

# 電源推定問題と生体系への応用

齋藤 兆古

## 1 はじめに

逆問題的発想は、恐らく 1823 年に数学者の Abel が、ある質量を持つ粒子をある速度で摩擦の無いスロープに投げ、粒子が投げた点に戻るまでの時間を測定し、スロープの形状を求めることを試みた時点まで遡ることができるであろう。すなわち、逆問題的発想の原点は、形状や媒質等が未知の対象に対して外部からある入力に対する応答を調べることで対象の形状や媒質等を求めんとすることにある。Abel の問題は対象の性質・媒質が既知であり、形状のみを未知としている、このような形状や媒質等を外部からの入力とその応答を既知情報として求める問題を本稿では媒質推定に関する逆問題 (Inverse parameter problem) と呼ぶ。一般に、媒質推定に関する逆問題は、得られる情報が理想的であれば、解析的に解くことができる。Abel の問題も Abel 型の積分方程式を解くことに帰し、Abel はスロープの形状を求めることに成功した[1]。これらの媒質推定に関する問題の実例として Computed Tomography (以下、CT と略記) がある。1917 年数学者の Radon が、ある対象に対してすべての方向からの投影データを得れば、対象物体の形状が求まることを証明した[1]。その後、 $r$  線を用いた Oldendorf の実験や Radioisotope を用いた Kuhl の実験成果を基礎として、Hounsfield と Anbrose が、CT の実現に成功した[2]。

他方、100 年以上の歴史を持つ逆問題として、地球表面上の引力分布の測定から地球内部の密度分布を求めんとする逆問題がある。媒質推定に関する逆問

### [筆者紹介]



さいとう よしふる。1975 年 3 月法政大学大学院工学研究科博士課程修了 (工学博士)。同年同大学助手、1976 年同講師、1978 年同助教授、1987 年同教授、現在に至る。電気機器、エネルギー変換工学および大学院応用数学、電磁力学、磁気工学の講座を担当。主として、計算電磁力学に関する研究に従事。International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Advisory Editorial Board, IEEE, 電子通信情報学会、電気学会、日本応用磁気学会、日本生体磁気学会、日本 AEM 学会、Electromagnetics Academy (MIT) 会員。

題との本質的な違いは、求める対象が形状や媒質等でなく地球表面上に引力を与える引力源分布であり、得られる情報が地球表面における引力分布のみであり、地球内部の情報は得られない点であろう。このような求める対象がフィールド源であり、且つ情報として得られるフィールドが全域でなく局所的である問題を本稿ではフィールド源推定に関する逆問題(Inverse source problem)と呼ぶ。Stokes(1867)や Neumann(1906)等は、フィールド源推定に関する逆問題は情報量(対象物内のフィールド)の欠落から、一意的な解が求まらずある程度の曖昧さを持つ解しか得られないとの結論を示している[1]。

近年 Superconducting quantum interference device(SQUID)の実用化と普及から、生体の発生する磁界から生体内の神経活動解明の研究が精力的にされている。体内の神経活動は電荷移動(電流)によって行われるから、生体表面の電磁界分布の測定により生体内の神経活動を推定せんとする生体系逆問題は電磁界源推定に関する逆問題であることは自明であろう。

従来の生体系逆問題解析法として、最小自乗法によって等価磁界源モデルである単一電流双極子を探索する方法[3]~[5]、フーリエ級数によって三次元磁界分布から二次元の電流分布を求める方法[6]~[8]、線形空間の最小ノルム法を用いて三次元電流分布を求める方法[9][10]、さらに測定された磁界の回転(rotation)演算を行い対象に投影するベクトルアローマップ法[11][12]等が提唱されている。

このような従来の解析法に対して、筆者等のグループは、測定された磁界分布から対象内の電流分布を推定する方法として、線形空間を張るベクトル間の角度に着目した Sampled Pattern Matching(以下、SPM と略記)法を提唱した[13]~[24]。その結果、SPM 法は、従来の電磁界源分布推定法[3]~[12]に比較して、解そのものでなく解の可能な分布を提示する方法であり、特に深さ方向の分布がより正確に推定可能である等の特徴を有することが判明した。本稿は、この SPM 法の生体系逆問題への応用について述べるものである。

## 2 生体系の逆問題

### 2.1 基礎方程式

静的電磁界系の支配方程式は微分形または積分形で表現されるが、本稿では、微分形の基礎方程式を議論の出発点とする。微分形の支配方程式は、 $\lambda$ を媒質のパラメータ、 $\phi$ をポテンシャルさらに $\sigma$ をフィールド源密度としたとき、次の Poisson の方程式で与えられる。

$$\nabla(\lambda \cdot \nabla \phi) = -\sigma. \quad (1)$$

(1)式で、全空間の $\lambda$ と $\sigma$ が与えられたとき、 $\phi$ を求める問題が古典的な解析問題であり順問題(forward or regular problem)と呼ばれる。

次に、全空間の $\lambda$ と $\phi$ が与えられたときフィールド源 $\sigma$ を求める問題は直

接問題(Direct or dual Problem)と呼ばれる。この直接問題は $\lambda$ と $\psi$ を(1)式の左辺に代入するのみであるから、順問題と同様に一意的な解が容易に得られる。

順問題と直接問題では媒質を表すパラメータ $\lambda$ は常に全空間で既知とした。しかし、 $\lambda$ が未知で、ポテンシャル $\psi$ とフィールド源 $\sigma$ が全空間で既知のとき、 $\lambda$ を求める問題は明らかに媒質推定に関する逆問題である。前述のように、媒質推定に関する逆問題は、理想的に情報が得られれば、解析的に解くことが可能である。

次に媒質のパラメータ $\lambda$ とフィールド源 $\sigma$ が未知量であり、ポテンシャル $\psi$ が全空間で既知とする問題を考える。(1)式の $\lambda$ を離散化されたある領域内で一定値を取るとして、(1)式を変形すれば、

$$\nabla^2\psi = -(\sigma/\lambda), \quad (2)$$

が得られる。これは、電磁界源を $\sigma/\lambda$ と見なすことを意味する。すなわち、 $\psi$ がすべての空間で既知であるから、直接問題となり、(2)式に $\psi$ を代入することで $\sigma/\lambda$ は一意的に求められるが、 $\sigma$ と $\lambda$ を分離することはできない。仮に、対象物の媒質パラメータ $\lambda$ が既知であっても、対象空間周辺の $\psi$ 、すなわち全域でなく局所的な $\psi$ からフィールド源 $\sigma$ は一意的に求まらず、電磁界源推定に関する逆問題となる。

本稿では、ポテンシャル $\psi$ が対象物の周辺の一部で既知としたとき、変形された電磁界源 $\sigma/\lambda$ 推定に関する逆問題を考える。これは、本来測定されるポテンシャル $\psi$ が常に媒質 $\lambda$ の位置依存的性質を含んで測定されることと、生体の電氣的媒質パラメータは生体の新陳代謝条件で異なるためである。

## 2.2 システム方程式

(2)式は(1)式の媒質に関する項 $\lambda$ が右辺に移されているため媒質に無関係となっている。従ってその積分形は、 $V$ をフィールド源が含まれる空間の体積として、

$$\psi = \int G(\sigma/\lambda) dV, \quad (3)$$

で与えられる。(3)式で $G$ は無遠点でフィールドが零となる場合のグリーン関数である。

フィールド源 $\sigma$ が電荷密度で、正の電荷密度から負の電荷密度まで空間的に広がる発散的な電界 $\mathbf{E}$ を作るとすれば、 $\psi$ はスカラーポテンシャルとなり、フィールド $\mathbf{E}$ は、 $\mathbf{E} = -\nabla\psi$ 、で与えられる。

フィールド源 $\sigma$ が電流密度のように、フィールド源を取り囲む閉じた磁界 $\mathbf{H}$ を作る回転的なフィールド源であれば、 $\psi$ はベクトルポテンシャルとなり、フィールド $\mathbf{H}$ は、 $\mathbf{H} = \nabla \times \psi$ 、で与えられる。

電界  $E$  や磁界  $H$  のフィールドを一般的に  $F$  と書き、このフィールドが  $n$  個の点で測定されたとする。さらに、フィールド源を含む体積  $V$  の空間が  $m$  個の微小体積  $v_i (i=1\sim m)$  に分割され、各微小体積の中で  $\sigma$  と  $\lambda$  が一定値  $\sigma_i, \lambda_i$  を取るとする。  $\nabla G$  又は  $\nabla \times G \mathbf{n}_r$  ( $\mathbf{n}_r$  は単位方向ベクトル) 演算を  $G'$  と書くとするれば、(3)式より

$$U = \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{d}_i, \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= [F_1, F_2, \dots, F_n]^T, \\ \mathbf{d}_i &= [G_{i1}', G_{i2}', \dots, G_{in}']^T, \\ \alpha_i &= (\sigma_i / \lambda_i) v_i, \quad i=1\sim m, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

の関係が得られる。(3)式も微小体積  $v_i$  中で  $\sigma_i$  と  $\lambda_i$  が一定値を取るとすれば、(4)式と同様な形に離散化できる。但し、(5)式中の既知ベクトル  $U$  と距離ベクトル  $\mathbf{d}_i$  はそれぞれ次式のように変形される。

$$\left. \begin{aligned} U &= [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T, \\ \mathbf{d}_i &= [G_{i1}, G_{i2}, \dots, G_{in}]^T. \end{aligned} \right] \quad (6)$$

静電界系では、 $\sigma_i$  と  $\lambda_i$  がそれぞれ電荷密度と誘電率に対応し、未知数  $\alpha_i$  (=電荷/誘電率) は電圧双極子[v-m]となる。静電流系では、 $\sigma_i$  と  $\lambda_i$  がそれぞれ湧き出し電流密度の発散と導電率に対応し、未知数  $\alpha_i$  (=電流/導電率) は静電界系と同様に電圧双極子[v-m]となる。これは電圧又は電界の測定だけでは静電界系か静電流系かの区別はできないことを意味する。静磁界系では、測定される既知ベクトルを磁界  $H$  としたとき、 $\sigma_i$  と  $\lambda_i$  がそれぞれ電流密度と単位値“1”となるため未知数  $\alpha_i$  (=電流密度×体積) は電流双極子[A-m]となる。(4)式で、解ベクトル  $S$  と行列  $D$  を

$$S = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m]^T, \quad (7)$$

$$D = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_m], \quad (8)$$

と定義すれば、(4)式は

$$U = DS, \quad (9)$$

と書ける。いま、既知ベクトル  $U$  の要素数  $n$  と解ベクトル  $S$  の要素数  $m$  が等しいとすれば  $D$  は正方行列となる。すなわち、体積  $V$  の分割個数  $m$  と同じ測定点数  $n$  を得たとき、行列  $D$  が正則行列である限り  $D$  の逆行列が存在し、解ベクトル  $S$  が求められることとなる。しかし、残念なことに行列  $D$  は変形された Vandermonde 型の行列となり、分割個数  $m (=n)$  の増加と共に  $D$  の行列式の値は零に近くなり、分割個数を無限大にしたとき、 $D$  は完全な特異行列となる。これは、電磁界源推定に関する逆問題が従来の解析的方法では解けない問題であることを意味する[13]。実際は、フィールドはある面上に沿って測定されるのに対し、電磁界源は立体空間中に存在するために、既知ベクトル  $U$  の要素数  $n$  は解ベクトル  $S$  の要素数  $m$  に比較して圧倒的に少なく、

$$m \gg n, \quad (10)$$

が成立する。(10)式の条件を前提に厳密な解を期待することは到底不可能であるため、多くの場合、解ベクトル  $S$  の要素を大部分零とし、最も支配的な電圧又は電流双極子を求める方法として

$$e = |U - U_a|^2, \quad (11)$$

等を最小化する最小自乗法的方法が使われるのが通例である[3]~[5]。ここで、 $U_a$  は仮定した双極子が測定点に与えるフィールドが構成するベクトルである。この方法では、特別な拘束条件を付加しない限り、一意的に決められる双極子の数は1個である。他の方法は、解ベクトル  $S$  を厳密に求めるのではなく解の分布を評価する方法が考えられる[9][10][13]~[22]。この方法では、個々の双極子は求められないが複数の局在する双極子の分布が求められる利点がある。(4)式を変形して

$$U = \sum_{i=1}^m \{ \beta_i \mathbf{d}_i + \sum_{j \neq i} \{ \beta_{ij} (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j) + \sum_{k \neq i, k \neq j} \{ \beta_{ijk} (\mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j + \mathbf{d}_k) + \dots \} \} \} \cdot \quad (12)$$

を得る。(12)式の右辺第1グループの係数は近似的に Cauchy-Schwarz の関係式により

$$\beta_i = U^T \mathbf{d}_i / (|U| |\mathbf{d}_i|), \quad i = 1 \sim m, \quad (13)$$

を計算し、第1グループの係数で  $\beta_h$  が最大値を取るとすれば、 $h$  点をパエロットポイント、 $\mathbf{d}_h$  をパエロットパターンとして、

$$\beta_{hj} = U^T (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j) / (|U| |\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j|), \quad j \neq h, j = 1 \sim m, \quad (14)$$

を計算し、第2グループの係数を求める。第2グループの係数で最大値を取る点とそのベクトルをそれぞれ第2パエロットポイントと第2パエロットパターンとし、同様なプロセスを式の数に等しい第  $n$  グループまで進めるか、係数が最大値を取るグループまでで打ち切り、グループ全体の加算平均を正規化された双極子分布とする。この方法を Sampled Pattern Matching 法と呼ぶ[13]~[22]。

### 2.3 理論的背景

(1)式で支配される系で、電磁界源推定に関する逆問題に対して導かれたシステム方程式(4)の物理的意味を考察する。考察事項は、1)電圧・電流双極子、2)(9)式の係数行列  $D$  の特異性、さらに3)SPM法である。

1) 双極子：通常の電磁気学のテキストで記述されている双極子は  $\pm q$  の電荷が微小距離離れて存在する場合に定義される電気双極子である。静磁界系の逆問題から導かれる電流双極子は電気双極子の時間微分に対応する。また、静電界系の逆問題から導かれる電圧双極子は電荷を媒質のパラメータである誘電率で割り算して得られるが、これは電気双極子をキャパシタンスで割り算した結果と解釈できる。さらに静電流系の逆問題で導かれる電圧双極子は電気双極子を時間微分して得られる電流双極子に抵抗を掛け算した結果と解釈できる。従って、基本となる双極子は最もポピュラーな電気双極子である。

2) 行列  $D$  の特異性：通常，正方行列を構成する列行列又は行行列において，ある任意の行または列がそれぞれ他の行又は列の定数倍に等しいとき，行列式の値は零になり特異行列となる．逆問題で導かれる行列  $D$  は，それを構成する列行列がフィールド源を含む領域の分割個数の増加に伴って隣接する列行列間で等しくなるため，分割個数  $m(=n)$ が多くなる程特異行列に近づく．これは，同じ方向の電流又は電圧双極子間の距離が近づく程測定点に同じパターンのフィールド又はポテンシャル分布を与えるためである．

3) SPM 法：まず最初に，SPM 法でパエロットポイントとパエロットパターンを求める過程を神経回路網の連想記憶の原理を用いて考える．尚，ここで使用するニューラルネットワークに関する用語は文献[25]を参照されたい．

(4)式を構成する列ベクトル  $\mathbf{d}_i(i=1\sim m)$ を正規化したベクトル  $\mathbf{d}_i' (= \mathbf{d}_i / \|\mathbf{d}_i\|)$ と対応する出力  $\Gamma_i$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_1' \text{ と } \Gamma_1 &= [1, 0, \dots, 0]^T, \\ \mathbf{d}_2' \text{ と } \Gamma_2 &= [0, 1, \dots, 0]^T, \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{d}_m' \text{ と } \Gamma_m &= [0, 0, \dots, 1]^T, \end{aligned}$$

を用いてシナプス結合が次式のように決められるとする．

$$W = \sum_{i=1}^m \Gamma_i (\mathbf{d}_i')^T = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1'^T \\ \mathbf{d}_2'^T \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{d}_m'^T \end{bmatrix}. \quad (15a)$$

(15a)式は各入力点の単位電磁界源による空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i(i=1\sim m)$ を教師信号  $\Gamma_i$ で学習させたこととなる．従って，ある測定された電磁界の既知ベクトル  $U$  の正規化したベクトル  $U' (= U / \|U\|)$ がこの基本パーセプトロンに入力された場合の出力は，

$$\Gamma = W \cdot U', \quad (15b)$$

となる．(15b)式の  $\Gamma$  は(13)式の  $\beta_i(i=1\sim m)$ を要素とする  $m$ 次の列ベクトルであり，既知ベクトル  $U'$  が単一電磁界源によるものであればその電磁界源に対応する要素の値  $\beta_i$  が1となり残りは総て1以下となり正確に想起したこととなる．SPM法の第1ステップでは，最大値となる要素のみに単位電磁界源が存在すると見なすから，明らかに非線形の演算を前提としている．この非線形の演算は基本パーセプトロンの敷居値に対応している．いま，この最初の解ベクトルが与える空間波形ベクトルを  $\mathbf{d}_h$ とすれば， $\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j(j=1\sim m, j \neq h)$ を正規化したベクトル  $(\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j) / \|\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j\|$ と対応する出力  $\Gamma_j'$ を用いて次のステップの学習を以下のように行う．

$$W' = \sum_{j \neq h}^m \Gamma_j' (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j)^{\prime T} = \begin{bmatrix} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_1)^{\prime T} \\ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_2)^{\prime T} \\ \dots\dots\dots \\ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_m)^{\prime T} \end{bmatrix}. \quad (15c)$$

ここで、 $(\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j)'$  と  $\Gamma_j'$  は

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_1)' \text{ と } \Gamma_1' &= [ 1, 0, \dots, 0 ]^T, \\ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_2)' \text{ と } \Gamma_2' &= [ 0, 1, \dots, 0 ]^T, \\ &\dots\dots\dots \\ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_m)' \text{ と } \Gamma_m' &= [ 0, 0, \dots, 0 ]^T, \end{aligned}$$

で与えられる。既知ベクトル  $U$  の正規化したベクトル  $U'$  がこのパーセプトロンに入力された場合の出力は、

$$\Gamma' = W' \cdot U', \quad (15d)$$

となる。 $\Gamma'$  は(14)式の  $\beta_{hj} (i=1 \sim m, j \neq h)$  を要素とする  $m-1$  次の列ベクトルである。従って、出力  $\Gamma'$  の中で最大値を取る要素が第2の単位電磁界源となる。第3, 4, ...の電磁界源を(15a)~(15d)式と同様にして求める。(15a)と(15b)式の第1ステップ、(15c)と(15d)式の第2ステップはそれぞれ基本パーセプトロンの第1層と第2層に相当し、理論上、第  $m$  層まで用いれば総ての単位電磁界源を含むこととなり、1ステップ毎に1単位電磁界源を求めるから必ず第  $m$  ステップまでには収束した解ベクトルが得られる。単純なニューラルネットによるSPM法の実行は巨大な計算機メモリーを重み関数  $W$  のために必要とし実用的でない。特に、後層の重み関数を予め決定しておくことは不可能に近い。(13)、(14)式で述べたSPM法のアルゴリズムは学習過程と想起過程を最も効率良く動的に実行する方法である。以上のように、SPM法のパレットポイントとパレットパターンを求める過程はニューラルネットの連想記憶の概念でその理論的根拠を総て説明できる[25]。しかし、単純なニューラルネットワークと比較して、1)教師信号付き学習過程は解析的に行われる。2)敷居値は単純なマッカーローピッツ形のように一定値でなく、入力に応じて決まる出力の最大値を敷居値としている。さらに、3)各層のパーセプトロンには同じ入力を与えられる等の点で異なっている。このようにして得られた単位電磁源(パレットポイント)の分布で表した解パターンをパレットポイント解と呼ぶ[15]~[17]。

次に、因子分析法を用いてSPM法の理論を考える。SPM法は明らかに因子分析法を一般化した方法であり、従来の因子分析法は(12)式右辺の第1グループの演算(13)式に対応する[26]。しかし、SPM法は、(12)式の右辺第1項のみならず、残りの項にも因子分析を適用する。このためSPM法は従来の因子分析法を拡張した一般化因子分析法と考えられる。

最後に、加算平均された解についてフーリエ級数を用いて考える。通常のフーリエ級数が基底関数の直交性を前提とするのに対し、SPM法は必ずしも直交性の成立しない空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i (i=1 \sim m)$  を基底関数とする不完全フーリエ級数法の一つであることを示す[21][22]。(4)式のシステム方程式は、明らかに測定電磁界ベクトル  $\mathbf{U}$  が、電磁界源の大きさ  $a_i$  と空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$  の積和で与えられることを示している。換言すれば、 $a_i$  は空間座標上の電磁界源スペクトラムを表し、 $\mathbf{d}_i$  は空間波形分布を表すベクトルである。(4)式は

$$\frac{\mathbf{U}}{\|\mathbf{U}\|} = \sum_{i=1}^m \frac{\|\mathbf{d}_i\|}{\|\mathbf{U}\|} a_i \frac{\mathbf{d}_i}{\|\mathbf{d}_i\|} = \sum_{i=1}^m \beta'_i \frac{\mathbf{d}_i}{\|\mathbf{d}_i\|} \quad (16a)$$

と変形できる。 $\beta'_i$  は、正規化された電磁界源の空間スペクトラムであって

$$\beta'_i = \frac{\|\mathbf{d}_i\|}{\|\mathbf{U}\|} a_i, \quad (16b)$$

で与えられる。(16b)式は、正規化された電磁界源の空間スペクトラム  $\beta'_i$  が空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$  のノルムに比例することを意味する。これは、空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$  のノルムが大きい程、空間スペクトラム  $\beta'_i$  は大きくなり、 $\mathbf{d}_i$  のノルムの大きさは、一般に(3)式のグリーン関数  $\mathbf{G}$  が距離に反比例するため、フィールドの測定点と電磁界源の入力点が近い程大きくなる。従って、測定点に近い程、その点の空間スペクトラム  $\beta'_i$  は大きくなり正確に求まることとなる。(16a)式と正規化された空間波形分布ベクトル  $\mathbf{d}_i/\|\mathbf{d}_i\|$  の内積をとると、

$$\frac{\mathbf{U}^T \mathbf{d}_i}{\|\mathbf{U}\| \|\mathbf{d}_i\|} = \beta'_i - \sum_{j=1}^m \beta'_j \frac{\mathbf{d}_j^T \mathbf{d}_i}{\|\mathbf{d}_j\| \|\mathbf{d}_i\|} \quad (16c)$$

を得る。(16c)式で空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$  と  $\mathbf{d}_j (i \neq j)$  が直交すれば、(13)式で与えられる  $\beta_i$  は厳密に正規化された電磁界源のスペクトラムとなる。しかし、(16c)式の右辺第2項は

$$-1 < \frac{\mathbf{d}_j^T \mathbf{d}_i}{\|\mathbf{d}_j\| \|\mathbf{d}_i\|} < 1, \quad i \neq j, \quad (16d)$$

であって、空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$  と  $\mathbf{d}_j (i \neq j)$  間で完全に直交性が成り立つとは限らない。従って、(13)式のパターン一致指数  $\beta_i$  は正規化された電磁界源の空間スペクトラム  $\beta'_i$  の第1近似を与えることとなる。次に(16c)式で最大値をとる空間波形ベクトル(パレットパターン)  $\mathbf{d}_h$  と残りの空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_j (j=1 \sim m, j \neq h)$  を合成した空間波形ベクトルに既知空間波形ベクトル  $\mathbf{U}$  が分解されると仮定する。すなわち、

$$\mathbf{U} = \sum_{j \neq h}^m \beta_{hj} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j), \quad (16e)$$

とする。(16e)式で、第1ステップで求められた  $\mathbf{d}_h$  のベクトルに他のベクトル  $\mathbf{d}_j (j \neq h)$  を追加することは、ベクトル  $\mathbf{d}_h$  の空間波形パターン、すなわち十と一の2極の電磁界分布に他の単位入力による空間波形パターン  $\mathbf{d}_j$  を追加して得られる4極の電磁界分布パターンに対して空間スペクトラムアナリシスを



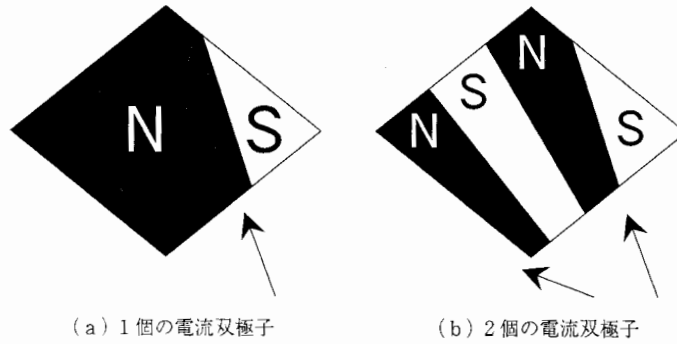


図1 立方体中の電流双極子が上方の測定面へ与える法線方向の磁界分布パターン。

行うことを意味している。(16e)式から(16c)式と同様にして、正規化された電磁界源スペクトラム  $\beta_{hj}'$  を求めると、

$$\frac{U^T(\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j)}{\|U\| \|\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j\|} = \beta_{hj}' - \sum_{\substack{k=h \\ k=j}}^m \beta_{hk}' \frac{(\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_h)^T (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j)}{\|\mathbf{d}_k + \mathbf{d}_h\| \|\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_j\|} \quad (16f)$$

で与えられる。従って、(14)式のパターン一致指数  $\beta_{hj}$  は正規化された4極の電磁界源分布の空間スペクトラム  $\beta_{hj}'$  の第1近似を与えることとなる。以上のことから、SPM法はシステム方程式を(12)式のように多くのパターンを持つ形に変形しているが、これは図1(a)に示すように、(12)式の第1グループは1個の双極子の測定点へ与えるパターンを意味する。他方、第2グループは、図1(b)に示すように、2個の双極子の測定点へ与えるパターンを意味する。換言すれば、第1グループの双極子は常に測定点へ正と負の2極の分布のみを与えるグループであり、第2グループの双極子は常に測定点へ正と負の4極の分布のみを与えるグループである。同様に高次のグループ程多くの正・負対の極分布を与えることを意味する。これは、(12)式右辺の各グループの空間波形ベクトル  $(\mathbf{d}_i, \mathbf{d}_i + \mathbf{d}_j, \dots, i=1 \sim m, i=1 \sim m, j \neq i)$  が互いに直交するとすれば、(13)式は空間波形の基本波、(14)式は第2高調波のフーリエ係数を求める演算に対応することを意味する。しかし、(12)式右辺の各グループの空間波形ベクトルは必ずしも互いに直交しないため、(13)、(14)式は不完全なフーリエ係数を求める演算に他ならない。従って、SPM法は不完全フーリエ展開の一種であり、必然的に曖昧さを含んだ粗い近似スペクトラムを与える。このため、スペクトラムの大きい部分のみ信頼できる解として抽出しなければならない。このようにして得られる電磁界源分布の近似スペクトラムをスペクトラム解と呼ぶ[18]~[22]。

#### 2.4 並列SPM法

電磁界源は、2.2節で述べたように磁界源となる電流双極子と電圧源となる電圧双極子がある。電磁界源を含む推定対象の表面で磁界分布を測定し、対象

内の電流双極子分布を SPM 法で求める。次に対象の表面電圧分布を測定し、対象内の電圧双極子分布もまた SPM 法で求める。両者の結果を用いて、対象内の単位時間当たりのエネルギー(電力分布)は、SPM 法によって求められた電流・電圧双極子分布の空間的な内積を計算することによって得られる。SPM 法によって求められた電流双極子と電圧双極子はそれぞれ大きさと方向を持つベクトルとして対象内に分布するが、両者共に比較的粗い近似で得られているためスペクトラム(ベクトルの大きさ)の大きい部分のみ信頼できる解として抽出する必要がある。しかし、両者の内積をとる演算は両者の共通部分のみをスカラー値で抽出する作業となり、結果として信頼性の高い評価関数となる。このように同じ電磁界源から独立に測定されるフィールドやポテンシャルによって推定された結果の相関を調べることで得られる電磁界源の分布パターンを並列 SPM 解と呼ぶ[23][24]。

### 3 例題

SPM 法は逆問題の解そのものでなく、可能な解の分布のパターンを一意的に求めることを目的としている。2.3 節で述べたように、解分布のパターンを表現する方法として、単位電磁界源の空間的集中度合で表すパレットポイント解と電磁界源の空間スペクトラムで表すスペクトラム解がある。これらの解の一意性の検証は、パレットポイント解については文献[15]~[17]、スペクトラム解については文献[18]~[22]を参照して頂くこととして、本稿では脳内神経活動の解明につながる例題と心臓疾患の非侵襲的診断法につながる例題を取り上げる。

#### 3.1 脳磁図のスペクトラム解

図2は右手首の正中神経をパルス幅 0.2ms の正極性の矩形パルスで刺激した場合の体性感覚誘発脳磁界分布から SPM 法で推定された脳内電流分布である[5]。70ms では右手首からの電気信号が脊髄を通して脳幹に到達したことを示し、80ms では感覚野の手の部分に信号が到達しつつあることを示し、90ms では感覚野の手の部分に信号が到達すると共に記憶・認識野が活動し始めていることを示し、100ms では手が刺激されていることを記憶・認識する脳の並列情報処理が行われていることを示し、110ms では運動野に信号が到達すると共に脳幹へ信号が伝達されつつあることを示し、120ms では手の末梢神経へ手を運動させるべく脳幹から信号が伝達開始され、150ms では脳幹から手の末梢神経への信号伝達が最も活発となる。しかし、被試験対象者の手は固定され運動できないため 175ms では再び運動野から脳幹へ手を運動させるべく信号が伝達され、200ms では感覚野の温感部が反応し、電気刺激を熱く感じていることと推定される。

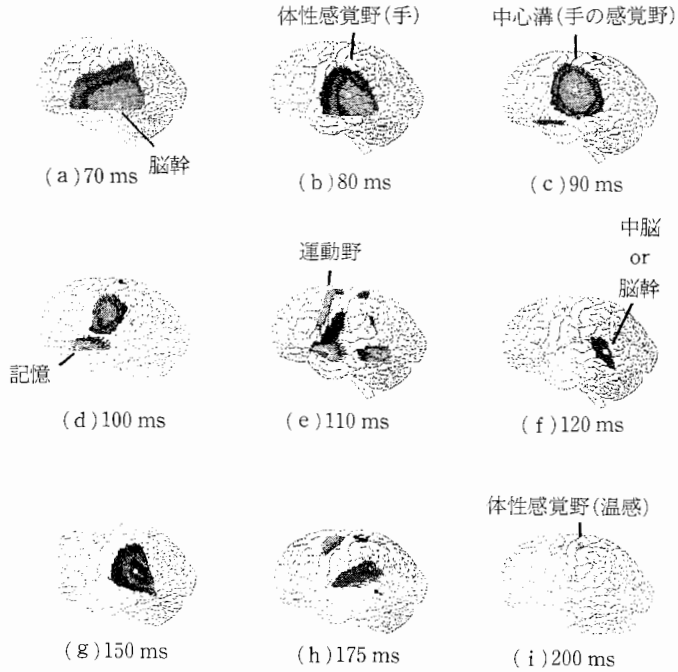


図2 右手首の正中神経をパルス幅0.2msの正極性の形パルスで刺激した場合の体性感覚誘発脳磁界分布からSPM法で推定された脳内電流分布(スペクトラム解).

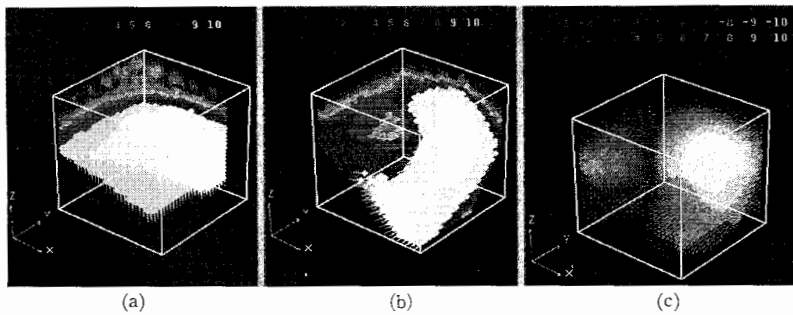


図3 並列SPM法による心臓内電圧、電流及び電力分布(QRS 40ms). (a)電圧双極子分布(スペクトラム解), (b)電流双極子分布(スペクトラム解)および(c)電圧・電流双極子の内積による電力分布(並列SPM解).

### 3.2 心臓図の並列SPM解

SPM法で心電図から求めた心臓内電圧双極子分布を図3(a)に示す. さらに, SPM法で心磁図から求めた心臓内電流双極子分布を図2(b)に示す. 尚, 心電図と心磁図の実測データは文献[11]より読み取らせて頂いた. 電圧双極子は三次元的方向を持つためにそれらの分布が明瞭でない. しかし, 電流双極子は測定面に平行な方向の成分のみであるため, それらの分布は電圧双極子分布よりも明瞭となる. 図3(c)は図3(a)の電圧双極子分布と図3(b)の電流双極子分布間で内積をとることによって得られた心臓内電力分布である. 明らかに, 電力

分布は最も明瞭な分布を与える。以上の結果から、生体系の電磁界源分布推定は電圧測定より得られる電圧双極子分布と磁界測定より得られる電流双極子分布を併用して得られる電力分布で評価する並列 SPM 法が最も信頼性の高い確実な結果を与えることが判る。

#### 4 むすび

本稿では、条件が理想的であれば解析解が期待できる媒質推定に関する逆問題と全域でなく局所的な既知フィールドからフィールド源を推定するフィールド源推定に関する逆問題について概説した。フィールド源推定に関する逆問題の解法として、解そのものでなく可能な解の分布を提示する SPM 法の概要を述べ、さらに同一対象から独立に測定される物理量を用いて独立に可能な解の分布を求め、両者の相関を取ることでより高精度のフィールド源探査が可能であることを示した。具体的な例として、生体の表面電位や磁界分布を測定し、生体力神経活動を推定する生体系逆問題を取り上げた。

#### [参考文献]

- [ 1 ] Anger, G., *Inverse Problems in Differential Equations*. Plenum Press, New York, 1990.
- [ 2 ] 岩井喜典他編著, 医用画像診断装置—CT, MRI を中心として—, コロナ社, 東京, 1988.
- [ 3 ] Katila, T., et al., *Magnetic field produced by the human eye*, J. Appl. Phys. 52, 2526, 1981.
- [ 4 ] Katila, T., *Functional localization studies in magnetocardiography*, In. J. Appl. Electromagnetics in Materials, 1(1990), 179-187.
- [ 5 ] 内川義則他, 電気刺激による体性感覚誘発磁界計測, 日本応用磁気学会誌, 13(1989), 508-512.
- [ 6 ] Dallas, W.J., *Fourier space solution to the magnetostatic imaging problem*, APPLIED OPTICS Vol. 24, No. 24, 15 Dec. 1985.
- [ 7 ] Kullman, W., et al., *Fourier imaging of electrical currents in the human brain from their magnetic fields*, IEEE Trans. on Biomedical Engineering, Vol. BME-34, No. 11, Nov. 1987.
- [ 8 ] Bradley, J., et al., *Using a magnetometer to image a two-dimensional current distribution*, J. Appl. Phys.(65), 1 January 1989.
- [ 9 ] Wang, J.Z., et al., *Magnetic source image determined by a lead-field analysis: The unique minimum norm least square estimation*, IEEE Trns. Biomedical Engineering, Vol. BME-39, No. 7 Jul. 1992.
- [ 10 ] G. ストラング著, 井上昭訳, 線形代数とその応用, 産業図書, 1992.
- [ 11 ] Nakaya, Y., et al., *Isomagnetic maps in right ventricular overloading*, Journal of Electrocardiology, 21, 2, 1988.
- [ 12 ] Watanabe, K., et al., *Analysis of activation sequence by isomagnetic and vector arrow maps*, Atumi et al., Ed., *Biomagnetism '87*, Tokyo Denki University Press.
- [ 13 ] 板垣英美他, 電磁界系逆問題—電流分布推定方法について—, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-90-88(1990), 1-10.
- [ 14 ] Saito, Y., et al., *A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields*, J. Appl. Phys., 67, 9 (1990), 5830-5832.
- [ 15 ] 土井達也他, *Sampled pattern matching 法を用いた電気ポテンシャル法による欠損欠損推定*, 電気学会静止器・回転機研究会資料, SA-92-26, RM-92-61(1992), 67-76.
- [ 16 ] Saotome, H., et al., *Crack identification in metallic materials*, IEEE Trans., Vol. MAG-29, No. 2, Mar. 1993.
- [ 17 ] 土井達也他, *試行パターン一致法による導体内の欠損推定*, 電気学会論文誌A, 114 (4) (1994), 290-295.
- [ 18 ] Saito, Y., et al., *Electromagnetic field source searching by the local field measure-*

- ments, Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, 3(1992), 185-188.
- [19] Saotome, H., et al., "An estimation of the current distributions in human hearts by the factor analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, 3(1992), 73-76.
- [20] 早乙女英夫他, 生体磁界における逆問題, 電気学会論文誌A, 112, 4(1992), 279-286.
- [21] 早乙女英夫他, Sampled pattern matching 法による生体内電流分布推定, 電気学会論文誌C, 113, 1 (1993), 101-108.
- [22] 早乙女英夫他, 静磁界系逆問題における Sampled Pattern Matching 法とその高速化, 電気学会論文誌A, 第 114 巻掲載決定.
- [23] Kitsuta, K., et al., Human heart diagnosis by the space power distribution method, Procs. of the 2nd Japan-Hungary Seminar, Ed. T. Honma et al., Hokkaido Univ. Press, 1992.
- [24] 橘田和泰他, 心磁図・心電図併用による電磁界源分布の推定, 日本生体磁気学会誌特別号, 5, 1(1992), 100-103.
- [25] 中野馨編著, ニューロコンピュータの基礎, コロナ社, 東京, 1990.
- [26] 日野幹雄, スペクトル解析, 朝倉書店, 東京, 1989.

**[Abstract]**

This paper describes the inverse problems concerning the biological systems. Most of the inverse problems are ill posed so that it is difficult to obtain the unique solutions. We propose here one of the unique solution pattern searching methods for the inverse problems instead of evaluating the unique solutions. This method is called the sampled pattern matching (SPM) method utilizing the Cauchy-Schwarz relationship. The theoretical background of our method is given in terms of the modified neural networks, generalized factor analysis and incomplete Fourier series. The examples demonstrate the usefulness when apply it to the estimation of neural behavior in biological systems.

(1993年6月10日受付)