

高周波における磁化特性と構成式

High Frequency Magnetization Characteristics
and Its Constitutive Equation宮崎 淳 , 早野 誠治 , 斎藤 兆古
A.Miyazaki , S.Hayano and Y.Saito法政大学 工学部
College of Engineering , Hosei University.

1. まえがき

DC-DCコンバータで代表されるスイッチング電源は、小型、軽量化の要求から、高周波化を余儀なくされている。他方、スイッチング周波数の高周波化は半導体のスイッチングノイズを喚起し、結果として小型、軽量化の要求はノイズ発生を促進することに至っている。このノイズを抑圧するために、可飽和リアクトルを用いた磁気スナバ回路などが提案されている [1]。

筆者等はこのような現状に鑑み、高周波における磁化特性を表す構成式を提案し、さらに高周波における磁性材料の動作を解析し、その結果からリアクトルやトランスのより最適な設計指針を得る必要性を痛感した。

高周波におけるリアクトルやトランスは、多くの場合飽和に至るほど高磁束密度領域で動作されず、比較的低磁束密度領域で動作される。このため、磁気ヒステリシスループは楕円状になることが知られている [2]。筆者等は、磁性材料の磁化特性が、C h u a 型モデルによって極めてよく再現されていることを報告した [3,4]。このC h u a 型モデルで、パラメータを一定値とした線形化モデルは楕円ヒステリシスループを呈することが報告されている [2,3]。本稿では、線形化したC h u a 型モデルを用いて複素透磁率を導き、従来の磁気余効プロセスから導かれる複素透磁率と比較し、両者が同一の周波数特性を有することを指摘する。更に、応用例として、フェライトコア中の磁束分布を有限要素法によって求め、実験値と比較してその妥当性を吟味する。

2. 高周波における磁化特性

2.1 線形化C h u a 型モデル

透磁率を μ 、可逆透磁率 μ_r 、さらにヒステリシス係数を s とすれば、磁界 H と磁束密度 B の関係は、C h u a 型モデルによって、

$$H + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} , \quad (1)$$

と表される [3,4]。

高周波におけるヒステリシスループが楕円形となる事実は、磁界 H も磁束密度 B も正弦波状に時間 t に対して変化し、両者の位相が異なることにほかならない。従って、(1)式でパラメータ μ 、 μ_r 、 s を一定値と線形化し、複素

記号法 $d/dt = j\omega$ を (1) 式に適用する。よって、

$$(1 + j\omega \frac{\mu_r}{s}) \hat{H} = (\frac{1}{\mu} + j\omega \frac{1}{s} \hat{B}), \quad (2)$$

を得る。ただし、 $\hat{}$ は複素量を示す。(2) 式から、複素透磁率 $\hat{\mu}(\omega)$ を求めると、

$$\hat{\mu}(\omega) = \frac{\hat{B}}{\hat{H}}, \quad (3)$$

であるから、

$$\hat{\mu}(\omega) = \mu \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} - j \frac{\omega (\mu - \mu_r) s}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\}, \quad (4)$$

を得る。

ここで、(4) 式の複素透磁率で実数部を $\mu_R(\omega)$ 、虚数部を $\mu_I(\omega)$ とすれば、損失角 $\tan \delta$ を絶対値で表わすと、

$$\tan \delta = \frac{\mu_I(\omega)}{\mu_R(\omega)} = \frac{\omega (\mu - \mu_r) s}{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}, \quad (5)$$

となり、 $\tan \delta$ が最大となる周波数 f_m は $d(\tan \delta)/dt = 0$ より、

$$f_m = \frac{s}{2\pi \sqrt{\mu \mu_r}}, \quad (6)$$

と表わされ、最大値は、

$$\tan \delta |_{\max} = \frac{\mu - \mu_r}{2\sqrt{\mu \mu_r}}, \quad (7)$$

で与えられる。(5) 式で、 ω を零または無限大にしたとき、いずれも零となるから、損失すなわち楕円ループの面積が最大となる周波数 f_m は、ある特定の周波数 (6) 式で与えられ、その時の損失角はヒステリシス係数 s に無関係に (7) 式によって与えられる。これは、最大損失を与える周波数はヒステリシス係数 s に比例し、最大損失そのものは透磁率 μ と可逆透磁率 μ_r に依存することを意味する重要な関係である。

次に複素透磁率 $\hat{\mu}(\omega)$ の周波数特性を吟味する。 $\hat{\mu}(\omega)$ の極限をとると、

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \mu_R(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mu \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} = \mu, \quad (8a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu_R(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} = \mu_r, \quad (8b)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \mu_1(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mu \left\{ \frac{\omega(\mu - \mu_r)s}{s^2 + (\omega\mu)^2} \right\} = 0, \quad (8c)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu_1(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu \left\{ \frac{\omega(\mu - \mu_r)s}{s^2 + (\omega\mu)^2} \right\} = 0, \quad (8d)$$

となるから、低周波数領域では透磁率 μ で支配され、高周波数領域では可逆透磁率 μ_r で支配されることがわかる。また、損失発生の原因となる複素透磁率 $\hat{\mu}(\omega)$ の虚数部 $\mu_1(\omega)$ は、低周波数でも高周波数でも零となり支配的ではないが、その値が最大となる周波数 f_1 は、 $d\mu_1(\omega)/d\omega = 0$ より、

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{s}{\mu} \right), \quad (9)$$

で与えられる。さらに(8a)、(8b)、(9)式の結果から、線形化されたChua型モデルのパラメータは、

$$\mu = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mu_r(\omega), \quad (10a)$$

$$\mu_r = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu_r(\omega), \quad (10b)$$

$$s = 2\pi f_1 \mu, \quad (10c)$$

で与えられる。

2. 2 磁気余効による複素透磁率

磁気余効が、緩和時間を τ として指数関数状の変化で表わせると考えてみよう [5]。すなわち、

$$M = \chi_m H (1 - e^{-t/\tau}), \quad (11)$$

とする。ここで、 M と χ_m はそれぞれ磁化ベクトルと磁化率である。(11)式を時間 t で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \frac{1}{\tau} \chi_m H e^{-t/\tau}, \\ &= \frac{1}{\tau} (\chi_m H - M), \end{aligned} \quad (12)$$

の関係が得られる。さて、いま磁性体を $H = H_0 e^{j\omega t}$ なる交流磁界で磁化したとすれば、磁化 M は $M = \hat{\chi}(\omega) H_0 e^{j\omega t}$ で $\chi_m H = \hat{\chi}(\omega) H_0 e^{j\omega t}$ に各瞬間で追従しようとするから、これらを(12)式に代入して、

$$j\omega \hat{\chi}(\omega) H_0 e^{j\omega t} = \frac{1}{\tau} \{ \chi_m H_0 e^{j\omega t} - \hat{\chi}(\omega) H_0 e^{j\omega t} \}, \quad (13)$$

を得る。ここで、 $\hat{\chi}(\omega)$ は複素磁化率である。(13)式を整理して、

$$\hat{\chi}(\omega) = \frac{\chi_m}{1 + j\omega\tau}, \quad (14)$$

となり、複素磁化率 $\hat{\chi}(\omega)$ と磁気余効から導かれる複素透磁率 $\hat{\mu}(\omega)$ の関係は、

$$\hat{\mu}(\omega) = \mu_0 + \mu_0 \hat{\chi}(\omega), \quad (15a)$$

$$= \mu_0 \left(\frac{1 + \chi_m + \omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} - j \frac{\omega \tau \chi_m}{1 + \omega^2 \tau^2} \right), \quad (15b)$$

$$= \frac{\mu + \omega^2 \tau^2 \mu_0}{1 + \omega^2 \tau^2} - j \frac{\omega \tau (\mu - \mu_0)}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (15c)$$

となる。ここで、 μ_0 は真空中の透磁率であり、また $\mu = \mu_0 + \mu_0 \chi(\omega)$ としている。(4)式を $\tau_0 = \mu/s$ として変形すると、

$$\hat{\mu}(\omega) = \frac{\mu + \omega^2 \tau_0^2 \mu_r}{1 + \omega^2 \tau_0^2} - j \frac{\omega \tau_0 (\mu - \mu_r)}{1 + \omega^2 \tau_0^2}, \quad (16)$$

となる。

従って、(15c)式と(16)式の右辺の各項を比較すれば、 $\tau_0 : \tau$ および $\mu_r : \mu_0$ が対応し、両者は大きさは異なるが同様な周波数特性を示すこととなる。換言すれば定性的な性質はまったく一致する。

2. 3 複素透磁率の周波数特性

Chua型モデルから導かれる複素透磁率

$$\hat{\mu}(\omega) = \mu_R(\omega) - j\mu_I(\omega), \quad (17)$$

の周波数特性をS型のヒステリシスループを呈するフェライト(TDK社、H5C2)と、角形のヒステリシスループを呈するフェライト(TDK社、K6A)について吟味した。実験、計算は共にフェライトコア中に表皮効果は無く、磁束は均一に分布するとした集中定数モデルを仮定して行なった。この仮定は、後述する分布定数系の有限要素解から妥当な仮定であることが示される。

Chua型モデルのパラメータである μ 、 μ_r 、 s はそれぞれ(10a)、(10b)、(10c)式を用いて決定し、次の値を得た。

	μ [H/m]	μ_r [H/m]	s [Ω/m]
H5C2	1.270×10^{-2}	3.104×10^{-5}	54.3
K6A	1.430×10^{-4}	1.079×10^{-4}	0.0279

表1 Chua型モデルにおけるパラメータ

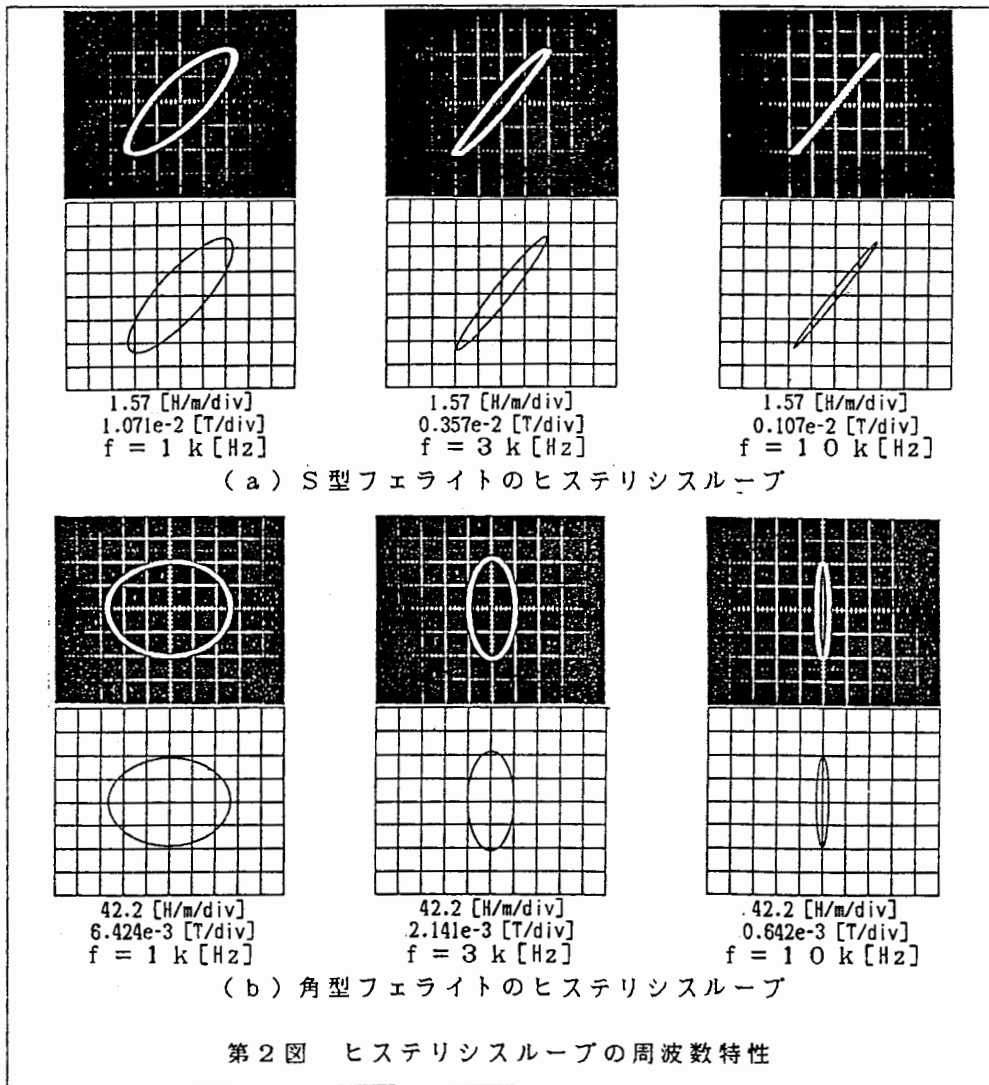
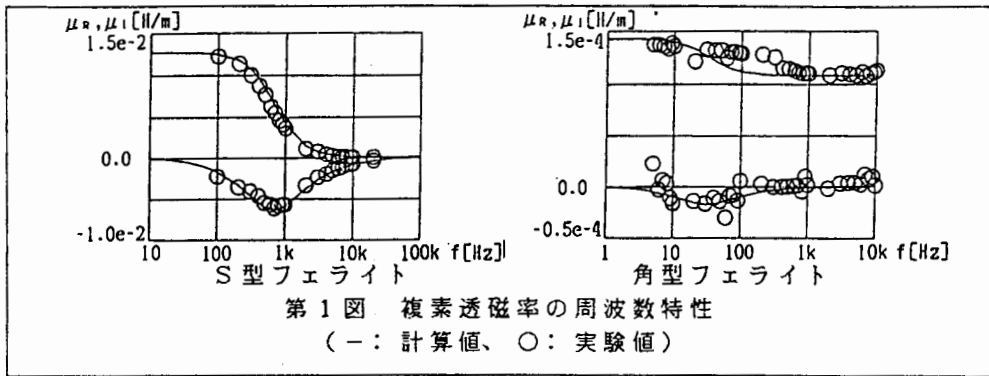


表1の値を用いて、第1図に複素透磁率の計算値と実験値の比較を示す。

また(17式)より、磁束密度Bは磁界Hが $H = H_m \cos(\omega t)$ で与えられるとき、次式で与えられ、

$$B = \sqrt{\mu_r(\omega)^2 + \mu_l(\omega)^2} H_m \cos(\omega t - \tan^{-1} \delta), \quad (18)$$

(18)式の磁束密度と磁界から得られるヒステリシスループと実験値との比較を第2図に示す。

第1図と第2図の結果は、実験値と計算値の比較的良好に一致していることから、Chua型モデルから導かれる複素透磁率が妥当なものであることを示している。

2. 4 分布定数系の周波数特性

変位電流が無視できる場合の電磁界系は、次の方程式で表わされる。

$$\nabla \times \hat{E} = -j\omega \hat{B}. \quad (19a)$$

$$\nabla \times \hat{H} = \hat{J}. \quad (19b)$$

$$\hat{J} = \kappa \hat{E}. \quad (19c)$$

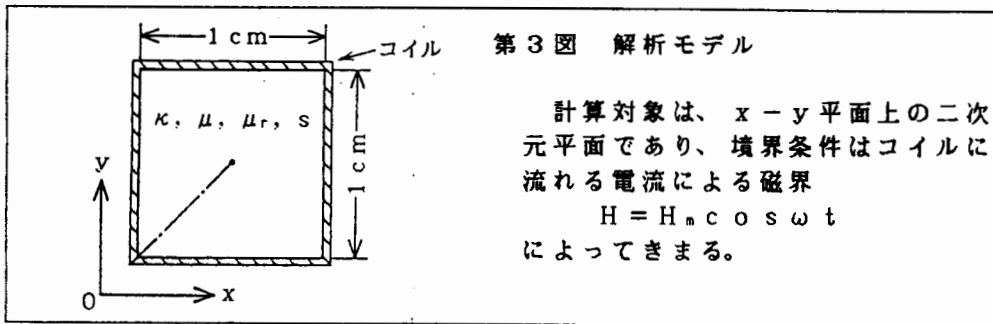
$$\hat{B} = \mu(\omega) \hat{H}. \quad (19d)$$

ここで、 \hat{E} 、 \hat{J} 、 κ はそれぞれ複素電界、複素電流さらに導電率である。

(19a) - (19d)を組み合わせて、次の方程式が得られる。

$$\nabla^2 \hat{B} + \alpha \hat{B} = 0. \quad (20a)$$

$$\alpha = \omega \kappa \mu \left(\frac{\omega \mu_r - j s}{s + j \omega \mu} \right). \quad (20b)$$



(20a)式は、係数 α が複素数になっている同次型のHelmholtzの方程式であるから、通常の有限要素法が適用できる[6]。計算対象はトロイダルコアの半径が充分大きく、コア部分から磁束は漏れないと仮定した $x - y$ 平面(第3図)の二次元領域である。

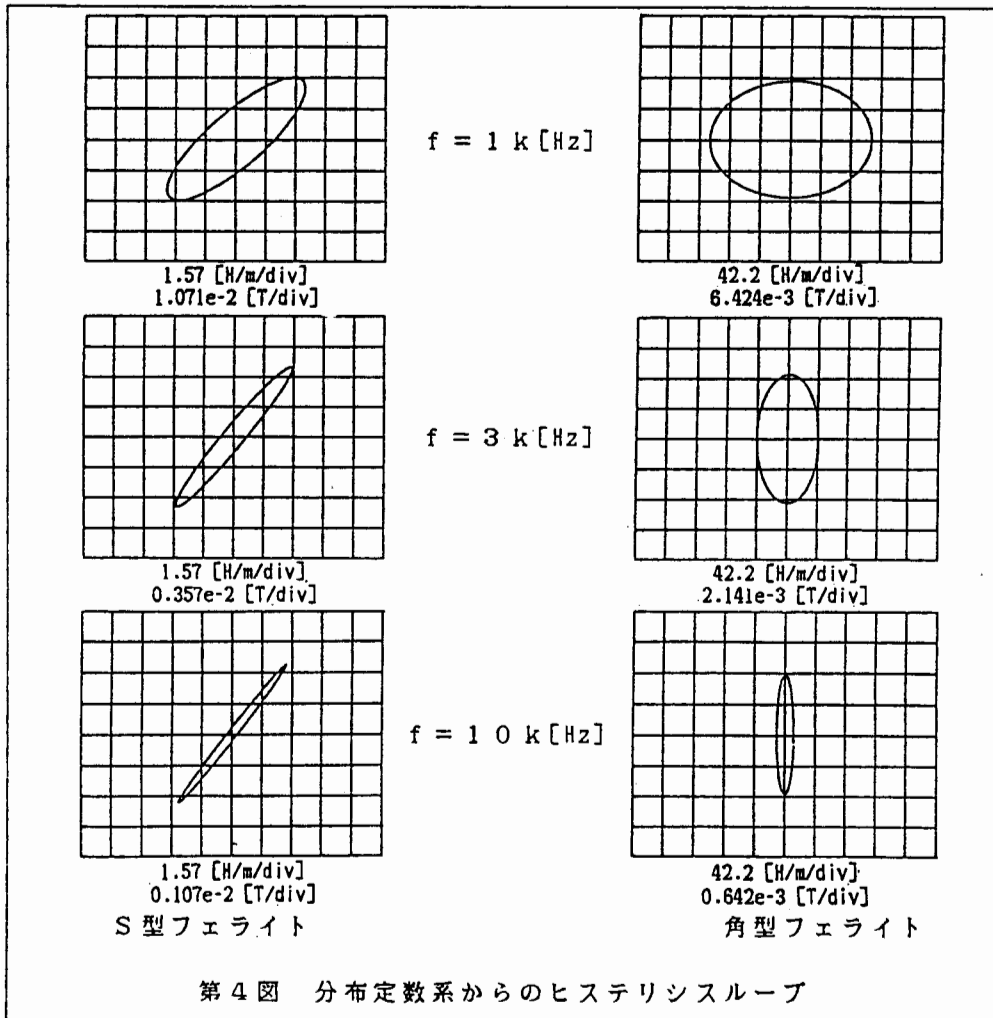
励磁コイルと接する境界で、磁束密度Bの境界条件は、

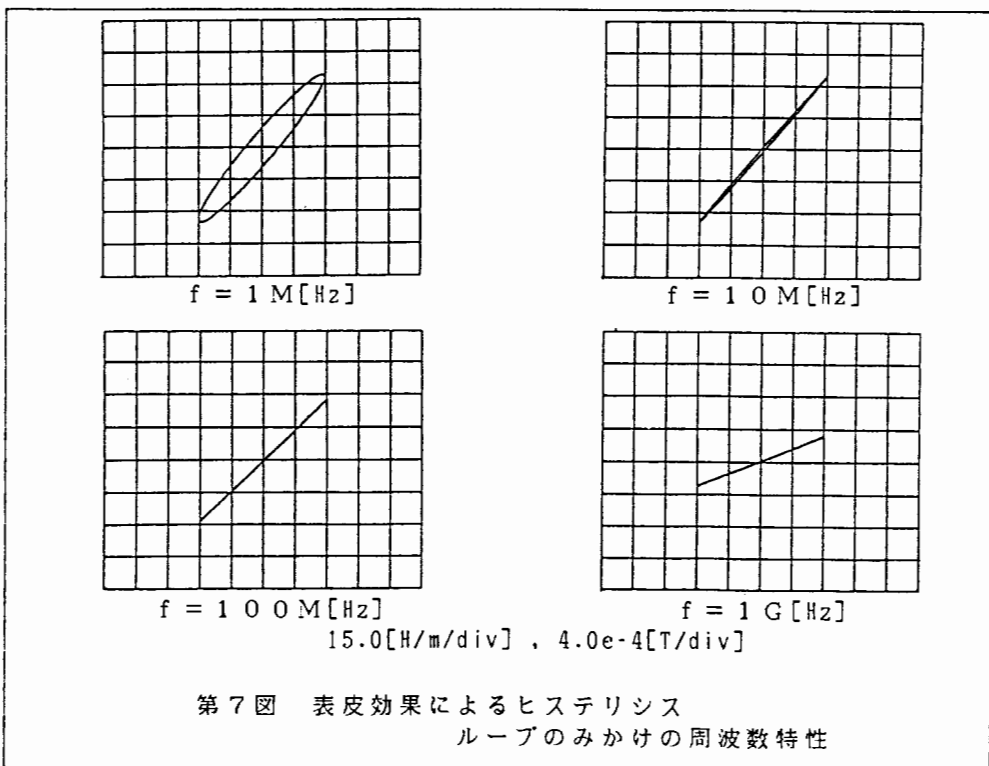
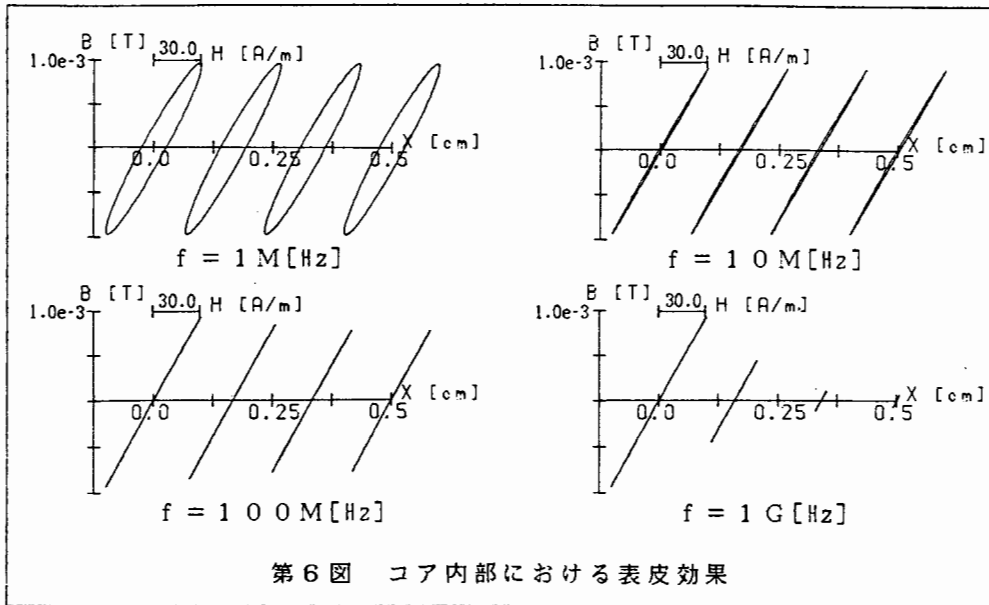
$$\frac{\widehat{B} \varepsilon^{j\omega t}}{\mu(\omega)} \Big|_{\text{コア}} = \widehat{H}_m \varepsilon^{j\omega t} \Big|_{\text{コイル}}, \quad (21)$$

で与えられる。

これらの式を用いて、第2図における周波数帯での有限要素解を求める。

第4図に、平均磁束密度と励磁磁界から得られるヒステリシスループを示す。また第5図には、このときのフェライトコア断面中(第3図の対角線上)のヒステリシスループ群を示す。第4図、第5図の結果から、集中定数モデルで仮定した均一磁束分布が成り立っていることがわかる。また、この程度の周波数では、十分にコア全体が機能していることが確認できた。これは、第2図のヒ





このS型フェライトの使用周波数帯の上限は、規格では100k[Hz]となっているが、図6の結果からかなりの余裕をもたせていることがわかる。

また、この周波数領域における複素透磁率 $\mu(\omega)$ は、第1図の結果からほぼ一定値であるにもかかわらず、見かけ上の複素透磁率は、表皮効果の影響で周波数特性を持つように観測されることが第7図よりわかる。

3、結言

本稿では、磁性材料の高周波磁化特性が、比較的低磁束密度領域で磁化されるため、楕円形のヒステリシスループを呈することを示した。さらに、線形化Chua型モデルから導かれる複素透磁率が、極めて忠実な高周波磁化特性の再現性を有することを示した。また、このChua型モデルから導かれる複素透磁率は、磁気余効から導かれる複素透磁率と定性的な周波数特性が一致することを示した。最後に、分布定数解を有限要素法によって求め、その結果から表皮効果に起因して見かけの複素透磁率が高周波で周波数特性を持つように振舞うことを示した。

<参考文献>

- [1] 二宮 他 、”スイッチング電源における磁気応用回路の諸問題”、電気学会マグネティックス研究会資料、MAG-89-68 (1989.3).
- [2] 斎藤 他 、”磁気履歴特性を含む系の有限要素解”、日本シミュレーション学会、第11回計算電気・電子工学シンポジウム、(1990.3) PP.131-136.
- [3] Y.Saito, et al, "Experimental Verification of a Chua Type Magnetization Model", IEEE, Trans., Magn., Vol.MAG-25, No.4, July (1989), pp.2968-2970.
- [4] 斎藤 他 、”磁化特性の表現とその応用”、日本応用磁化学会誌、Vol.13, No.5, (1989), pp.594-597.
- [5] 太田 恵造 、磁気工学の基礎Ⅱ -磁気の応用-、(共立出版、昭和59年4月)。
- [6] P.B.Silvester, et al, "Finite Element for Electrical Engineerings", (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1983).

原稿受付日	平成2年7月3日
-------	----------