーブレット変換の電磁界計算への応用電気学会論文誌 A, Vol. 116A, No.10 (1996) 833-839
- 4) 木村元昭、武居昌宏、李輝、C.M. Ho、S. Tung、越智光昭、斎藤兆吉、堀井清之: マイクロせん断応力計による壁面せん断応力分布の離散ウェーブレット解析、可視化情報シンポジウム講演論文集、19, 1 (1999) pp. 33-36
- 5) Jiang, F., et al.: A Surface-Micromachined Shear Stress Imager, 9th IEEE on MEMS, (1996) p110, San Diego
- 6) Kimura, M., et al.: MEMS for Aerodynamic Control, 28th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 97-2118 (1997)

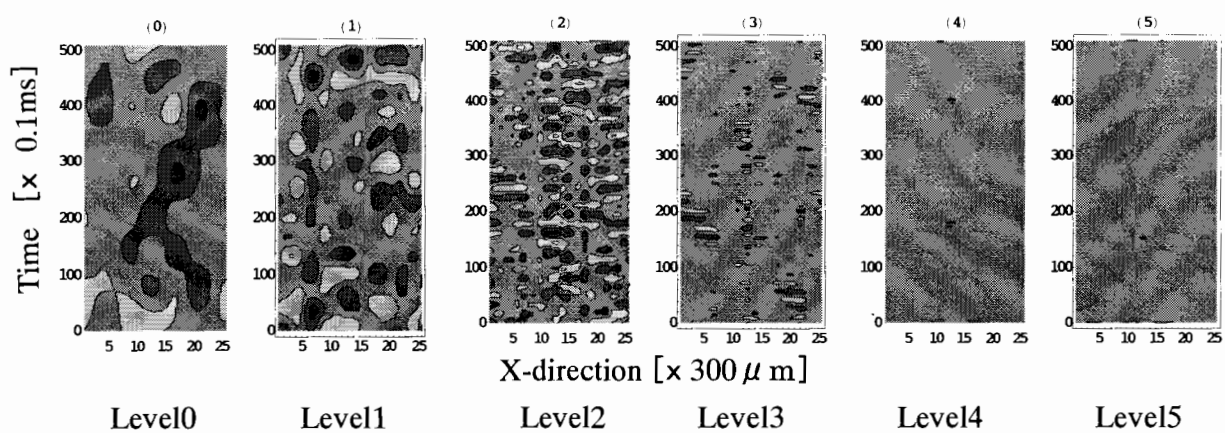


Fig.3 Wavelets multiresolution in Re=6960

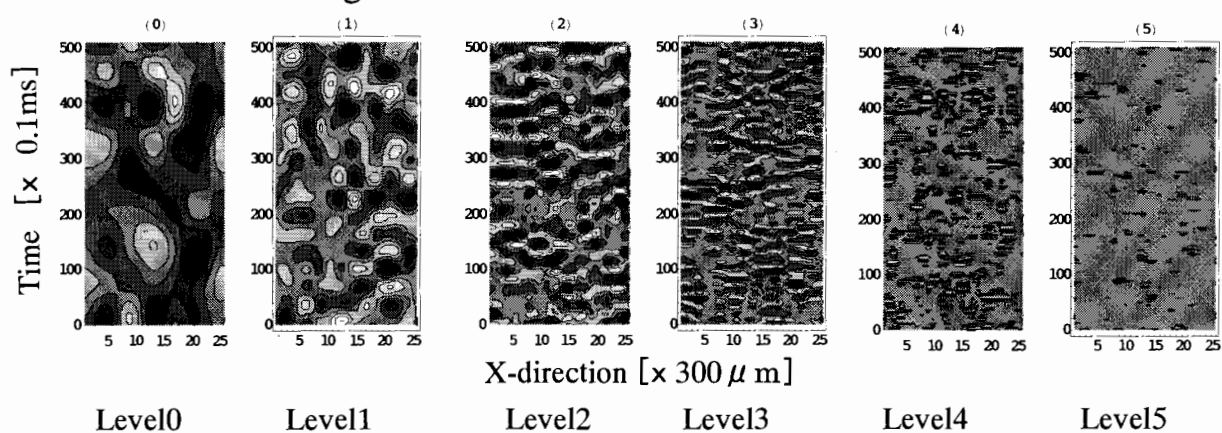


Fig.4 Wavelets multiresolution in Re=12180

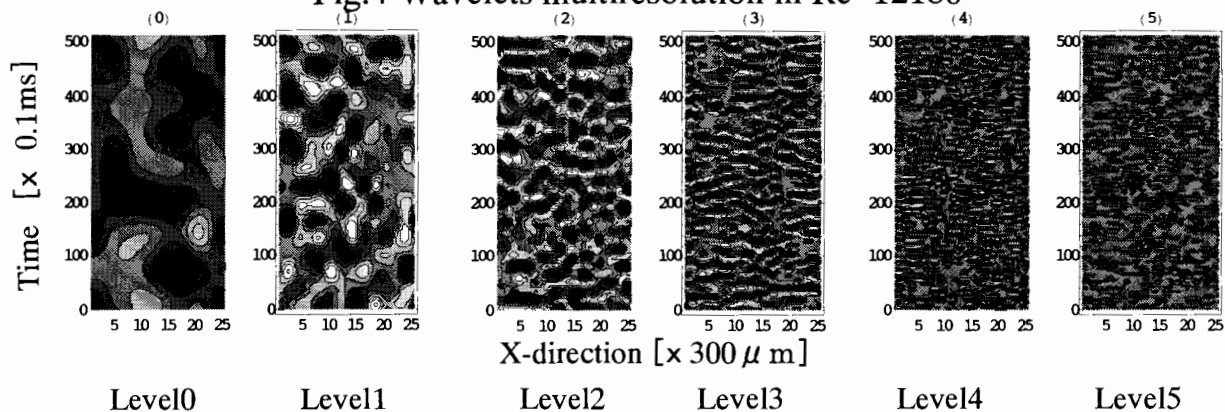


Fig.5 Wavelets multiresolution in Re=17400