

GVSPM法の固気二相流CT画像再構成への応用*

(ランドウェーバ法と反復ティコノフ正規化法との比較検討)

武居昌宏^{*1}, 斎藤兆古^{*2}

Application of GVSPM to Reconstruction of Solid-Air Two-Phase Flow CT Images

(Comparison with Landweber and Iterative Tikhonov Regularization Methods)

Masahiro TAKEI^{*3} and Yoshifuru SAITO

^{*3} College of Sci. and Tech., Nihon University,
1-8-14 Kanda Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo, 101-8308 Japan

A new reconstruction method called Generalized Vector Sampled Pattern Matching (GVSPM) has been applied to an ill-posed inverse problem involving an electrical capacitance CT for solid air two-phase flow. This new method is able to achieve stable convergence without the use of an empirical value. This accurate reconstruction is accomplished using an objective function that is calculated as the inner product calculation between the experimental capacitance and the reconstructed image capacitance. The GVSPM method is compared with the conventional Landweber (LW) and Iterative Tikhonov regularization (ITR) methods in terms of capacitance residual, image error and image correlation. Overall, the accuracy is strongly dependent upon the image type and the iteration number, however the GVSPM method proved superior to the LW and the ITR methods in the case of annular pseudo particle images.

Key Words: Multiphase Flow, Computed Tomography, Image Reconstruction, Generalized Sampled Pattern Matching Method, Ill Posed Inverse Problem

1. 緒 言

近年、固気二相流を対象としたキャパシタンスCTが開発され、流動層や空気輸送における気泡や粒子の可視化計測がなされてきた^{1,2)}。しかしながら、この測定されたキャパシタンスから気泡や粒子の断面誘電率分布を求める問題は、解の一意性が補償されていない不適切逆問題³⁾であり、近似的な誘電率分布画像しか得ることができない。理論的には電極の組み合わせ数が空間解像度以上(例えば32×32ピクセルの空間解像度の場合46個以上の電極数)であれば、解の一意性が保たれるが、時間解像度が大きく減少しそのCTの二相流への応用は現実的ではない。この不適切逆問題の解法として、種々の画像再構成法が報告されており⁴⁾、線形バックプロジェクション(Linear back projection: LBP)法などの拘束条件をつけた方法、および、ニュートン・ラフソン(Newton-Raphson: NR)法などの反復法が一般的に用いられてきた。そして、その後の画像再構成法の研究により、ごく最近では、NR法の一つであるランドウェーバ(Landweber: LW)法、または最小ノルム解を基本とした反復ティコノフ正規化(Iterative

Tikhonov regularization: ITR)法が、精度面で優れているとの報告がある⁵⁾。しかしながら、LW法はその精度が反復回数に強く依存し、さらには解を収束させるために人為的なゲイン値が必要である。すなわち、適切な反復回数やゲイン値を間違えると極端に画像が劣化してしまう⁶⁾。一方、ITR法も逆行列の生成に人為的な経験値を必要としていた。

このような状況において、筆者らは人為的な経験値が不要な一般化ベクトル型サンプルドパターン・マッチング(Generalized Vector Sampled Pattern Matching: GVSPM)法を新たに提案し、鉛直管内を自由落下する粒子分布の可視化計測を行い、GVSPM法が従来のNR法やLBP法と比較して、高精度の画像再構成法であることを報告した⁷⁾。しかしながら、GVSPM法と現在最も利用されているLW法およびITR法との比較検討は、まだされておらず、ましてや、画像パターン、反復回数、粒子分布状態などの詳細な画像条件についての比較検討は、いっさい行なわれていない。

そこで本研究は、粒子の分散濃度分布を変化させた4種類の模擬粒子画像を対象として、GVSPM法、LW法およびITR法を用いて画像再構成を行い、残差キャパシタンス、画像エラー、および、画像相関の3つの評価カテゴリーから、各画像再構成法の精度についての特徴を把握し比較検討を行なうことを目的としている。

* 原稿受付 2004年1月5日。

^{*1} 正員、日本大学理工学部(〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台1-8-14)。

^{*2} 正員、法政大学工学部(〒184-0002 小金井市梶野町3-7-2)。
E-mail: takei@mech.cst.nihon-u.ac.jp

2. キャパシタンスCTセンサと支配行列式

図1は本研究で対象としたキャパシタンスCTセンサの概略図であり、管路外周に配置したセンサ内部は12個の測定電極から構成されている⁸⁾。センサ内の電極対はコンデンサと見なすことができ、各電極間のキャパシタンスを測定する。基準電極*i*と検出電極*j*間のキャパシタンス $C_{i,j}$ は、ガウスの法則より、

$$C_{i,j} = -\frac{\epsilon_0}{V_c} \oint_{r \in \Gamma_j} \epsilon(\mathbf{r}) \nabla V_i(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \quad (1)$$

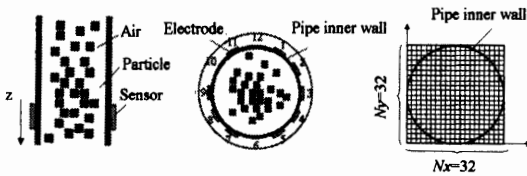
であり、 \mathbf{r} は管路断面内の位置ベクトル、 $\epsilon(\mathbf{r})$ は管路断面位置 \mathbf{r} における誘電率、 ϵ_0 は真空誘電率、 V_c は基準電極*i*の印加電圧、 $V_i(\mathbf{r})$ は*i*が基準電極であるときの管路断面位置 \mathbf{r} のポテンシャル、 Γ_j は基準電極*i*と検出電極*j*間の電気力線の及ぶ領域である。この式(1)において、 ϵ_0 と V_c は既知、 $C_{i,j}$ は測定値であり、 $\epsilon(\mathbf{r})$ と $V_i(\mathbf{r})$ は未知である。ここで、

$$\nabla \cdot [\epsilon(\mathbf{r}) \nabla V_i(\mathbf{r})] = 0 \quad (2)$$

の二階微分方程式を管路断面内で仮定し、この式(2)より $V_i(\mathbf{r})$ の分布を求め、これを式(1)に代入することにより、式(1)は、

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}_s \mathbf{E} \quad (3)$$

の行列式で表現できる。式(3)で、 \mathbf{C} は測定されたキャパシタンス列ベクトル、 \mathbf{S}_s はその感度値をマップとした感度行列、 \mathbf{E} は求める誘電率分布列ベクトルである。本論文では、太字記号は行列または列ベクトルを示す。12個の電極を用いると電極対の組み合わせは66通りであるので、 \mathbf{C} は66個の要素をもつ。管路断面の空間解像度を $N_x=N_y=32$ とし、管路断面を1024ピクセルで分解すると、 \mathbf{E} は1024個の要素をもつ。感度行列 \mathbf{S}_s は 66×1024 行列となる。



(A) Frontal view (B) Cross section (C) Space resolution

Fig.1 Overview of capacitance tomography.

3. GVSPM法

3.1 評価関数

GVSPM法は、マッチングの評価関数を備えた反復法の一つで、線形システム式の既知である入力ベクトルと、反復演算から計算された出力ベクトルから求めた入力ベクトル間の内積演算を行い、その値が1.0に限り

なく近づいたときの出力ベクトルを解とするものである。そのため反復演算から得られた出力ベクトルの要素パターン(サンプルドパターン)が、既知である入力ベクトルの要素パターンに限りなく一致するという特徴がある。したがって、GVSPM法は人為的にゲインを設定することなく、画像再構成を行なうことができる。その評価関数 $f(\mathbf{E}^{(k)})$ は、 k 回反復後の再構成画像 $\mathbf{E}^{(k)}$ から求めたキャパシタンス $\mathbf{C}^{(k)}$ と、測定されたキャパシタンス $\mathbf{C}^{(0)}$ との内積演算、

$$f(\mathbf{E}^{(k)}) = \mathbf{C}^{(0)} \cdot \mathbf{C}^{(k)} \rightarrow 1.0 \quad (4)$$

であり、 $f(\mathbf{E}^{(k)})$ が限りなく1.0に近づいたとき、すなわちサンプルドベクトル $\mathbf{C}^{(k)}$ が実験値のキャパシタンス $\mathbf{C}^{(0)}$ と平行になったときの $\mathbf{E}^{(k)}$ をGVSPM法の解とする。本論文では、太斜字記号は行ベクトルを示す。ここで、 $\mathbf{C}' = \mathbf{C}/|\mathbf{C}|$ であり、 $||$ はノルムを表しプライム「'」はそのノルムによる正規化をあらわす。例えば、 \mathbf{C} のノルムは、各要素 C_i の二乗和の平方根であり、それは、

$$|\mathbf{C}| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2} \quad (5)$$

であり、 c は \mathbf{C} の各要素である。

3.2 反復解

式(3)より、キャパシタンス列ベクトル \mathbf{C} は、 \mathbf{S}_s の*i*番目の列行列 \mathbf{S}_{s_i} と \mathbf{E} の*i*番目の要素 e_i とを用いて、

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}_s \mathbf{E} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{S}_{s_i} e_i) \quad (6)$$

と表される。ここで、 m は空間解像度 $m=1024$ である。

式(6)を \mathbf{C} と \mathbf{S}_{s_i} のノルムにより正規化すると、

$$\frac{\mathbf{C}}{|\mathbf{C}|} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\mathbf{S}_{s_i} e_i}{|\mathbf{S}_{s_i}| |\mathbf{C}| / |\mathbf{S}_{s_i}|} \right), \quad \mathbf{C}' = \sum_{i=1}^m (\mathbf{S}_{s_i}' e_i) = \mathbf{S}_s' \mathbf{E}' \quad (7)$$

である。式(7)より、測定キャパシタンス $\mathbf{C}^{(0)}$ からのLBP法における初期画像 $\mathbf{E}^{(0)}$ は、

$$\mathbf{E}^{(0)} \approx \mathbf{S}_s'^T \mathbf{C}^{(0)} \quad (8)$$

となる。ここで、 $\mathbf{S}_s'^T$ は \mathbf{S}_s' の転置行列であり、 $\mathbf{S}_s'^T \mathbf{S}_s'$ が単位行列にはならないので、 $\mathbf{E}^{(0)}$ は近似値となる。式(8)の $\mathbf{E}^{(0)}$ を式(7)の \mathbf{E}' に代入してノルムで正規化した $\mathbf{C}^{(1)}$ は、

$$\mathbf{C}^{(1)} = \frac{\mathbf{S}_s' \mathbf{E}^{(0)}}{|\mathbf{S}_s' \mathbf{E}^{(0)}|} \quad (9)$$

となる。 $\mathbf{C}^{(0)}$ と $\mathbf{C}^{(1)}$ のキャパシタンス誤差 $\Delta \mathbf{C}^{(1)}$ 、および誘電率分布誤差 $\Delta \mathbf{E}^{(1)}$ は、

$$\Delta \mathbf{C}^{(1)} = \mathbf{C}^{(1)} - \mathbf{C}^{(0)} \quad (10)$$

$$\Delta \mathbf{E}^{(1)} \approx \mathbf{S}_s'^T \Delta \mathbf{C}^{(1)} \quad (11)$$

となる。式(8)から式(11)より、 k 回目の反復解 $\mathbf{E}^{(k)}$ と($k-1$)回目の反復解 $\mathbf{E}^{(k-1)}$ との関係は、

$$\mathbf{E}^{(k)} = \mathbf{E}^{(k-1)} - \mathbf{S}_s'^T \Delta \mathbf{C}^{(k-1)}$$

Table 1. Differences between Landweber, Iterative Tikhonov regularization and GVSPM

	Normalization of \mathbf{C}	Normalization of \mathbf{S}_s	Empirical value	Objective function for convergence	Convergence at infinity iteration
LW	Every iteration with 0.0 and 1.0	Initial normalization with each row element	α necessary	None	Unknown
ITR	Every iteration with 0.0 and 1.0	Initial normalization with each row element	γ necessary	Minimum least square	Convergence
GVSPM	Every iteration with norm	Normalization with norm of column vector as well as initial normalization	Unnecessary	Inner product between $\mathbf{C}^{(0)}$ and $\mathbf{C}^{(k)}$	Convergence

LW: Landweber ITR: Iterative Tikhonov regularization GVSPM: Generalized vector sampled pattern matching

$$= \mathbf{E}^{*(k-1)} - \mathbf{S}_s^T \left(\frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} - \mathbf{C}^{*(0)} \right) \quad (12)$$

となる。参考までに、LW法の一般解は、

$$\mathbf{E}^{*(k)} = \mathbf{E}^{*(k-1)} - \alpha \mathbf{S}_s^T (\mathbf{S}_s \mathbf{E}^{*(k-1)} - \mathbf{C}^{*(0)}) \quad (13)$$

で、ITR法の一般解は、

$$\mathbf{E}^{*(k)} = \mathbf{E}^{*(k-1)} - (\mathbf{S}_s^T \mathbf{S}_s + \lambda)^{-1} \mathbf{S}_s^T (\mathbf{S}_s \mathbf{E}^{*(k-1)} - \mathbf{C}^{*(0)}) \quad (14)$$

である。ここで、 \mathbf{C} の「 \cdot 」は最小値0.0と最大値1.0とで反復ごとに正規化することを示す。これらの式において、 α と γ は人為的な経験値である。

3.3 評価関数の一般解中への含有

式(4)より、1.0から $f(\mathbf{E}^{(k)})$ を引くと、

$$1.0 - f(\mathbf{E}^{(k)}) = 1.0 - \mathbf{C}^{*(0)T} \left[\frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} \right]^T \rightarrow 0 \quad (15)$$

となり、ここで、 $\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)} / \|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|$ は、列ベクトル $\mathbf{C}^{*(k)}$ なので、行ベクトルにするための転置操作が必要である。式(15)の両辺に行ベクトル $\mathbf{C}^{*(0)}$ をかけると、

$$\mathbf{C}^{*(0)} - \mathbf{C}^{*(0)} \mathbf{C}^{*(0)T} \left[\frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} \right]^T \rightarrow \mathbf{0} \quad (16)$$

となる。ここで、 $\mathbf{0}$ は $1 \times n$ の零列ベクトルである。

$\mathbf{C}^{*(0)} \cdot \mathbf{C}^{*(0)T} = 1.0$ なので、式(16)は、

$$\mathbf{C}^{*(0)} \left[\frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} \right]^T \rightarrow \mathbf{0} \quad (17)$$

となり、式(17)より、

$$\frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} - \mathbf{C}^{*(0)} \rightarrow \mathbf{0} \quad (18)$$

となる。式(18)の左辺は、式(12)の反復解中の $\Delta \mathbf{C}^{*(k-1)}$ と同一であり、その反復解には評価関数 $f(\mathbf{E}^{(k)})$ が含まれていることがわかる。以上の説明から各アルゴリズムの違いをまとめたものが、表1である。

3.4 解の収束性

式(12)より、反復解 $\mathbf{E}^{*(k)}$ と反復解 $\mathbf{E}^{*(k-1)}$ との関係は、

$$\mathbf{E}^{*(k)} = \mathbf{S}_s^T \mathbf{C}^{*(0)} + \left(\mathbf{I}_m - \frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{S}_s}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} \right) \mathbf{E}^{*(k-1)} \quad (19)$$

であり、ここで、 \mathbf{I}_m は $m \times m$ の単位行列である。式(19)

より、 $\mathbf{E}^{*(k)}$ と $\mathbf{E}^{*(k-1)}$ 間の状態遷移行列 \mathbf{T} を、

$$\mathbf{T} = \mathbf{I}_m - \frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{S}_s}{\|\mathbf{S}_s^T \mathbf{E}^{*(k-1)}\|} = \mathbf{I}_m - \frac{\mathbf{S}_s^T \mathbf{S}_s}{\|\mathbf{C}^{*(k-1)}\|} \quad (20)$$

とおく。ここで、 $\mathbf{E}^{*(k-1)}$ は \mathbf{T} の固有値 λ で記述すると、 $\mathbf{T} \mathbf{E}^{*(k-1)} = \lambda \mathbf{E}^{*(k-1)}$ なので、

$$\mathbf{E}^{*(k)} = \lambda \mathbf{E}^{*(k-1)} + \mathbf{E}^{*(0)} = (\lambda^k + \lambda^{k-1} + \dots + \mathbf{I}_m) \mathbf{E}^{*(0)} \quad (21)$$

となる。固有値の定義より、その行列式は対称行列

$$|\lambda \mathbf{I}_m - \mathbf{T}| = \begin{vmatrix} \lambda & \kappa_{12} & \dots & \kappa_{1m} \\ \kappa_{12} & \lambda & \dots & \kappa_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \kappa_{1m} & \kappa_{2m} & \dots & \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (22)$$

となる。ここで \mathbf{S}_s^T は列ベクトルで正規化しているので、 κ は1.0よりも小さく、さらに式(22)の行列式は0なので $|\lambda| < 1.0$ が成立する。このことは $k \rightarrow \infty$ において、式(21)が安定に収束することを意味する。

4. 画像再構成と考察

4.1 再構成条件

GVSPM法、LW法、およびITR法の精度を比較検討するために、固気二相流の粒子濃度分布の模擬画像を用いて画像再構成を行なった。その再構成過程において次のルールを定めた。

- 1) 模擬画像に感度行列を掛けることによって得られた初期キャパシタンスは、最小値0.0と最大値1.0とで正規化した。
- 2) 元の模擬画像と最終再構成画像の管外側すべてのピクセルは、画像比較の対象としていない。
- 3) LW法とITR法の場合、反復ごとにキャパシタンスを最小値0.0と最大値1.0とで正規化した。一方、GVSPM法は式(12)に示したように、各反復ごとにキャパシタンスをノルムで正規化した。
- 4) すべての方法において、再構成画像は、各反復過程においては正規化しない。しかし、後述の C_R 、 I_E および I_C を計算するために、最終再構成画像と最終キャパシタンスについては、すべての方法において、最小値0.0と最大値1.0とで正規化した。
- 5) すべての方法の反復過程において、閾値は使用しない。

図 2(a)は、粒子が管底に堆積している場合(以下、管底画像)、環状に存在する場合(以下、環状画像)、中心に存在する場合(以下、中心画像)、および、4つの塊が存在する場合(以下、4パルク画像)の計4種類の模擬粒子画像を示す。これらの模擬画像において、赤色部分は高い粒子濃度を示し、そのピクセル値は1.0であり、青色部分は空気を示し、そのピクセル値は0.0である。実際の固気二相流画像では、これらの主な粒子塊の周辺には、分散粒子が存在するので、分散濃度比(Dispersion Concentration Rate: DCR)が0%から100%までの10種類の場合を考慮した。例えば、10%DCR画像とは、0.0から0.1までランダム白色ノイズ値を、0%DCR画像の空気部分のピクセル値に加えたものである。代表として100%DCRの画像を図2(b)に示した。

LW法とITR法による再構成画像は、式(13)と(14)の係数 α と γ に強く依存する。そこで、0%DCR画像を用い反復回数 $I=30$ のときの画像相関が最も高い値、具体的には $\alpha=2.0$ および $\gamma=0.01$ を採用した。各方法による再構成画像を定量的に評価するために、残差キャパシタンス C_R 、画像エラー I_E 、および画像相関 I_C を、

$$C_R = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i^{(k)} - c_i^{(0)})^2}}{\sqrt{C^{(0)}}}, \quad I_E = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m (e_i^{(k)} - e_i^{original})^2}}{\sqrt{E^{original}}}$$

$$I_C = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{e_i^{(k)} - \overline{E^{(k)}}}{\overline{E^{(k)}}} \right) \left(\frac{e_i^{original} - \overline{E^{original}}}{\overline{E^{original}}} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{e_i^{(k)} - \overline{E^{(k)}}}{\overline{E^{(k)}}} \right)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{e_i^{original} - \overline{E^{original}}}{\overline{E^{original}}} \right)^2}} \quad [-] \quad (23)$$

の通り定義した。ここで、 $c_i^{(k)}$ は最終再構成画像 $\mathbf{E}^{(k)}$ から計算される最終キャパシタンス $\mathbf{C}^{(k)}$ の i 番目の要素、 $\mathbf{C}^{(0)}$ は初期キャパシタンスの平均値、 $e_i^{(k)}$ は最終再構成画像 $\mathbf{E}^{(k)}$ の i 番目の要素、 $\overline{E^{(k)}}$ はその平均値、 $e_i^{original}$ は元の模擬画像 $\mathbf{E}^{original}$ の i 番目の要素である。 C_R と I_E は値が小さい方が、 I_C は値が大きい方が精度の高い画像再構成法であると言える。各画像再構成法において、ピクセルオーダーまで再構成することは不可能であるので、 C_R 、 I_E および I_C の計算は、最終再構成画像とDCR=0%元画像との間で求める。DCR=0%の模擬画像と各DCR値の模擬画像との相違をあらかじめ確認するために、両画像間の C_R 、 I_E および I_C を計算した。図3はその結果であり、すべての模擬画像において、DCRが増加すると、 C_R と I_E は増加し、 I_C は減少する。

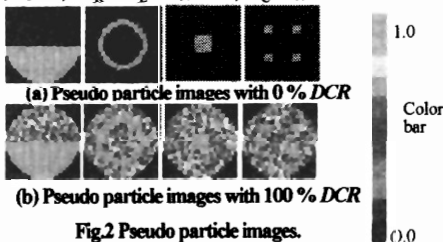


Fig.2 Pseudo particle images.

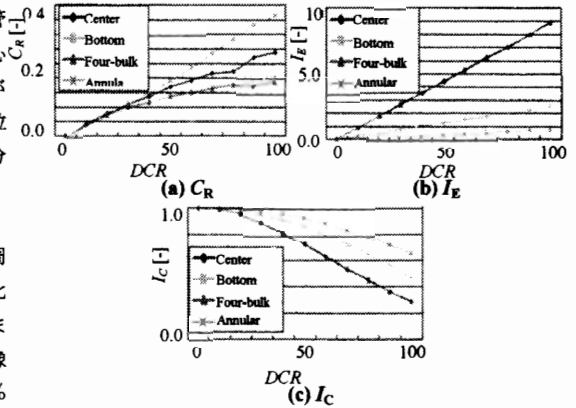


Fig.3 I_C , I_E and C_R between 0% and 100% DCR images.

4.2 反復回数と再構成画像

代表として0%のDCR画像を用いて、反復回数 I と2つの評価カテゴリ C_R および I_E との関係を求めた。 I_C については、4.3で議論するのでここではその議論を省略する。図4から図7は、管底、環状、中心、および4パルク画像の再構成についての結果である。これらの図より、どの画像再構成法が適しているかは、画像種類と反復回数に依存する。まず最初に、管底画像の場合について考察する。図4に示したように、全体的に言って、反復回数にかかわらずLW法はGVSPM法やITR法よりも優れている。具体的には、図4(a)より、LW法の C_R はGVSPM法と同様に非常に低いが、ITR法の C_R は非常に高い。また図4(b)より、反復回数にかかわらずLW法の I_E は低い値を維持する。一方、反復回数が増加するとITR法の I_E は減少するが、LW法のレベルには到達しない。

次に、環状画像の場合について考察する。図5に示したように、 C_R と I_E とを総合的に考えて、すべての I について、GVSPM法はLW法やITR法よりも優れている。特に $I < 30$ では、 C_R と I_E について、GVSPM法はLW法やITR法よりも優れている。具体的には、図5(a)より、GVSPM法の C_R は非常に低く、LW法とITR法の C_R は非常に高い。また、図5(b)より、GVSPM法とITR法の I_E はLW法よりも非常に低く、特に $I < 30$ 以下では、GVSPM法はITR法よりも低い。

次に、中心画像の場合について考察する。図6に示したように、どの画像再構成法が適しているかは反復回数に依存する。 $I < 40$ の場合、LW法がGVSPM法やITR法よりも優れている。しかしながら、 $I > 40$ の場合判定は多少難しいが、 C_R と I_E とを総合的に考えて、GVSPM法がITR法やLW法よりも優れていると判断できる。具体的には、図6(a)より、LW法とGVSPM法の C_R は、ITR法よりも非常に小さく、全体的にLW法の

C_R はGVSPM法の C_R よりも小さい。また、図6(b)より、 $I < 40$ ではLW法の I_E は小さく、 $I > 40$ の場合LW法の I_E は劇的に増加してしまう。このとき、GVSPM法とITR法は比較的小さい値を示す。

最後に、4バルク画像の場合について考察する。図7に示したように、再構成画像の精度は I に強く依存し、 C_R と I_E とを総合的に考慮しても、最良の画像再構成法を判断することは難しい。具体的にITR法を例にとると、図7(a)より、ITR法の C_R は非常に高く、このことはITR法に対して否定的な点である。しかしながら、図7(b)よりITR法の I_E はGVSPM法やLW法の I_E よりも低く、このことはITR法に対して肯定的な点である。GVSPM法とLW法についても、評価カテゴリーに対して一長一短がある。

4.3 DCRを含んだ再構成画像の比較

4.2の結果から、管底画像の場合はLW法、環状画像の場合はGVSPM法、中心画像の $I < 40$ の場合はLW法、 $I > 40$ の場合はGVSPM法が優れていることを明らかにし、4バルク画像については、各方法ともに一長一短がありどの方法が最適かは判断できなかった。ここでは、実際の固気二相流の状態に近いDCRを含んだ模擬画像について、さらに詳細な検討を行なった。図8から図11は、管底、環状、中心、および、4バルク画像の $I=30$ および100における C_R 、 I_E および I_C のDCRに対する変化を示した図である。

まずはじめに、管底画像の場合について考察する。図8(a)から図8(c)に示したように、 I とDCRにかかわらずLW法はGVSPM法やITR法よりも優れていると言える。具体的には、図8(a-1)と(a-2)より、すべてのDCRに対して、LW法の C_R はGVSPM法と同様に非常に低いが、ITR法の C_R は非常に高い。また、図8(b-1)と(b-2)より、すべての I とDCRに対して、LW法の I_E はGVSPM法やITR法と比べて非常に低い。さらに、図8(c-1)と(c-2)に示したように、 $I=30$ かつ $DCR < 40\%$ の場合を除いて、すべての I とDCRに対して、LW法の I_C はGVSPM法やITR法と比べて非常に高い。

次に、環状画像の場合について考察する。図9(a)から図9(c)に示したように、 C_R 、 I_E および I_C を総合的に考えて、すべての I とDCRについて、GVSPM法はLW法やITR法よりも優れていると言える。具体的には、図9(a-1)と(a-2)より、GVSPM法の C_R はLW法と同様にITR法の C_R よりも非常に低い。また、図9(b-1)より $I=30$ では、DCRにかかわらず、GVSPM法の I_E はLW法やITR法の I_E よりも低い。図9(b-2)より $I=100$ では、GVSPM法とITR法の I_E はLW法よりも低く、特に $DCR > 30\%$ では、GVSPM法の I_E はITR法の I_E よりも低

い。さらに、図9(c-1)より $I=30$ では、DCRにかかわらず、GVSPM法の I_C はLW法やITR法の I_C よりも高い。図9(c-2)より $I=100$ では、特に $DCR > 30\%$ では、GVSPM法の I_C はITR法やLW法の I_C よりも高い。

次に、中心画像の場合について考察する。図10(a)から図10(c)に示したように、どの再構成法が適切かは I とDCRに依存する。前項の4.2の結果も考慮に入れると、 $I < 40$ でかつ $DCR < 80\%$ の場合は、LW法はGVSPM法やITR法よりも優れており、 $I < 40$ でかつ $DCR > 80\%$ の場合は、ITR法がLW法やGVSPM法よりも優れていると言える。しかしながら、 $I > 40$ の場合判定は多少難しいが、 C_R 、 I_E および I_C を総合的に考えて、すべてのDCRにおいて、GVSPM法とLW法はITR法よりも優れていると判断でき、GVSPM法とLW法のどちらが良いかは判断が難しい。ここで $I=40$ をターニングポイントと考えたのは、前記の図6(b)より $I > 40$ の時、LW法の I_E が急激に増加することに由来する。具体的には、図10(a-1)より、 $DCR < 80\%$ かつ $I=30$ の場合では、GVSPM法とLW法の C_R は、ITR法の C_R よりも小さい。図10(a-2)より、 I が増加すると、各方法間の C_R の相違は小さくなる。また、図10(b-1)より $I=30$ の場合、各方法の I_E はさほど差異はないが、図10(b-2)より、 I が増加するとGVSPM法とITR法の I_E は低くなり、LW法の I_E は非常に高くなる。さらに、図10(c-1)より $I=30$ かつ $DCR < 80\%$ の場合、LW法の I_C は、GVSPM法とITR法の I_C より高い。しかしながら、図10(c-2)より、 $I=100$ の場合、GVSPM法とITR法の I_C は高く、LW法の I_C は非常に低くなる。

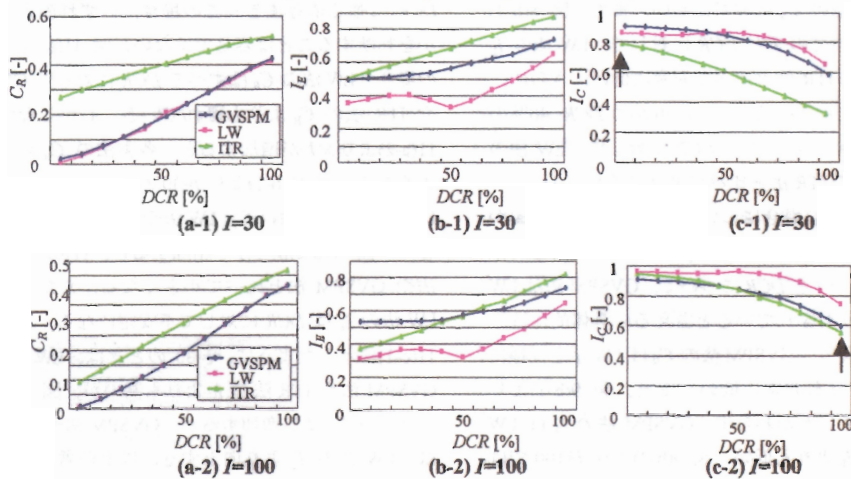
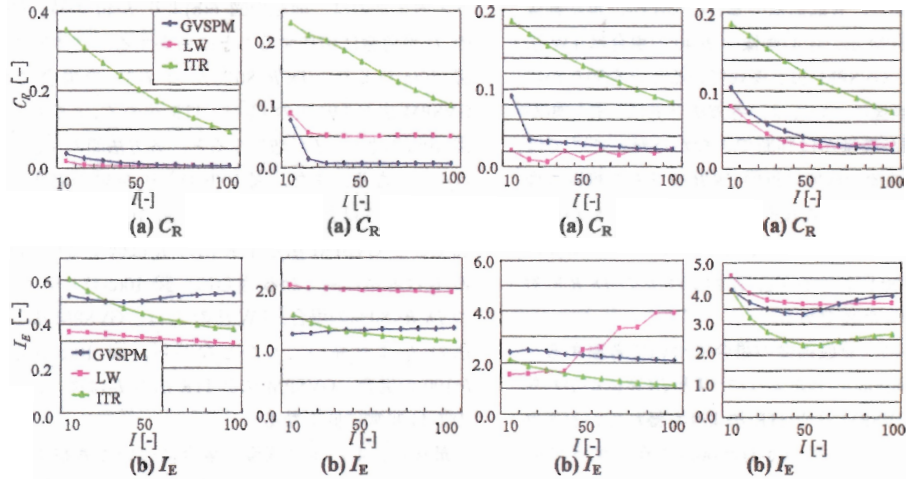
最後に、4バルク画像の場合について考察する。図11(a)から図11(c)に示したように、再構成画像は I とDCRに強く依存する。この場合、いずれの方法が最適かを判断することは容易ではない。図11(a-1)より $I=30$ の場合、LW法の C_R はすべてDCRに対してGVSPM法やITR法の C_R よりも優れている。しかしながら、図11(a-2)より、 I が増加すると、各方法の C_R の相違は小さくなる。図11(b-1)より $I=30$ の場合では、ITR法の I_E は $DCR=60\%$ を除いて、LW法やGVSPM法の I_E よりも小さく、図11(b-2)より I が増加すると、ITR法の I_E はLW法やGVSPM法と比べて小さくなる。またこのとき、LW法の I_E はDCRに対して不安定になる。さらに、図11(c-1)に示したように、 $I=30$ のときは、LW法の I_C はGVSPM法やITR法の I_C よりも高いが、図11(c-2)に示したように、 I が増加すると、GVSPM法やITR法の I_C は、LW法の I_C より向上する。以上の考察をまとめると、表2の通りとなる。

参考までに、各再構成法を用いて得られた代表的な

再構成画像として、 $I=30$ の0%DCRと $I=100$ の100%DCRの場合を図12に示した。この図において左から順に管底、環状、中心、および4バルク画像を示し、その元画像は図2に示したものである。また、前記の図8(c)、図9(c)、図10(c)および図11(c)には、その条件時の I_c を \uparrow で示してある。この条件時に限って述べると、管底画像の場合、どちらのDCRであってもLW法の再構成画像は他の方法よりも鮮明である。0%DCRの環状画像の場合、GVSPM法の再構成画像は、他の方法よりも環状部の幅がよりシャープである。また、100%DCRの環状画像の場合、GVSPM法の再構成画像はLW法と同程度あるが、前記の図9(b-2)および図9(c-2)よりGVSPM法の I_E と I_c は、他の方法よりも優れているので、GVSPM法の再構成画像の方が他の方法よりも鮮明であると言える。さらに、0%DCRの中心画像の場合、

各方法の再構成画像は鮮明であるが、100%DCRの中心画像の場合、LW法の再構成画像は極端に大きく、また、ITR法は極端に小さく、GVSPM法は多少大きいLW法ほどではない。さらに、0%DCRの4バルク画像の場合、各方法の再構成画像は鮮明であるが、100%DCRの4バルク画像の場合、各方法の再構成画像は非常にぼやける。

DCR=0%の中心画像の場合について、式(4)のGVSPM法の評価関数は、図13に示した通りであった。この図より、 $f(E^{(k)})$ の値は1.0に収斂し、 $I=30$ ではほぼ飽和に達した。人為的な経験値を一切用いることなくGVSPM法の再構成が、従来のLW法やITR法と同等またはそれ以上に高い精度を示すことは、 $C^{(0)}$ と $C^{(k)}$ 間の内積値を1.0にさせるように評価関数が一般解に含まれているからである。



(a) Capacitance residual. (b) Image error. (c) Image correlation.
 Fig. 8 Image correlation, Image error and capacitance residual in the case of bottom image.

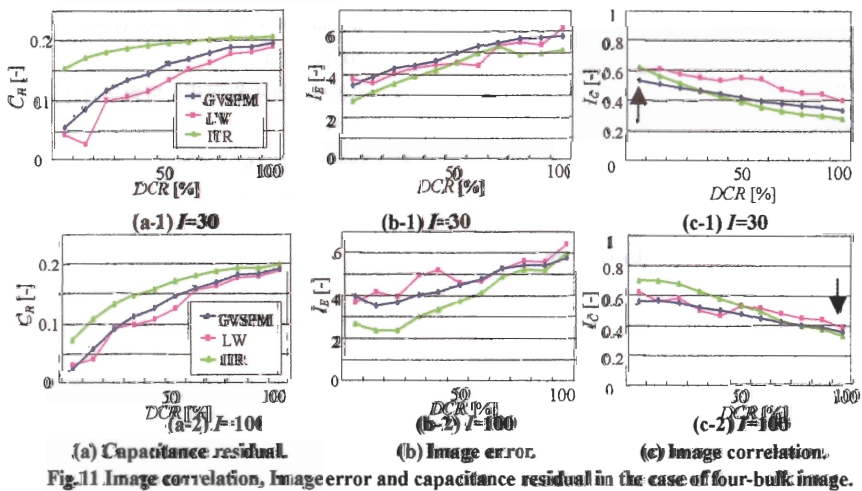
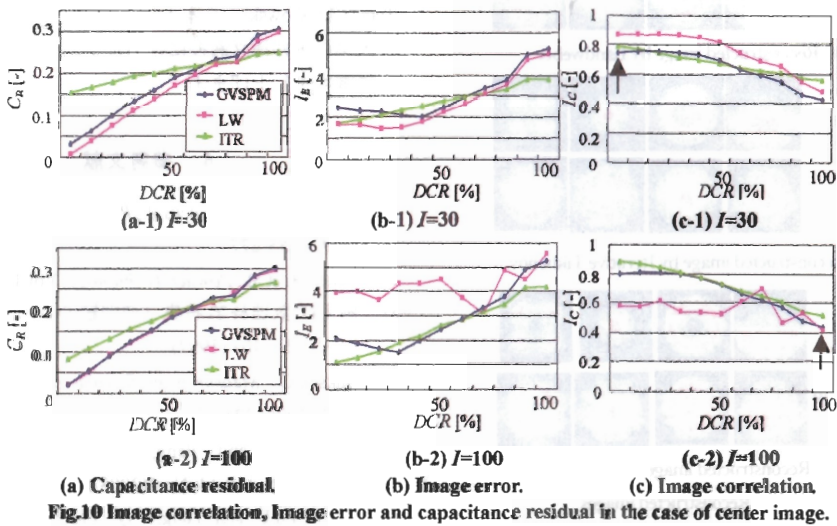
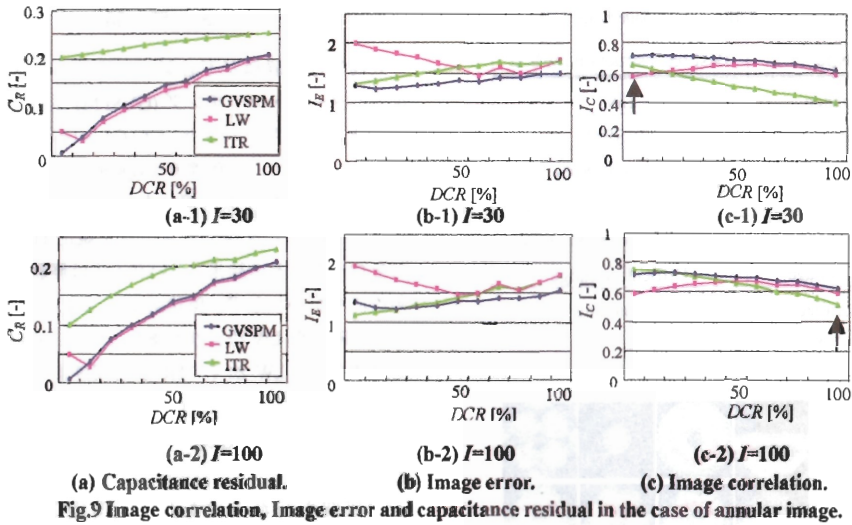


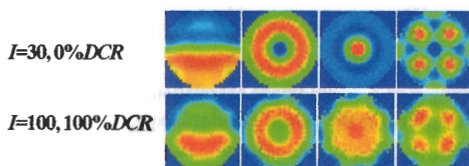
Table 2. Best method for image types

Image type	Best reconstruction method	
Bottom image	LW	
Annular image	GVSPM	
Center image	$I < 40$	$DCR < 80\%$ LW
		$DCR > 80\%$ ITR
	$I > 40$	GVSPM or LW
Four - bulk image	Difficult to judge	

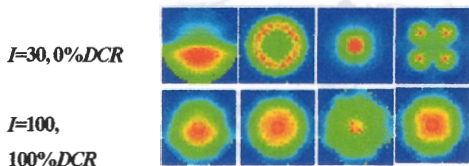
GVSPM: Generalized sampled pattern matching

ITR: Iterative Tikhonov regularization

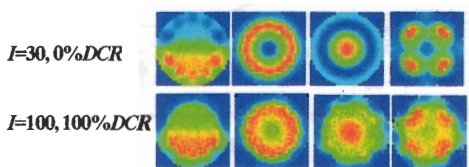
LW: Landweber



(a) Reconstructed image by Landweber



(b) Reconstructed image by Iterative Tikhonov



(c) Reconstructed image by GVSPM

Fig.12 Reconstructed images

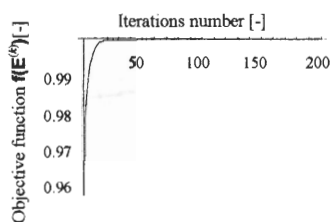


Fig.13 Convergence process by GVSPM

5. 結論

人為的な経験値が不必要な一般化ベクトル型サンプルパターン・マッチング (GVSPM) 法を、固気二相流を対象としたキャパシタンス CT の不適切逆問題に応用した。そして、分散濃度比(DCR)を備えた4種類の模擬画像に対して画像再構成を行い、従来法のランドウェバー(LW)法と反復ティコノフ正規化(ITR)法と比較検討を行った。その結果、GVSPM 法は経験値が不必要であるにもかかわらず、環状画像と $I > 40$ の中心画像の場合、ITR 法や LW 法よりも優れていた。GVSPM 法の画像再構成が、LW 法や ITR 法と同等またはそれ以上に高い精度を示すことは、 $C^{(0)}$ と $C^{(k)}$ 間の内積値を 1.0 にさせるように評価関数が一般解に含まれているからである。

本研究を行なうにあたり、英国 UMIST の Prof. Tomasz Dyakowski, 日本大学の越智光昭教授、白百合女子大学の堀井清之教授にご助言をいただきました。ここに御礼申し上げます。

6. 参考文献

- 1) Halow, J.S. and Nicoletti, P., *Powder Technology*, Vol.69 (1992) 255-277
- 2) Takei, M. et al., *Powder Technology*, Vol.142 (2004) 70-78
- 3) 例えば、数理科学 特集「逆問題のひろがり」,サイエンス社, No.403 (1997)
- 4) Isaksen, O., *Measurement Science & Technology*, Vol.7, No.3 (1996) 325-337
- 5) Yang, W.Q. and Peng, L., *Measurement Science & Technology*, Vol.14, No.1(2003) R1-R13
- 6) Liu, S., Fu, L. and Yang, W.Q., *Proc. 2nd world congress on industrial process tomography*, Hanover, Germany (2001) 29-34
- 7) 武居昌宏他 4 名, 可視化情報学会誌, Vol.22, No.9 (2002) 71-78
- 8) Yang, W.Q., *Measurement Science & Technology*, Vol.7, No.3 (1996) 225-232