

# 単一平面励磁コイルによる磁界分布制御

江間晃\*, 早野誠治, 斎藤兆古(法政大学)

## Magnetic Fields Control by Single-sided Exciting Coils

Akira EMA, Seiji HAYANO, and Yoshifuru SAITO

### ABSTRACT

With the developments of modern magnetic devices such as magnetic resonance imaging, electron accelerator, and conventional electrical machines, it is essentially required to control the magnetic field distributions. As for various methodologies have been proposed and implemented for controlling the magnetic field distributions. For example, the simulated annealing, genetic algorithm and probabilistic methodologies are widely utilized for the design of magnetic resonance imaging.

In the present paper, we try to control the magnetic field distribution at a flat square surface by means of the single sided flat exciting coils in order to work out a magnetic domain-observing instrument under the controlled magnetic field distributions. Our designing methodology is reduced into solving for a linear system of equations:  $Y=CX$ , where  $Y$ ,  $C$  and  $X$  are the vector consisting of the desired magnetic field components, system matrix whose elements convert the exciting currents into the magnetic fields, i.e., spatial derivatives of Green function, and exciting current vector to be evaluated. In most case, the system matrix  $C$  becomes an ill-posed singular matrix; this means that we have to solve an ill-posed linear system of equations.

This paper examines two numerical approaches in order to solve this ill-posed system of equations. As a result, it is revealed that a simple least squares yields a reasonable solution even though the solutions are available in a limited physical constraint. Also, we have confirmed that the generalized vector sampled pattern matching (GVSPM, in short) method yields the reliable solutions under any hard physical constraints.<sup>(1)(2)</sup>

キーワード: 磁界、最小自乗法、GVSPM 法

(magnetic field control, least squares, generalized vector sampled pattern matching method)

### 1. まえがき

近年の広汎なデジタル計算機の普及と高性能化に伴い、多くのデジタル可視化機器が実用化された。コンシューマユーズを前提とするデジタルカメラ・ビデオのみならず、医学では、MRI(Magnetic Resonance Imaging)、X線CT(Computed Topography)などが極めて日常的に活用されるに至っている。また、省スペースを実現するために、これらのデジタル可視化機器を小型軽量化する社会的必要性も大きく、商品性も小型・軽量によって評価される。

デジタル可視化機器は、信号を処理するLSI(Large Scale Integrated)回路とそれに電力を供給する電源から構成される。LSI回路は、半導体技術の発展に伴い極めて高密度・高速処理を実現し、CPU(Central Processing Units)など

に広く活用されるに至っている。同時に、電源においては、小型軽量化が主に二通りの方途で実現されている。第一は、電源の主要部分である変圧器や電動機などの磁気素子の高周波駆動によるものである。第二は、高周波駆動で低損失を実現する磁性材料の開発によるものであり、また、情報記録メディアとしての磁気記録材料開発も活発に行われている。

本論文は、デジタル可視化機器を構成する主要部品である電源の小型軽量化を実現する低損失磁性材料の開発に必要な測定装置に関する研究の一端である。

磁性材料は、自発磁化を有するため磁区構造を形成する。そのため、磁性材料の評価は外部から加えられる磁界の強度や方向等に対する磁区構造の変化でなされる。これは、磁界分布を高精度に制御する必要性があること

を意味する。

本論文では、逆問題的手法に基づいた新しい磁界分布制御の方法論を提案し、その第一段階として、単一平面励磁コイルにより所望の磁界分布を実現することを試みる。

逆問題的手法に基づいた磁界分布制御装置の設計法は、線形システム方程式  $Y=CX$  を解くことに帰する。ここで、 $Y$  は所望の磁界分布を表すベクトル、 $C$  はグリーン関数の空間微分から生成されるシステム行列、そして、 $X$  は、推定すべき電流分布を表すベクトルである。システム行列  $C$  は、多くの場合、不適切な特異行列となり、所望の磁界分布を実現する電流分布を推定するためには、不適切な線形システム方程式を解かなければならない。この不適切な線形システム方程式を解くために、本論文では、最小自乗法と GVSPM (Generalized Vector Sampled Pattern Matching) 法による 2 方法を適用する。<sup>(1)(2)</sup> 更に、この逆問題的手法の妥当性を実験的に検証する。

## 2. 磁界分布制御装置の設計

### 2.1 システム方程式

磁性材料の上方から、磁区構造の変化を観察する磁界分布制御装置のモデルとして、図 1 に示す装置を考える。

上方の正方面が所望の磁界分布を実現する範囲であり、下方の正方面が磁界を生成する電流分布面である。所望の磁界分布を表すベクトルを  $Y$  とし、推定すべき電流分布を表すベクトルを  $X$ 、そして、磁界ベクトル  $Y$  と電流ベクトル  $X$  間の関係を表す  $n$  行  $m$  列のシステム行列を  $C$  とすれば、解くべきシステム方程式は(1)式で与えられる。

$$Y = CX \quad (1)$$

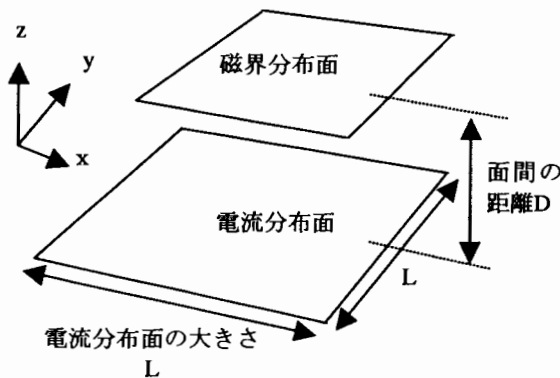


図1. 磁界分布制御装置のモデル

### 2.2 最小自乗解

(1)式は、多くの場合、式の数  $n$  と未知数の数  $m$  が一致しない不適切な線形システム方程式となる。しかしながら、式の数  $n$  が未知数の数  $m$  よりも多い場合、すなわち、 $n > m$  の条件下において、(1)式に最小自乗法を適用することが可能であり、(2)式に示す誤差ノルムを最小にするような最小自乗解を(3)式を得ることができる。<sup>(3)(4)</sup>

$$\varepsilon = |Y - CX| \quad (2)$$

$$X = (C^T C)^{-1} C^T Y, \quad n > m \quad (3)$$

### 2.3 GVSPM (Generalized Vector Sampled Pattern Matching) 法

#### 2.3.1 基礎方程式

最小自乗法は、不適切な線形システム方程式を解く一解法であるが、必ず条件  $n > m$  を満足しなければならない。この条件を克服する方法として、システム行列の逆行列を必要としない反復型逆問題解析法である GVSPM 法を提案する。<sup>(1)(2)(5)</sup>

(1)式は(4)式のように書き直すことも可能である。

$$Y = \sum_{i=1}^m x_i C_i \quad (4)$$

$$C = (C_1, C_2, C_3, \dots, C_m)$$

$$X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)^T$$

(4)式の両辺を入力ベクトル  $Y$  と列ベクトル  $C_i$  をそれぞれのノルムで正規化し、(5)式を得る。

$$\frac{Y}{|Y|} = \sum_{i=1}^m \left( x_i \frac{|C_i|}{|Y|} \right) \frac{C_i}{|C_i|} \quad (5)$$

$$\text{or} \\ Y' = C' X'$$

$$X' = \left[ x_1 \frac{C_1}{|Y|} \quad x_2 \frac{C_2}{|Y|} \quad \dots \quad x_m \frac{C_m}{|Y|} \right]^T$$

$$C' = \left[ \frac{C_1}{|C_1|} \quad \frac{C_2}{|C_2|} \quad \frac{C_m}{|C_m|} \right]$$

$$Y' = \frac{Y}{|Y|}$$

(4)式は入力ベクトル $\mathbf{Y}$ が必ずシステム行列の列ベクトル $\mathbf{C}_i$ との線形結合で与えられることを意味する。したがって、 $k$ 回目の反復解が与える入力ベクトル $\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}$ と入力ベクトル $\mathbf{Y}$ 間の角度の余弦成分、

$$f[\mathbf{X}^{(k)}] = \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{C}\mathbf{X}^{(k)}|} = \frac{\mathbf{Y} \cdot |\mathbf{Y}| \mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{Y}| |\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}|}$$

$$= \mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}|} \quad (6)$$

を解の評価関数とし、

$$f[\mathbf{X}^{(k)}] \rightarrow 1 \quad (7)$$

とすることで、正規化したシステム方程式(5)式を満足する $k$ 回目の反復解 $\mathbf{X}^{(k)}$ を得る。

### 2.3.2 反復解の一般式

(7)式より、(8)式がゼロになる $\mathbf{X}^{(k)}$ を求めるのが目標である。

$$1 - f[\mathbf{X}^{(k)}] = 1 - \mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}|} \quad (8)$$

(8)式の両辺に正規化された入力ベクトル $\mathbf{Y}'$ を掛け算すれば

$$\mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k)}|} = 0 \quad (9)$$

を得る。

(9)式の反復計算の初期値を $\mathbf{X}^{(0)}$ とすれば、

$$\Delta \mathbf{Y}^{(1)} = \mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(0)}}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(0)}|} = \mathbf{C}' \cdot \Delta \mathbf{X}^{(1)} \quad (10)$$

を得る。

従って、 $I_m$ を $m$ 次単位正方行列とすれば、(10)式の $k$ 回目の $\mathbf{X}^{(k)}$ を与えるGVSPM法の一般式は、(11)式で定義される。

$$\mathbf{X}^{(k)} = \mathbf{X}^{(k-1)} + \mathbf{C}'^T \Delta \mathbf{Y}^{(k-1)}$$

$$= \mathbf{C}'^T \mathbf{Y}' + \left[ I_m - \frac{\mathbf{C}'^T \mathbf{C}'}{|\mathbf{C}' \mathbf{X}^{(k-1)}|} \right] \mathbf{X}^{(k-1)} \quad (11)$$

## 2.4 例題

### 2.4.1 目標磁界分布

多くの磁性材料の磁区構造評価は均一磁界分布を前提としてなされる。そこで、図1のモデルにおいて、上方の正方形面上に与えられる所望の磁界分布を図2に示す均一磁界とし、下方の正方形面に流れる電流分布を推定する問題を考える。

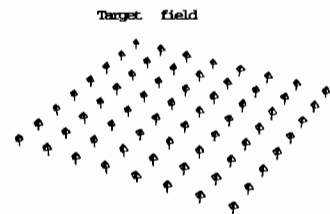


図2. 所望の磁界分布

### 2.4.2 電流分布

推定された電流分布を評価するために、所望の磁界分布と推定電流分布が生成する磁界分布との一致度合いを表す評価関数を(12)式で定義する。

$$f_z = \frac{|\mathbf{H}_1|}{|\mathbf{H}_x| + |\mathbf{H}_y| + \sum_{i=2}^k |\mathbf{H}_i|} \quad (12)$$

ここで、 $|\mathbf{H}_x|, |\mathbf{H}_y|$  は、x,y 向磁界成分のノルムであり、

所望の磁界分布以外の成分である。更に、 $|\mathbf{H}_1|, \sum_{i=2}^k |\mathbf{H}_i|$  は、

図2に示す所望の磁界分布成分と他の磁界分布成分のノルムである。所望の磁界分布成分とそれ以外の磁界分布

成分 $\mathbf{H}_1, \sum_{i=2}^k \mathbf{H}_i$ は、ドビッシーの2次基底関数を用いた離

散値系直交ウェーブレット変換による多重解像度解析を適用して分離される。<sup>(6)(7)</sup>従って、(12)式の評価関数 $f_z$ が大きいほど良好に所望の磁界分布が生成可能であることを意味する。

図1で、面間の距離Dを5mmから15mm、電流分布面の縦または横の長さLを15cmから20cmまで変化させ、最小自乗法、GVSPM法を用いて所望の磁界分布を実現する電流分布の推定を行った。

図3は、DとLに対する評価関数 $f_z$ の変化を示し、図3(a)が最小自乗法、図3(b)がGVSPM法によるものである。最小自乗法による評価関数の最大値は、設計パラメータD=5mm、L=20cmで、 $f_z=27.62$ をとる。一方、GVSPM法による評価関数の最大値は、設計パラメータD=5mm、L=20cmで、 $f_z=16.67$ をとる。評価関数の最大値は解法によって異なるが、最小自乗法、GVSPM法共に、共通な設計パラメータD=5mm、L=20cmを与えていることが確認できる。

図4,5は、設計パラメータD=5mm、L=20cmにおける推定電流分布と推定電流分布が生成する磁界分布を示す。図4,5から、最小自乗法、GVSPM法により推定された電流分布は、ほぼ同等な分布を示し、最小自乗法、GVSPM法により推定された電流分布が生成する磁界分布は、それぞれ図2に示す所望の磁界分布を良好に再現していることがわかる。以上の結果から、我々が提案した最小自乗法、GVSPM法による逆問題的手法により所望の磁界分布を実現する電流分布を良好に推定可能であることが判明した。

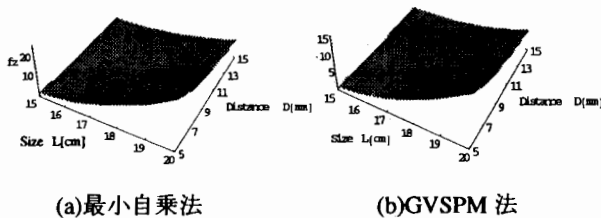


図3. 評価関数 $f_z$ の変化

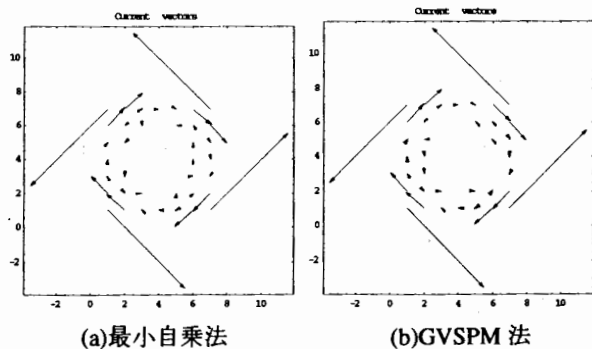


図4. 推定された電流分布

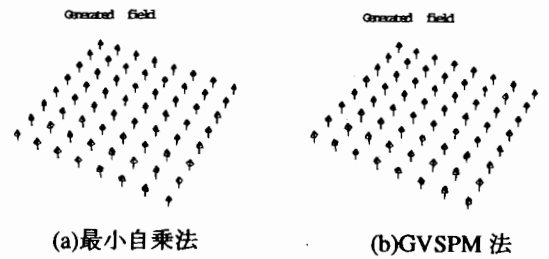


図5. 推定された電流分布が生成する磁界分布

## 2.5 検証実験

### 2.5.1 目標磁界分布

図6に示す励磁コイルをサンプルとして、我々が提案した逆問題的手法の妥当性を実験的に検証する。この励磁コイルに周波数10kHz、1Aの電流を流し、基板上、高さ1cm、10cm×10cmの平行面上で測定された磁界分布を図7に示す。図7に示した磁界分布を所望の磁界分布とし、この磁界分布を実現する電流分布の推定を行う。

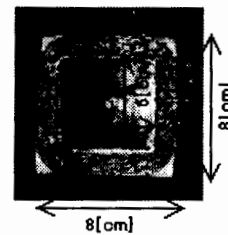


図6. 供試励磁コイル



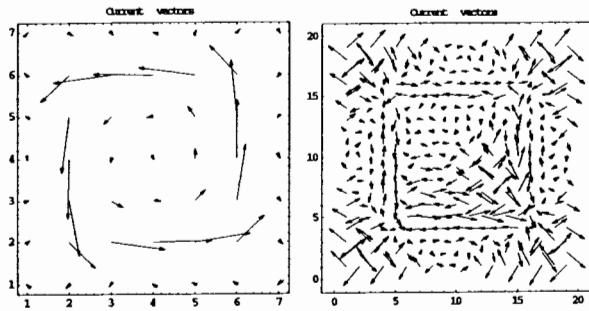
図7. 供試励磁コイルが生成する磁界分布

### 2.5.2 電流分布

図7の磁界分布から最小自乗法、GVSPM法を用いて推定した電流分布を図8に示す。

図8に示す推定電流分布には、多くのノイズベクトル成分が含まれる。このノイズベクトルを除去し、主要な電流ベクトルを抽出するために、図7のx,y,z磁界成分から、それぞれ独立に推定した電流分布を、それぞれの最大値を1へ正規化し、畳み込み演算により共通部分を抽出する。(5)(8)

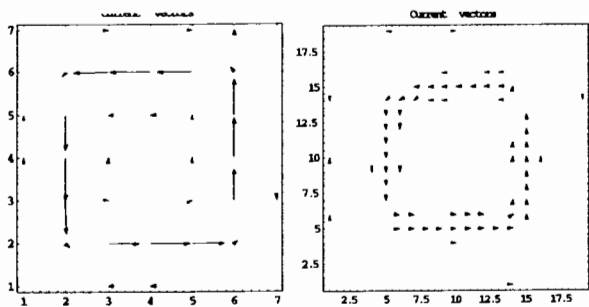
図9は、正規化した電流分布に畳み込み演算を行い抽出された主要電流分布である。これより、最小自乗法、GVSPM法共に図6に示した励磁コイルの形状を良好に再現していることが確認できる。以上の結果より、我々の方法の妥当性を実験的に検証することができた。



(a)最小自乗法

(b)GVSPM 法

図 8. 推定された電流分布



(a)最小自乗法

(b)GVSPM 法

図 9. 畳み込み演算によって抽出された  
主要電流分布

### 3. まとめ

本論文は、デジタル可視化機器を構成する電源の小型軽量化を実現する低損失磁性材料開発に必要な磁界分布制御において、逆問題的手法に基づいた新しい方法を提案し、その第一段階として、単一平面励磁コイルにより所望の磁界分布を実現することを試みた。

その結果、本論文で提案した逆問題的手法が物理的に実現可能な結果を与え、シミュレーション、検証実験により本手法の妥当性を確認した。

### 参考文献

- (1) K.Yoda, et al, "Dose optimization of proton and heavy ion therapy using generalized sampled pattern matching," Phys.Med.Biol, IOP Publishing, 1997.
- (2) I.Marinova, et al, "Estimation of Current Distribution within Conductors by Field Measurements," INVERSE PROBLEMS IN ENGINEERING MECHANICS (M.Tanaka, G.S.Dulikravich Eds, Elsevier), (Mar.1998) .
- (3) H.Takahashi, S.Hayano, Y.Saito, "Visualization Of The Currents On The Printed Circuit Boards", IEEE Visualization 1999, Late Breaking Hot Topics, pp.37-40, Oct. 1999.
- (4) 若林、早野、齋藤、國井、堀井、佐久間、"画像の固有パターンと磁界分布解析への応用"、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-99-142、15-18 (1999年11月) .
- (5) 関島、早野、齋藤、澤田、堀井、"一般化 SPM 法による二次元電流分布推定"、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-99-151、25-29 (1999年11月) .
- (6) 斎藤兆古 著、Mathematica によるウェーブレット変換 (朝倉書店、1996年9月) .
- (7) 斎藤兆古 著、ウェーブレット変換の基礎と応用 (朝倉書店、1998年4月) .
- (8) 宮原、早野、齋藤、"準3次元電流分布測定法とその応用"、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-99-15、35-39 (1999年11月) .

原稿受付日

平成 12 年 10 月 17 日