

2008年度修士論文

鉄共振現象に関する考察

Study of Ferroresonance phenomenon

指導教授 斎藤兆古

法政大学大学院

工学研究科電気工学専攻

学籍番号07R3131

氏名 マツオ 松尾 ケイスケ 佳祐

Abstract

This paper studies nonlinear phenomenon caused by the ferromagnetic materials. To represent nonlinear properties of ferromagnetic materials used in a series ferroresonance circuit, This paper employs a Chua-type magnetization model composed of the nonlinear parameters: permeability μ , reversible permeability μ_r , and hysteresis parameter s independently measured from the past magnetization history. By the modified backward Euler method with automatic modification, a transient analysis of this initial value problem is carried out. As a result, it is clarified that some of the magnetic energy to be iron loss is recovered from magnetic materials when the ferroresonance phenomenon is occurring. This energy may be considered as a reason why the series ferroresonance is continuing even if a source voltage is reducing.

目次

第1章 緒論	1
第2章 磁化特性の構成方程式	2
2.1 磁区による磁化特性の説明	2
2.1.1 磁区の仮説と発見	2
2.1.2 磁気飽和現象	3
2.1.3 磁気履歴現象	3
2.1.4 初期磁化曲線	3
2.1.5 正規磁化曲線	4
2.1.6 理想磁化曲線	5
2.1.7 透磁率	5
2.2 Chua型磁化特性モデル	8
2.2.1 磁化特性の構成方程式の導出	8
2.2.2 透磁率 μ とヒステリシス係数 s	10
2.3 構成パラメータ	11
2.3.1 透磁率	11
2.3.2 可逆透磁率	11
2.3.3 ヒステリシス係数	12
第3章 鉄共振現象の解析	13
3.1 鉄共振現象	13
3.1.1 鉄共振現象	13
3.1.2 応用例	14
3.2 実験的検証と数値シミュレーション	16
3.2.1 直列鉄共振現象の定式化	16
3.2.2 解析方法	18
3.2.3 実験的検証と数値シミュレーション	19
3.2.4 ヒステリシスループ	23
第4章 結論	26
参考文献	27
謝辞	29

第1章 緒論

磁氣的結合など磁性材料の特性を積極的に利用した多彩な機能を有する電気機器が数多く開発され、実用化されている。しかし、磁性材料の持つ磁気飽和、ヒステリシス、渦電流等の特性は、時として磁性材料を用いる電気機器において、予測困難で複雑なシステム応答を示す場合がある。したがって、磁性材料を含む電磁界解析の高信頼化は、高度化する電気機器の設計に必要不可欠であり、予測し難いシステム応答の解明に重要な役割を果たす。このような現状と共に、近年のパーソナルコンピュータの大メモリー容量と演算速度の高速化は目覚しく、パーソナルコンピュータで比較的大規模な有限要素解、非線形解析をも遂行可能となりつつある。

磁気ヒステリシスを表現するために様々な磁化特性モデルが提案されているが、その大半は過去の磁気履歴や物理的要因、例えば、残留磁気、残留応力等によって影響を受けるパラメータそのものが履歴を含むことに起因して、再現される履歴現象は限定される。磁性材料を含む電磁界解析のキーは、材料の特性を表現する磁化特性モデル、すなわち構成方程式を導出し、Maxwell の方程式を解くことに帰する。以前から早野・斎藤らが提案するChua型磁化特性モデルを用いて、強磁性体特有の現象であるヒステリシス、磁気余効、鉄共振現象などのシミュレーションおよびその実験的検証に成功し、電気機器設計に有用な鉄損、周波数特性、表皮深さに関する報告がなされている[1,2]。さらに、代表的な磁化特性モデルとの理論的、あるいは数学的關係も明らかにされている[1,2,3]。

本論文では、Chua型磁化特性モデルを用いて直列鉄共振回路の共振時における磁化特性の解析を行い、鉄共振現象発現の根幹と考えられる現象を明らかにする。具体的には、Chua型磁化特性モデルの構成方程式により導出される回路方程式を状態変数法で表現し、刻み幅自動逐次修正型後方オイラー法を用いて過渡解析を行う[4]。その結果、鉄共振時に磁化が磁気飽和（回転磁化領域）に達すると本来鉄損となるべき磁気エネルギーの一部が回路へ回生されることが判明した。この回生エネルギーによって印加電源電圧の低減にも拘わらず共振が持続する。すなわち、鉄共振現象を喚起する磁性材料の基幹的性質の一部を解明する。

第 2 章 磁化特性の構成方程式

2.1 磁区による磁化特性の説明

2.1.1 磁区の仮説と発見

鉄，コバルト，ニッケルのような金属だけが磁石に吸引され，銅やアルミニウム等は磁石に吸引されない．このことを調べてみると結果的に鉄，コバルト，ニッケルのような強磁性体は自発磁化を持つことが他の非磁生体金属との本質的な違いであることが見出された．自発磁化を強磁性体有しているにもかかわらず必ずしも磁化していないことは，強磁性体が磁区に分かれていて各磁区内の磁化方向がそれぞれ異なっているために全体として磁化されていない状態になるとする仮説が 1907 年 P. Weiss によって立てられた．

1919 年，Barkhausen は強磁性体の磁化が不連続に行われることを発見した．図 1(a)に示すように，強磁性体にコイルを巻き，コイルに誘起する電圧を増幅器で増幅しスピーカーで出力する実験装置に於いて，左側から永久磁石を近づけると強磁性体の自発磁化の方向が外部からの磁界に応じて変化し，音を発生する．このバルクハウゼン雑音と呼ばれる音が磁区存在の検証のひとつとなった．図 1(b)の磁化曲線の拡大部分に，多くの不連続的な磁化が観察される．これはおもに，磁壁が磁性体中の不純物や欠陥に引っかかりながら移動することに起因する．

1932 年 Bitter は，磁区を直接顕微鏡で観察することを試みた．強磁性体の微粒子，例えば四三酸化鉄のコロイド液を，よく研磨し表面の歪みを取り除いた強磁性体に塗布し，金属顕微鏡で表面を調べた．結果的には，磁区の像を得たのであるが，その当時は単に磁性体中の inhomogeneity とされていた．その後，1949 年 Williams, Bozorth および Shockley の実験により，観察されたものが磁区として認知された．

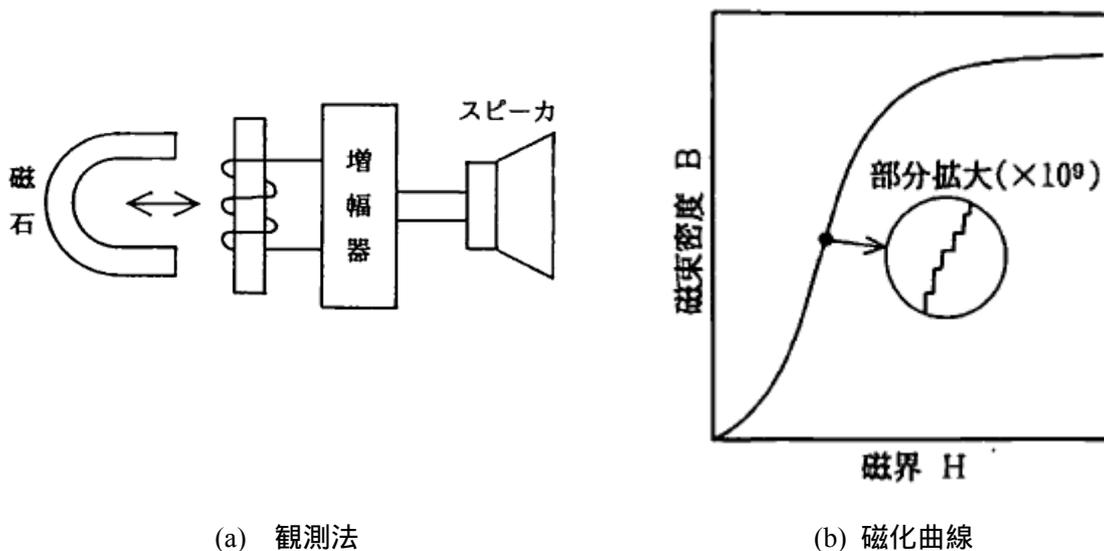


図 1 バルクハウゼン雑音

2.1.2 磁気飽和現象

軟磁性体は外部から磁界が加えられたとき、容易に磁化されやすいのを特徴とするが、一方磁束は、最初は急激に増加するが、ある一定以上では飽和しほとんど増加しない。この現象を飽和現象と言う。この磁気飽和現象と磁区の関係を知るため図2に示すような正方形の磁区を仮定する。同図(a)では、各磁区の自発磁化の方向はランダムな方向を向いていて、互いに打ち消し合い全体として磁化されていない状態である。同図(b)では、外部から磁界が加わり、その結果各磁区中の自発磁化は外部からの印加磁界とすべて同じ方向に向いた状態である。従って、この状態では、これ以上の磁束密度の増加が望めない。この状態を磁気飽和状態という。

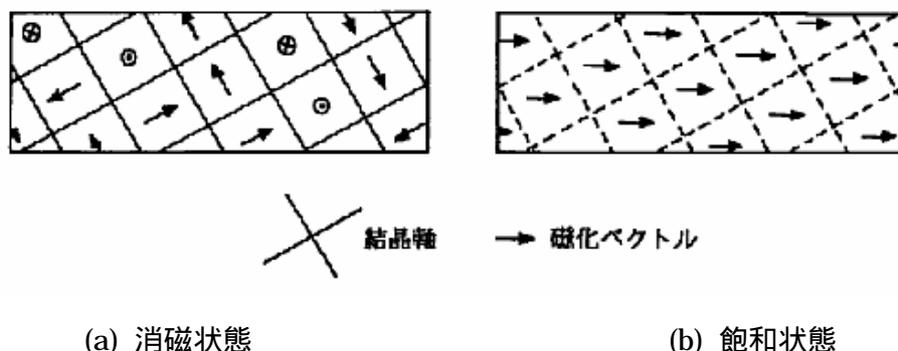


図2 磁区と磁化状態

2.1.3 磁気履歴現象

自発磁化を持つ磁区間の境界を磁壁という。外部から磁界が加わり、自発磁化の方向が外部磁界と一致しようとする。このとき、各磁区内部の自発磁化の方向が変化する前に、磁壁が移動することが観察されている。磁壁の移動は往路と帰路で異なる経路をとり、これが磁気履歴現象を呈する原因と言われている。

2.1.4 初期磁化曲線

強磁性体が全く磁化されていない状態から磁界 H を徐々に加えていくと磁束密度 B は、図3に示すように、最初は緩やかに増加し、次に急激に増加し、また緩やかな増加となり最終的には一定値に近づく。この曲線が初期磁化曲線と呼ばれるものである。この曲線において最初の領域を(a)初透磁率領域、次の領域を(b) dB/dH が大きい領域、最終的な領域を(c)飽和領域と3つに分類することができる。これらの各領域に対応する磁区状態を観察すると、(a)の初透磁率領域では可逆的磁壁移動(復元可能な磁区の変化)により磁化が行われる。この領域は可逆的磁壁移動領域と呼ばれているが、実際は磁壁の摩擦を伴って磁壁移動が行われるために、外部磁界を零にしても磁束密度は零にならない。すなわち、残留

磁気が残る．従って，厳密な意味で可逆的ではなく，通常 Rayleigh の法則が成り立つ範囲を初透磁率領域という．また，Rayleigh loop のような規則的な履歴現象を生ずることは，外部磁界を取り去った場合，磁区状態が元の状態に復帰することを意味する．従って，可逆的磁壁移動範囲を Rayleigh 範囲ともいう．これに対し，(b)の dB/dH が大きい領域では，外部磁界を取り去っても元の磁区状態に復帰できない．このため(b)の領域は非可逆的磁壁移動によって磁化される状態である．従って，(b)の領域は非可逆的磁壁移動領域という．(c)の領域では，物理的磁壁移動がなく，各磁区内の自発磁化の方向が回転することから可逆的な磁化過程となる．従って，(c)の領域は可逆的回転磁化領域とも呼ばれる．

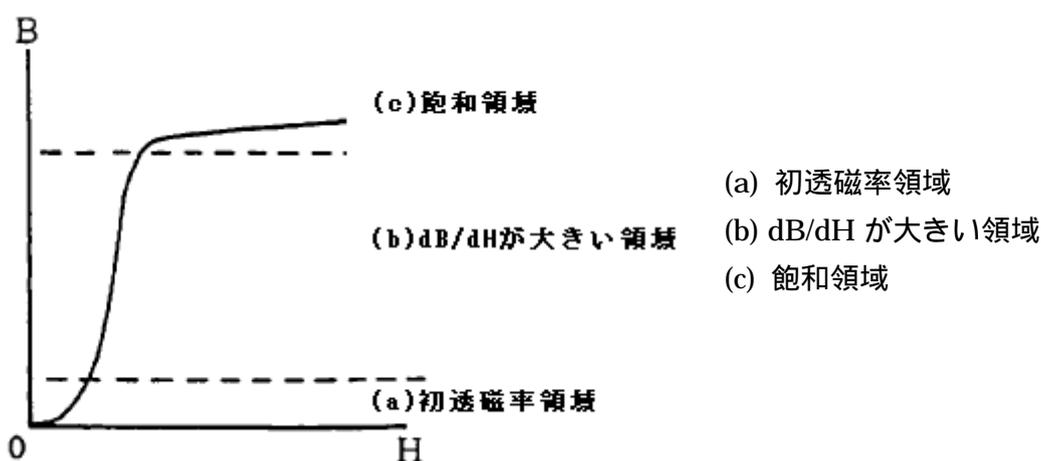


図3 初期磁化曲線

2.1.5 正規磁化曲線

正規磁化曲線は，周期的磁化状態におけるB-Hループの頂点をトレースして得られる曲線である．従って，まず周期的磁化状態に至る過程を考える．図4で $B=0$ の点から第一変曲点までの磁気エネルギーは蓄積エネルギーと損失エネルギーの和となる．帰路の第一変曲点から $B=0$ の点までは蓄積エネルギーは放出エネルギーと損失エネルギーの和となる． $B=0$ の点から第二変曲点までの入力エネルギーは，蓄積エネルギーと損失エネルギーの和になるがこの場合，磁界Hは零からではなく保磁力 H_c から出発することとなるから，同一絶対値の磁界 H_m に対して異なる磁束密度となる．換言すれば，外部からの入力エネルギーや蓄積エネルギーが同じであっても，原点からの出発とループの途中からの出発では，内部損失が異なるため，同一絶対値の磁界に対して異なった大きさの磁束密度となる．従って，何周期も反復してループを描かせると正の保磁力と負の保磁力が等しくなり結果として上昇曲線と下降曲線での内部損失が等しくなり，同一絶対値の磁界 H_m に対して同一絶対値の磁束密度となる．この状態が周期的磁化状態である．また，磁束密度と保磁力が飽和に至るほど充分な大きな磁界で磁化すると，最初のループから原点に対して対称なB-Hル

ープが得られる。これは、最大磁束密度と保磁力がそれぞれの飽和値によって支配されるためである。

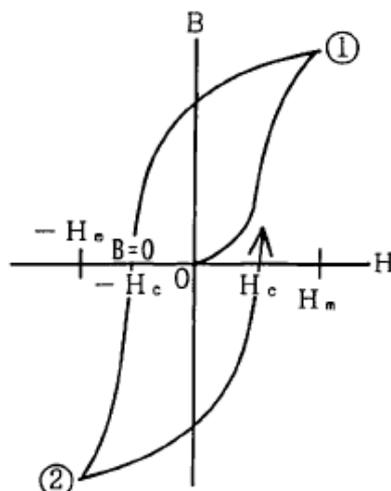


図4 磁区と磁化状態

2.1.6 理想磁化曲線

磁性体を磁化するとき、直流磁界と交流磁界を重ねて磁化し、交流磁界の振幅を飽和磁化に達する大きな値から徐々に小さくしていき最終的に零にする。このとき得られる直流磁界と、それによる磁束密度との関係を表す曲線を理想磁化曲線という。この曲線を磁区の観点から述べると次のようになる。磁束密度 B の値は、磁性体内部の磁区状態と自発磁化の方向などによって決定される。各磁区状態に対する磁束密度 B と磁界 H の関係を表す曲線が理想磁化曲線である。各磁区状態に至るまでに磁壁移動に伴う損失が存在する。この損失の影響を打ち消すために理想磁化曲線は、印加磁界 H が直流分 H_{DC} と交流分 H_{AC} からなるとし、 H_{DC} を一定値に保ち、 H_{AC} を磁束密度の飽和値になるほど充分大きい値から徐々に小さくし、磁化に伴う損失を上昇曲線と下降曲線で等しくして、 H_{DC} と B の関係を測定する。すなわち、理想磁化曲線は、交流磁界で過去の磁気履歴を打ち消して得られる各磁区状態における磁界と磁束密度の関係を表す特性である。

2.1.7 透磁率

磁区の挙動と透磁率 μ の関係を調べるために、図5に示すような短冊状磁区モデルを考える。各磁区は飽和磁束密度 B_s をもち、外部から磁界 H が加わった場合、短冊状磁区全個数 N のうち、 N' 個が方向を一致させたとき $N'/N=n$ と正規化すればこのときの磁束密度は

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 H + nB_s \\ &= \mu_0 H + M \end{aligned} \quad (1)$$

で与えられる．ここで， M は磁化ベクトルである．(1)式を変形し，

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \left(1 + \frac{M}{\mu_0 H}\right) H \\ &= \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu H \end{aligned} \quad (2)$$

の関係が得られる．従って，透磁率 μ は外部磁界 H に応じて変化する磁壁数に対応するパラメータとなる．しかし，この磁壁数は，磁区の方法が変化するとき物理的運動が伴うため，過去の磁化状態すなわち磁気履歴によって異なる値をとる．このため，各磁区状態に至るまでの磁気履歴を正方向と負方向の交流磁界で打ち消して得られる場合，ユニークな磁壁数 $n(=N'/N)$ となる．すなわち，理想磁化曲線上で定義される透磁率 μ が各磁区状態の磁壁数 n に対応する．

次に可逆透磁率 μ_r について考えるため，(1)式の両辺を時間について微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= \left(\mu_0 + B_s \frac{\partial n}{\partial H}\right) \frac{dH}{dt} + B_s \frac{\partial n}{\partial x} \frac{dx}{dt} \\ &= \left(\mu_0 + B_s \frac{\partial n}{\partial H}\right) \frac{dH}{dt} + 2 \frac{n}{b} B_s \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

を得る．ここで， b は，図5に示す短冊状磁区モデルの横幅である．右辺第3項は，短冊状磁区が反転するとき磁束密度の変化が $2B_s$ となり，かつ磁区の反転が見かけ上 x 方向に磁石が運動したことに対応して生ずる誘起電圧である．(3)式を変形し，ある磁区状態からまだ他の磁区状態へ完全に移行していない状態，すなわち $\partial n / \partial x \approx 0$ または $dx / dt \approx 0$ とすれば，

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= \mu_0 \left(1 + \frac{\partial n}{\partial H} \frac{B_s}{\mu_0}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \\ &\approx \mu_0 \left(1 + \frac{\partial n}{\partial H} \frac{B_s}{\mu_0}\right) \frac{dH}{dt} = \mu_r \frac{dH}{dt} \end{aligned} \quad (4)$$

を得る．従って，可逆透磁率 μ_r は，外部磁界 H に対する磁壁の変化率 $\partial n / \partial H$ に対応する可逆的な磁化過程を表すパラメータとなる．外部から徐々に磁界 H が加えられたときの磁区を微細に観察すると，磁区の変化が起こる前に磁壁の膨張が起こることが知られている．この磁壁の膨張は完全に可逆過程であるため，可逆透磁率 μ_r は磁壁の膨張を表すパラメータと考えられる．この可逆透磁率 μ_r は，通常あるバイアス磁束密度において測定されるため，

このバイアス磁束密度 B が過去の磁気履歴を含んでいる場合，ユニークな値をとらない．
このため，バイアス磁束密度 B がユニークな値となる理想磁化曲線測定時に得られる可逆透
磁率 μ_r が，ユニークな値となる．

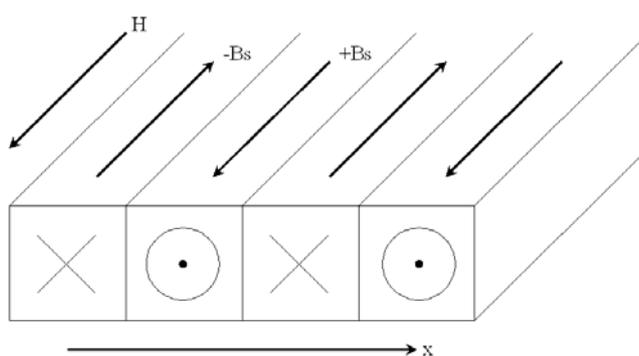


図5 短冊状磁区モデル

2.2 Chua 型磁化特性モデル

ここでは、本論文の根幹である短冊状磁区モデルに基づいた Chua 型構成方程式を導く。

2.2.1 磁化特性の構成方程式の導出

前節の図 5 に示すような短冊状磁区モデルを考える。外部磁界が加わった場合、短冊状磁区の全個数 N のうち N' 個が方向を一致させたとき、 $N'/N=n$ と正規化すれば、磁束密度 B は(5)式で与えられる。すなわち、

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 H + nB_s \\ &= \mu_0 H + M \end{aligned} \quad (5)$$

上式は、磁化率 $\chi_m = M / \mu_0 H$ を導入することで、

$$B = \mu_0(1 + \chi_m)H = \mu H \quad (6)$$

と変形される。さて、(6)式で透磁率 μ が過去の磁気履歴と無関係にユニークな値となる場合は、正方向と負方向の交流磁界で磁気履歴を打ち消して得られる理想磁化曲線の場合である。(6)式では、この理想磁化曲線から得られる透磁率 μ をパラメータとして採用する。これは、磁化特性を表す構成方程式は結果として磁気履歴特性を提示するものであり、構成方程式のパラメータが過去の磁気履歴を含んでいてはならないためである。このとき、(6)式は明らかに静的な磁化特性を表すものであることに注意しなければならない。

次に、動的な磁化特性を導入するために、ある磁区状態から他の磁区状態へ移行する場合を考えると、

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= \mu_0 \left(1 + \frac{\partial n}{\partial H} \frac{B_s}{\mu_0}\right) \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \\ &= \mu_r \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (7)$$

であるから、磁壁の運動に起因する磁界は、パラメータとして s [1/m]を導入して

$$\frac{1}{s} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) = \frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \quad (8)$$

の関係を導く。ここで、 s は結果として磁気履歴特性を表現するパラメータであるため、ヒ

ステリシス係数と呼ぶ。さらに可逆透磁率 μ_r は磁気履歴に無関係になるため、理想磁化曲線測定時に得られるものであり、また理想磁化曲線測定時に使われる交流磁界の周波数は、磁壁の運動速度 dx/dt が無視できるほど充分低くなければならない。(8)式は明らかに動的な磁化特性を表しているから同式と静的な磁化特性を表す(6)式の和が全体の磁化特性を表すこととなる。すなわち、

$$H_{static} = \frac{1}{\mu} B$$

$$H_{dynamic} = \frac{1}{s} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) = \frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt}$$
(9)

であるから $H_{static} + H_{dynamic}$ は

$$H_{total} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt}$$
(10)

または

$$H_{total} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right)$$
(11)

で与えられることとなる。ここで H_{total} を一般的な形 H で書き直すと、

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right)$$
(12)

あるいは

$$H + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}$$
(13)

と書くことができる。この(13)式が本論文で使用する Chua 型磁化特性構成方程式である。また(10)式から

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} B_s \frac{\partial n}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$
(14)

となる。(14)式は、明らかに動的な磁化状態が磁壁の運動速度 $v=dx/dt$ に依存する項と、静的な磁区状態を表す右辺第1項からなることを意味する。

2.2.2.透磁率 μ とヒステリシス係数 s

(13)式のChua型磁化特性構成方程式で、透磁率 μ や可逆透磁率 μ_r 、さらにパラメータ s はそれぞれ一定値ではなく、 μ と μ_r は理想磁化曲線測定時のバイアス(直流)磁束密度の一価関数で表される。このことは、パラメータ s は、磁束密度の時間変化 dB/dt 、磁界の時間変化 dH/dt 、さらに磁束密度 B (μ_r が関数となるため)の一価関数で与えられることを意味する。実際に $\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}$ 対 H の関係を実測すると図6のようになる。パラメータ s は $B=0$ のとき

$$s = \frac{\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}}{H} = \frac{1}{H} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \quad (15)$$

で与えられるから、 $\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}$ の小さい部分ではパラメータ s が極めて小さい値となる。

これは、磁壁の運動速度 $v=dx/dt$ が零に近いとき、ある種の閾値の磁界が存在することを意味し、物理的には各磁壁状態の静止摩擦に対応し、電気的には直流保磁力と呼ばれる磁界 H_c に対応することを意味している。

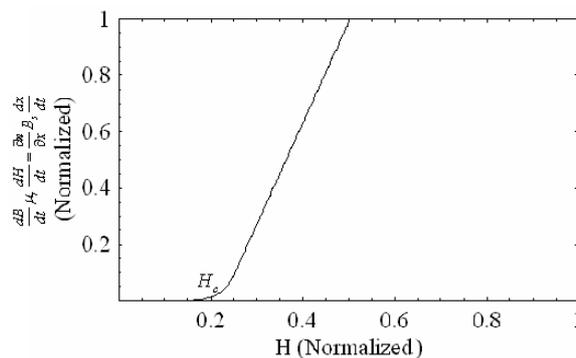


図6 ヒステリシス係数 s を与える曲線

2.3 構成パラメータ

ここでは，Chua 型磁化特性モデルに用いるパラメータの測定法に関して示す[5]．

2.3.1 透磁率

Chua 型磁化特性構成方程式に用いられる構成パラメータの一つである透磁率は，理想磁化曲線を用いている．理想磁化曲線とは，直流磁界に交流磁界を重ねて磁化し，交流磁界を飽和領域に至る大きな値から零まで減少して得られる点をトレースすることで得られる曲線である．この曲線は周波数や磁気履歴に依存せず一意的に決定される．また，Bozorth は，飽和領域まで達した周期的ヒステリシスループの上昇曲線と下降曲線の同一磁束密度 B に対する磁界 H の平均値をトレースした曲線が理想磁化曲線と極めてよく一致することを指摘しており，本研究ではこの Bozorth の指摘に従って得られる理想磁化曲線から透磁率を求めた．

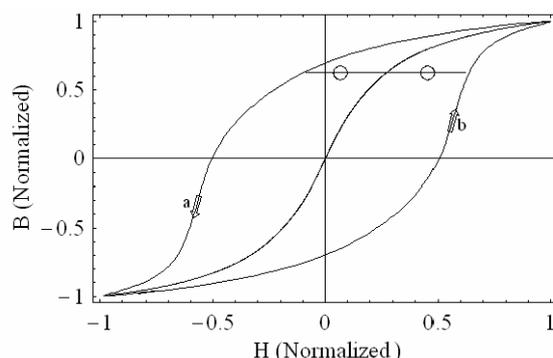


図7 理想磁化曲線の性質

2.3.2 可逆透磁率

図8に示すように磁界 H を増加中に反転させた後，再び増加させるとマナーループを描く．いま，磁界 H と磁束密度 B それぞれの増分 ΔH と ΔB を図のように定義すれば，増分透磁率は

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (16)$$

で定義される．(16)式で ΔH を小さくしていくと，マイナーループの囲む面積は小さくなり最終的には直線となる．この直線となった状態では，可逆的な磁化過程となる．このとき，

$$\mu_r = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (17)$$

を可逆透磁率という．しかし，この可逆透磁率は過去の履歴に依存してしまう．そこで，Chua型磁化特性モデルに用いる構成パラメータ μ_r を一意的に決定するため，理想磁化曲線測定時に得られる可逆透磁率を用いる．

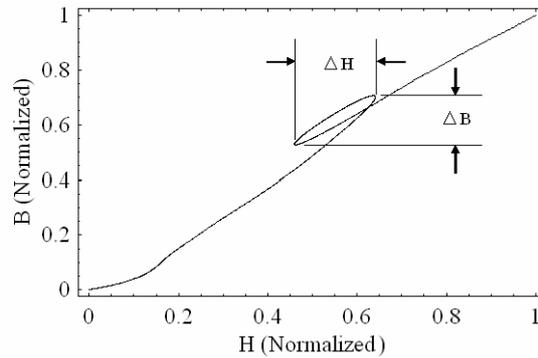


図8 マイナーループ

2.3.3 ヒステリシス係数

ヒステリシス係数 s は磁束密度 $B=0$ 時のサーチコイル誘起電圧より dB/dt と電流波形より dH/dt を求めることで決定できる．磁束密度 $B=0$ 時の磁界 H は保磁力 H に対応するから(13)式よりヒステリシス係数は，

$$s = \frac{1}{H_c} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (18)$$

となる．結果として，励磁電圧を変化させ，磁束密度 $B=0$ 時の dB/dt と dH/dt より，ヒステリシス係数 s が求まる．また，可逆透磁率 μ_r は $B=0$ のとき最大となるためヒステリシス係数を求めるときに使用する値は最大可逆透磁率である．このヒステリシス係数もまた透磁率，可逆透磁率と同様に一意的に決定される．

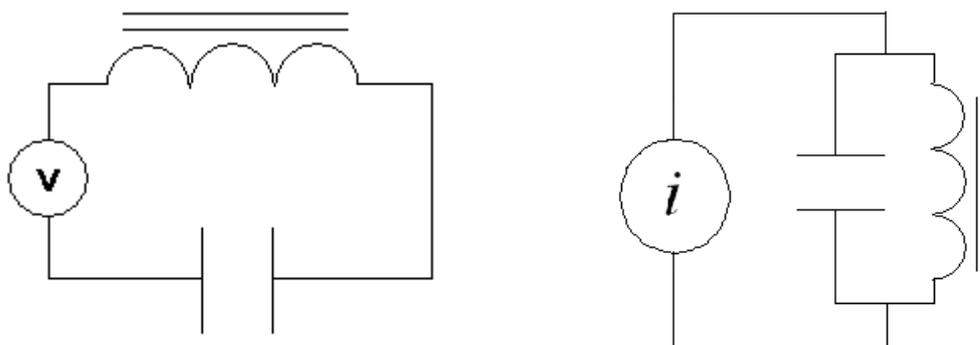
第3章 鉄共振現象の解析

3.1 鉄共振現象

3.1.1 鉄共振現象

LC共振を巧みに利用した電気・電子機器は多い。それらは様々な振動の中から特定の周波数成分を抽出したり，逆に消去したりする機能を持っており，対象とする振動を選択的に取り扱い，有用な特性を得ている。中でも鉄心を用いたインダクタンスを用いると加える電圧や流す電流によってインダクタンスの値が変化し，インダクタンスの値が変化しない場合と比較して著しく異なった現象を引き起こす。この現象を鉄共振現象という。

回路としては，図9に示すように飽和特性を持つインダクタンス L とコンデンサ C を直列あるいは並列に接続する。前者を直列鉄共振回路，後者を並列鉄共振回路と呼ぶ。直列鉄共振回路は主に定電流源として用いられ，並列鉄共振回路は定電圧源として用いられる。この現象の特徴は，入力の変化に対して出力の変化が少ないという点である。図10に示すように入力を徐々に増加させていき，一度共振を起こした後に入力を減少させる。すると出力は入力が増加しているにもかかわらず一定値を取り，すぐには共振が終了せずしばらく持続するという現象が起こる。このように，飽和特性をもつインダクタンスを用いた共振現象は，線形の場合と異なる特性を表すことが知られている。



(a) 直列鉄共振回路

(b) 並列鉄共振回路

図9 鉄共振回路

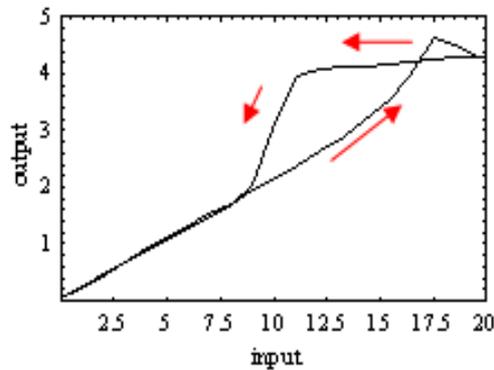


図 1 0 鉄共振現象の特徴

3.1.2 応用例

磁気飽和の特性と LC 共振の性質を巧みに組み合わせたものには様々な応用例がある。ここでは、そのうちのいくつかを紹介する[6]。

(a)定電圧装置

並列共振回路を用いることにより、交流定電圧装置を作ることができる。一般に定電圧装置は基準電圧を準備し、その値と出力電圧とを比較し、その値が基準値よりも低ければ出力電圧を高くするように操作し、高ければ低くするように操作するフィードバック回路が必要になるが、本装置ではそのような電圧調整回路を必要としない。加えて、安定化電圧を取り出すための付加的な電子回路も不必要であり、非常に信頼性の高い電源を実現でき、受動的な素子だけから構成されるにもかかわらず、実用上十分な性能を実現できる優れた装置である。

(b)相数変換機

電気機器の運転や電力伝送上、単相から三相への変換、または三相から単相に変換する装置が必要でありそのような変換機を相数変換器と呼んでいる。用途によって、単相-三相変換器、または三相-単相変換器に分けられるが、いずれも装置の中核には三相鉄共振装置が使用されている。単相-三相変換器は三相出力の位相を固定する付加回路と三相鉄共振回路により実現され、三相-単相変換器では、三相鉄共振回路に単相電圧を加えると、その中性点に基本波電圧が現れることを利用している。

(c)周波数逡倍器

一般に、電気機器は駆動周波数を高くするとサイズが小さくなり、回転機では高速回転が可能になる。また、誘導加熱などの利用では周波数が高くなると被加熱物体に生ずるジュール熱が周波数とともに増大し、溶解能力が向上する。そのため、

商用周波数から3倍ないし5倍の周波数の電源に変換する装置が必要となり、それらの機器を周波数逡倍器と呼んでいる。原理的には変換すべき周波数が電源に含まれている場合、所要周波数の同調回路を付加することにより周波数逡倍が可能となる。例えば、3倍周波数逡倍器は、鉄心入りリアクトルを飽和させて、その3倍周波数成分を取り出すようになっている。

鉄共振現象は古くから知られており、上記のように様々な機器に応用されている。しかし、この鉄共振現象は、非線形現象であるため、時として予測困難な振動現象が発生し、装置が使用不能になることもある。これまで、数多くのグループがこの現象の解析、および装置の設計論の確立を試みてきているが、根本となる鉄共振現象発現の原理はいまだ厳密に解明されていない。その主な理由として、磁性材料の磁化特性を表す構成方程式の定式化が困難であったことが挙げられる。本研究では、この磁性材料の特性を Chua 型磁化特性モデルを用いて表現し、この現象を解明せんとするものである。

3.2 実験的検証と数値シミュレーション

3.2.1 直列鉄共振現象の定式化

本研究の解析対象は，図 1 1 に示すような R-L-C 直列回路である．L には，磁性体を含む可飽和インダクタンスを使用している．

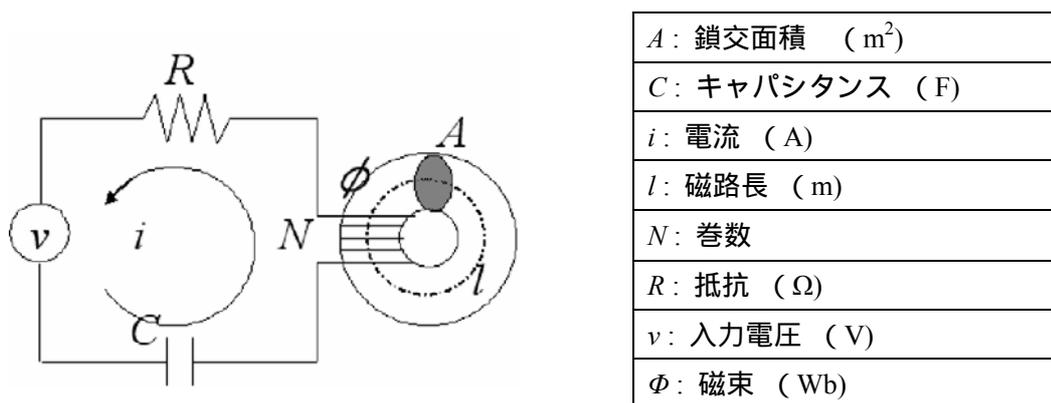


図 1 1 直列鉄共振回路

Chua 型磁化特性構成方程式(13)式を図 1 1 におけるトロイダルコアの磁路 l に沿って線積分することで，(19)式および電流 i と磁束 Φ の関係式(20)を得る．

$$\int_0^l H + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} dl = \int_0^l \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} dl \quad (19)$$

$$Ni + \frac{\mu_r}{s} N \frac{di}{dt} = \frac{l}{\mu A} \Phi + \frac{l}{sA} \frac{d\Phi}{dt} \quad (20)$$

図 1 1 に示す回路より，電流 i とその時間微分 di/dt は以下のように与えられる．

$$i = (v - N \frac{d\Phi}{dt} - V_c) / R \quad (21)$$

$$\frac{di}{dt} = (\frac{dv}{dt} - N \frac{d^2\Phi}{dt^2} - \frac{dV_c}{dt}) / R \quad (22)$$

(21)，(22)式の電流 i とその時間微分 di/dt を磁束 Φ の関係式(20)に代入し，解くべき連立微分方程式(23)，(24)式を得る．

$$\frac{\mu_r N^2}{s R} \frac{d^2 \phi}{dt^2} = -\frac{l}{\mu A} \phi - \left(\frac{N^2}{R} + \frac{l}{s A} + \frac{\mu_r N^2}{s C R^2} \right) \frac{d\phi}{dt} \quad (23)$$

$$+ \left(\frac{N}{R} + \frac{\mu_r N}{s C R^2} \right) V_c + \left(1 - \frac{\mu_r N}{s C R^2} \right) v + \frac{\mu_r N}{s R} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dV_c}{dt} = (v - N \frac{d\phi}{dt} - V_c) / CR \quad (24)$$

(23) , (24)式から(25)式の状態変数方程式が導かれる .

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \frac{d\phi}{dt} \\ V_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (25)$$

あるいは ,

$$\frac{d}{dt} x = ax + b(t) \quad (26)$$

を得る . (26)式を時間刻み幅自動逐次修正方後方オイラー法を適用して解く .

3.2.2 解析方法

初期値問題の数値解析を行う上で、時間刻み幅は非常に重要な意味を持つ。本研究で計算を行う鉄共振現象は非線形な現象であり、時間ごとにシステム方程式の構成パラメータが大きく変化する。このため各計算ステップ毎に最適な刻み幅を適用するため、図12に示すようなアルゴリズムを用いて刻み幅を決定した。この方法では、初期の刻み幅を Δt としたときの解と刻み幅を $\Delta t/2$ として2回計算し Δt と同時刻における解とを比較しその差が許容誤差より小さくなるとき、そのときの値を解とし、逆に大きい場合は、刻み幅をさらに半分として同様の計算を行い、許容誤差が以下の最適な刻み幅を用いて解を決定していく[6]。

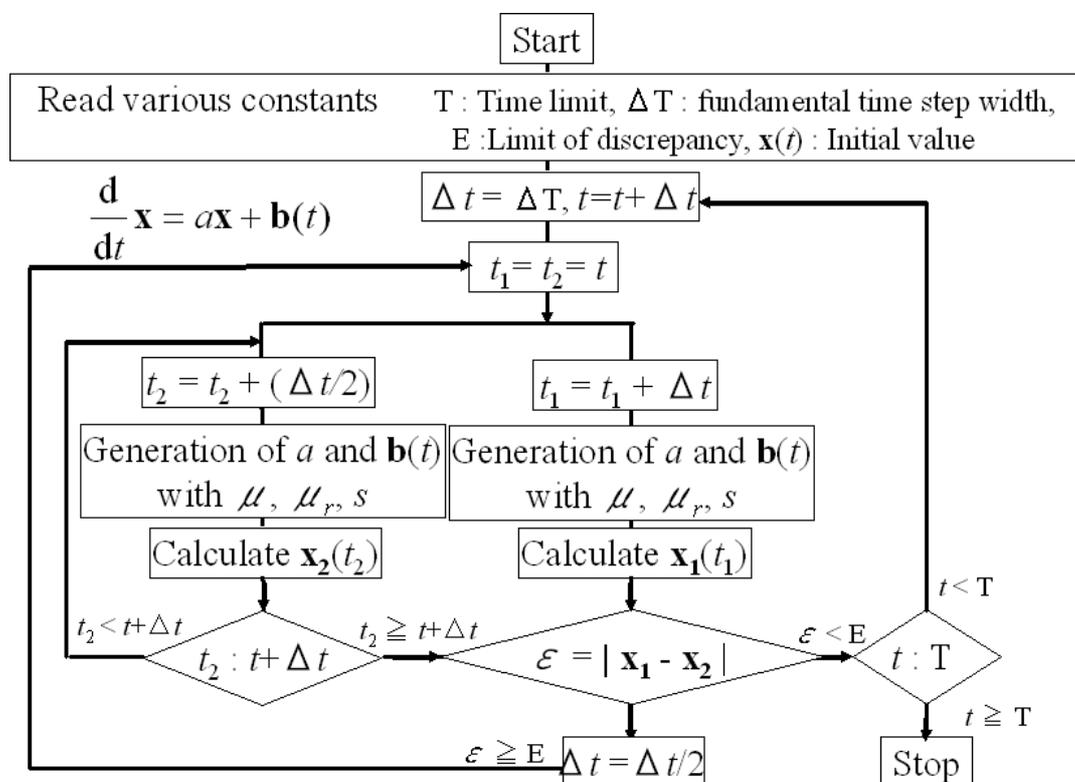


図12 刻み幅自動逐次修正型後方オイラー法のアルゴリズム

3.2.3 実験的検証と数値シミュレーション

表 1 に示す定数を用いて直列鉄共振回路の過渡解析を行った。本研究で用いた磁性体は、図 1 3 に示す TDK 社製 H5A のフェライトコアである。この磁性体の磁化特性を表現するための Chua 型磁化特性モデルのパラメータを図 1 4 に示す。ここでコンデンサ容量 C の決定法について述べる。鉄共振現象は LC 共振に基づいているから共振する条件を勘案しなければならない。本研究においては、以下の手順でコンデンサ容量 C を決定した。

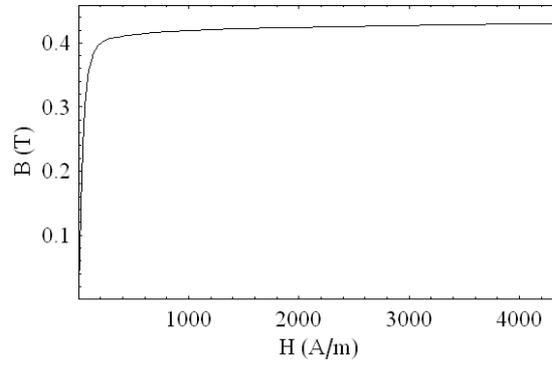
- 1) 飽和領域に入る直前近傍の透磁率 μ を選ぶ
- 2) 1) で決定した透磁率 μ に対する線形回路におけるインダクタンス L を求める
- 3) 共振条件と励磁周波数からコンデンサ容量を決定する。

表 1 直列鉄共振回路パラメータ

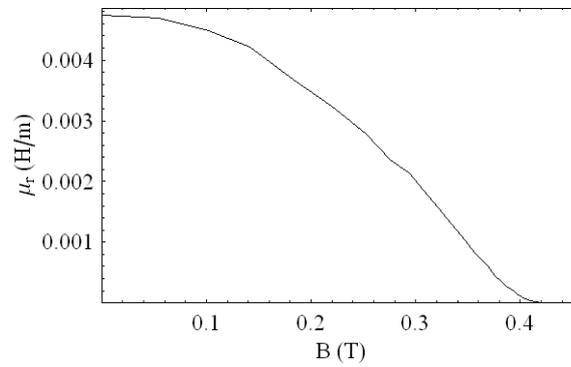
μ : 透磁率 (H/m)	図 14(a)
μ_r : 可逆透磁率(H/m)	図 14(b)
s : ヒステリシス係数 (Ω/m)	図 14(c)
A : 鎖交面積 (m^2)	48.0×10^{-6}
C : キャパシタンス (F)	1.0×10^{-6}
l : 磁路長 (m)	75.4×10^{-3}
N : 巻数	100
R : 抵抗 (Ω)	1.0
r : 内部抵抗 (Ω)	0.4
ε : 許容誤差	1.0×10^{-5}



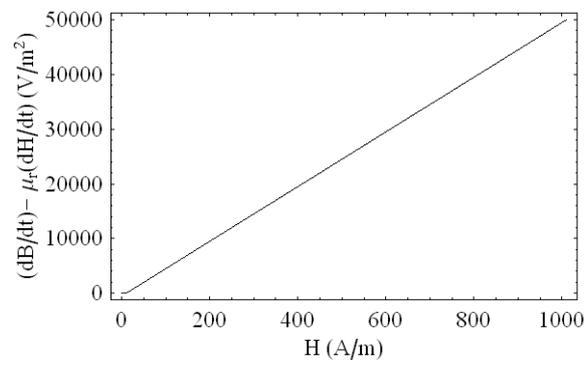
図 1 3 フェライトコア(TDK 社製 H5A)



(a) 透磁率 μ を与える曲線



(b) 可逆透磁率 μ_r



(c) ヒステリシス係数 s を与える曲線

図 1 4 Chua 型磁化特性モデルに用いるパラメータ

図15に示すように,入力電圧を周波数1kHz一定の正弦波とし,その振幅を0Vから6Vまで徐々に増加させ,その後0Vまで減少させた場合の回路に流れる電流とコイルの端子電圧の時間変化の数値解析と実験を行った.

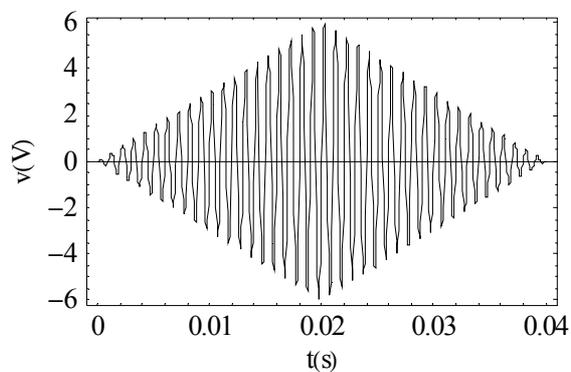
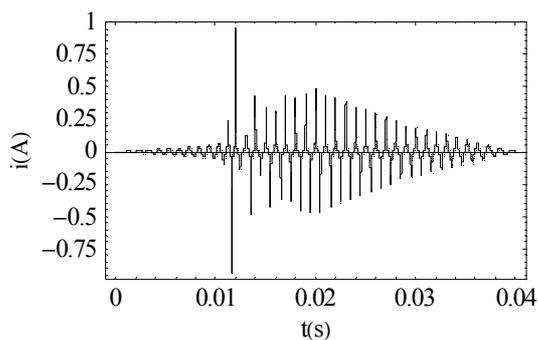
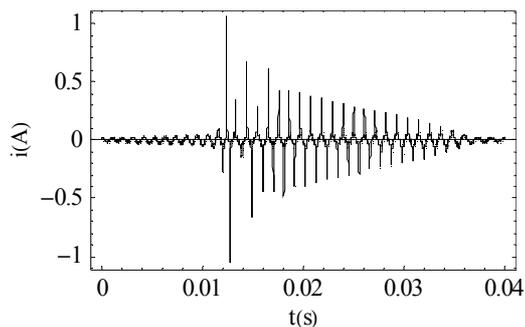


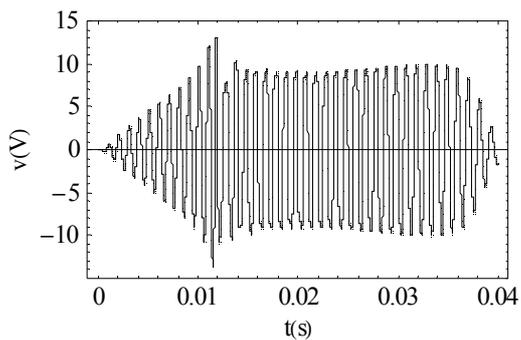
図15 入力電圧 v



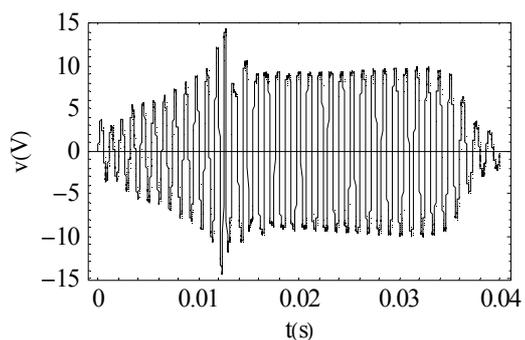
(a) 電流 i (計算値)



(b) 電流 i (実験値)



(c) 電圧 V_L (計算値)



(d) 電圧 V_L (実験値)

図16 計算値と実験値

図16(a), (b)に示すように, 0.012s 付近において鉄共振現象が開始し, 急激な電流の振幅増加が見て取れる. また, 同図(c), (d)に示すようにコイルの端子電圧は, 鉄共振開始後, 一定値を取っている. その後, 入力電圧が鉄共振開始前の振幅に戻っても, 回路に流れる電流とコイルの端子電圧はもとの状態には戻らず鉄共振が持続しているのが見て取れる. このように, 入力が左右対称にもかかわらず, 出力が左右非対称になる典型的な鉄共振現象を再現している. また, 図16の計算値と実験値を比較してほぼ一致しており, この現象の解析において Chua 型磁化特性モデルの有用性が示されている.

図17は, 磁束密度 B の時間変化の計算値と実験値の波形を表したものである. 先ほどの図16に示す電流または電圧の波形とあわせて見てみると, 鉄共振現象は, フェライトコアの磁気飽和領域である $B=0.4$ [T]近傍において開始し, その後磁束密度は一定振幅となり, そして飽和領域に達しなくなると, 鉄共振現象が終了していることがわかる. 鉄共振現象は, 理想磁化曲線から計算される最大透磁率近傍で開始されるということからも, この計算結果は鉄共振現象をよく再現しているといえる.

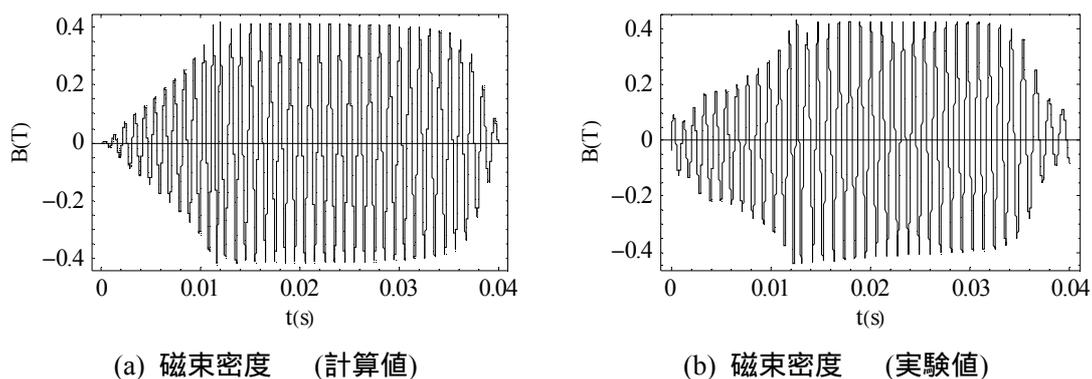
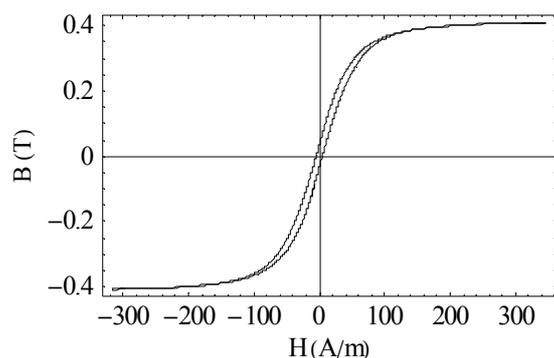


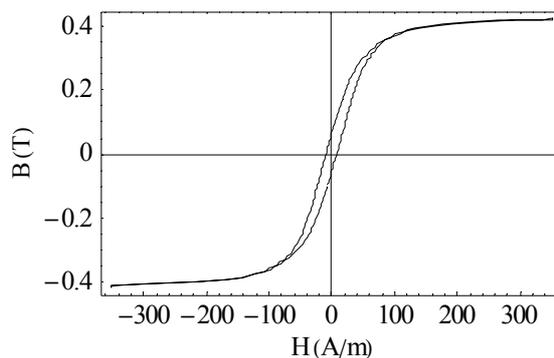
図17 計算値と実験値

3.2.4 ヒステリシスループ

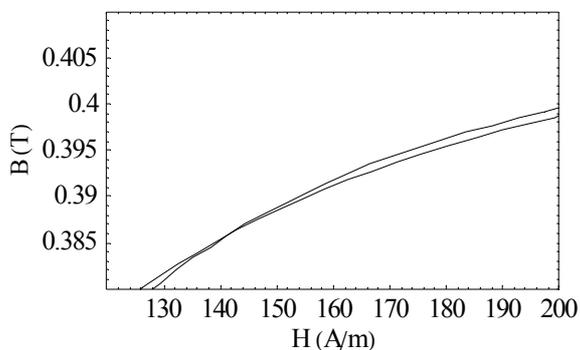
図18(a),(b)は、鉄共振中のヒステリシスループを描いた計算値と実験値である。また、同図(c),(d)は同図(a),(b)の飽和領域の一部を拡大したものである。これをみると、飽和領域において、上昇曲線と下降曲線が反転しているヒステリシスループが描かれていることがわかる。一般的に、ヒステリシスループの囲む面積は単位体積あたりの鉄損に等しい。従って、上下反転したヒステリシスループは、本来鉄損となるべき磁気エネルギーの一部が系に回生していることを意味する。



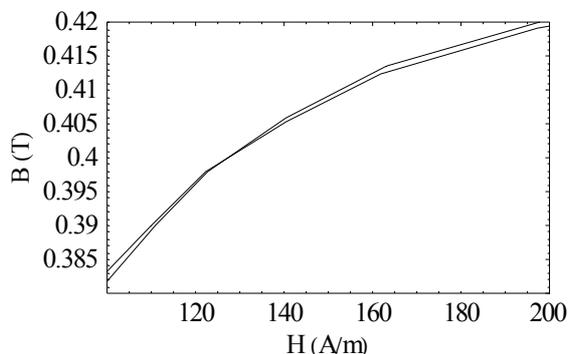
(a) 計算値



(b) 実験値



(c) 計算値



(d) 実験値

図18 計算値と実験値(鉄共振時)

図19, 20はそれぞれ, 鉄共振開始前, 終了後のヒステリシスループおよびその飽和領域を拡大したものである。こちらの図では図18と異なり, 磁束密度が飽和領域まで達していないため, 上下の反転が起こっていないことが見て取れる。このように, 高精度のヒステリシスループを描くことにより, 鉄共振時と非鉄共振時に異なる特性を表すことが明らかになった。

今回解析を行った直列鉄共振現象は, 入力電圧が減少しているにもかかわらず出力電流が一定値を維持する特徴を持っている。これは, 磁性体が磁化され, 飽和領域まで達すると鉄損となるべきエネルギーの一部が系に回生され, 鉄共振が開始される。そして, 飽和領域に達しなくなると, 回路に回生されるエネルギーがなくなり共振が終了することが初めて解明された。

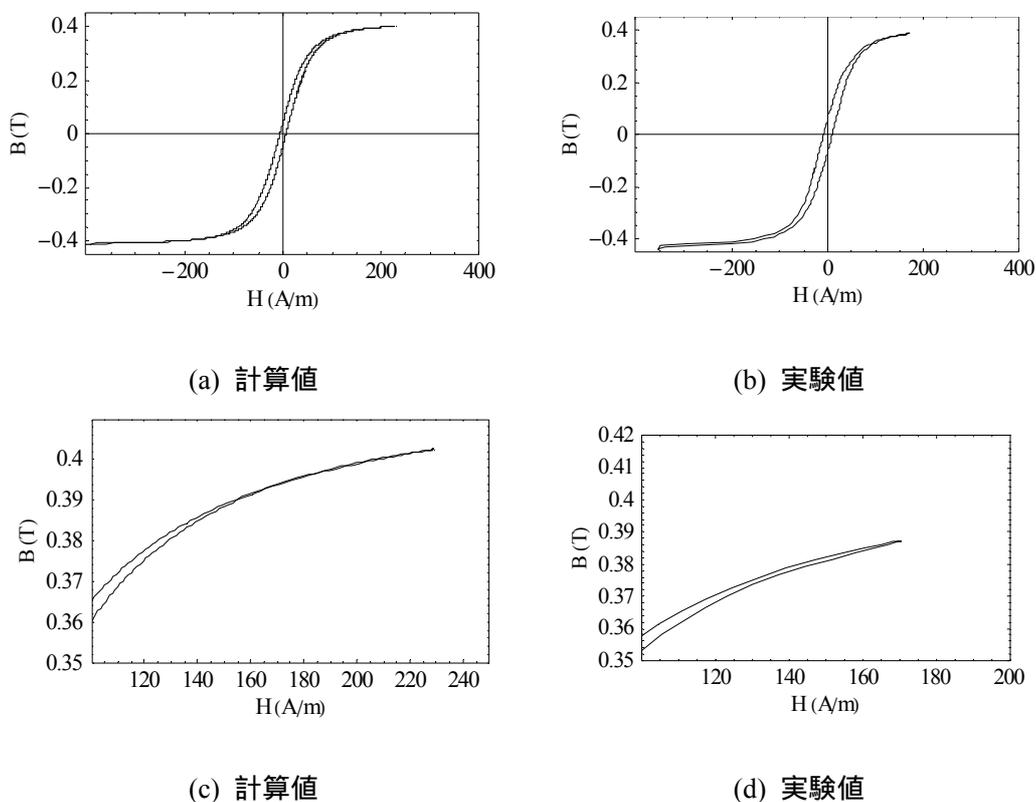
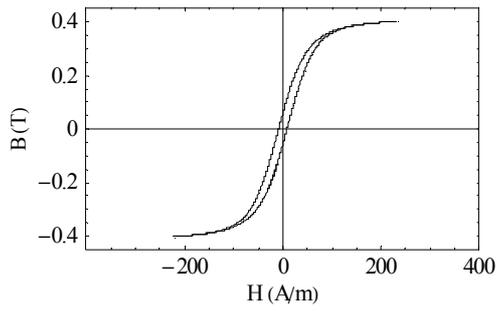
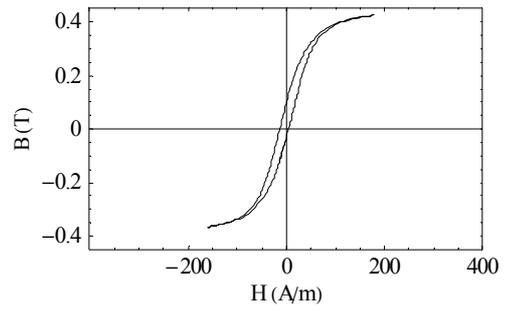


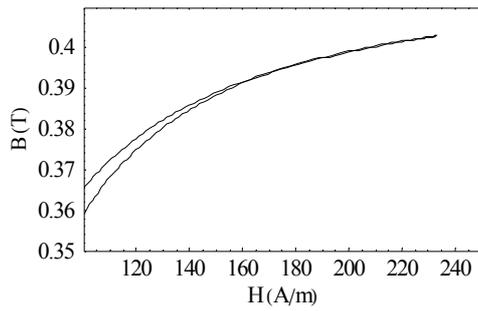
図19 計算値と実験値(鉄共振開始前)



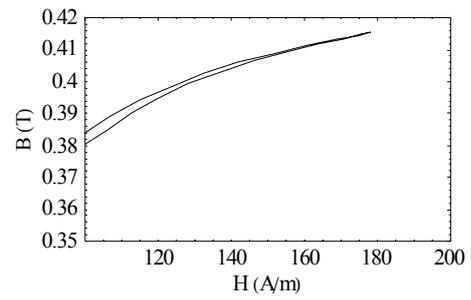
(a) 計算値



(b) 実験値



(c) 計算値



(d) 実験値

図 2 0 計算値と実験値(鉄共振終了後)

第4章 結論

本論文では、Chua 型磁化特性モデルを用いて直列鉄共振回路の過渡解析を行い、鉄共振現象中の磁化特性に関して考察した。その結果、鉄共振現象が起こる場合と起こらない場合の磁化特性が本質的に異なることを発見した。

第2章では、磁性体の主な特性およびその特性を表現する Chua 型磁化特性モデルについて述べた。磁性材料を含む電気機器を解析するためには、過去の磁気履歴に依存しないパラメータを用いた磁化特性モデルの提案が必要である。ここで示した Chua 型磁化特性モデルに用いるパラメータは、過去の磁気履歴に依存しないものである。したがって、このモデルを用いた磁性材料を含む電磁界解析の有用性が示されている。

第3章では、Chua 型磁化特性モデルを用いた鉄共振現象の解析について述べた。その結果、磁性体が磁化され、飽和領域まで達すると本来鉄損となるべき磁気エネルギーの一部が回路へ回生していることが判明した。直列鉄共振現象は、入力電圧が減少しているにもかかわらず出力電流が一定値を維持する特徴を持っている。これは、磁性体が磁化され、飽和領域まで達すると鉄損となるべきエネルギーの一部が系に回生され、鉄共振が開始される。そして、飽和領域に達しなくなると、回路に回生されるエネルギーがなくなり共振が終了する。このため、鉄心中の磁束密度が飽和地を持つ範囲で共振の持続がなされると解釈される。

従来の解析においては、非線形である磁化特性を完全に考慮した計算を行うことが不可能であったが、Chua 型磁化特性モデルを用いることによってより精緻で高度な解析を行うことができた結果、鉄共振現象を喚起する原因を突き止めることに成功した。これは、Chua 型磁化特性モデルが、磁性材料を含む電気機器のより高度な解析に有用であるということも意味している。

参考文献

- [1] 早野誠治, “磁性材料の構成方程式に関する研究”, 法政大学学位論文 (1995-1)
- [2] Y. Saito, M. Namiki, and S. Hayano, “A Magnetization Model for Computational Magnetodynamics”, J. Appl. Phys., Vol.69, No.8, pp.4614-4616 (1991-4)
- [3] Y. Saito, S. Hayano, and Y. Sakaki, “A Parameter Representing Eddy Current Loss of Soft Magnetic Materials and Its Constitutive Equation”, J. Appl. Phys., Vol.64, No.10, pp.5684-5686 (1988-11)
- [4] R. S. Vargier, “Matrix Iterative Analysis”, Prentice-Hall, NJ (1962)
- [5] 川西健次, 近角聰信, 櫻井良文, “磁気工学ハンドブック” 朝倉書店(1998)
- [6] 遠藤久, 早野誠治, 齋藤兆古, “可飽和インダクタンスを含む回路解析に関する考察”, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-02-139 (2002-10)
- [7] 田中祐司, 齋藤兆古, “磁化特性のモデリングと電気機器可視化解析への応用”, 第15回MAGDAコンファレンスin桐生 講演論文集, pp104-109

研究業績

- [1] 2007 年度 可視化情報学会 第 3 5 回可視化情報シンポジウム
松尾佳祐, 齋藤兆古, 堀井清之, “ 変圧器励磁過渡磁束密度分布の可視化 ”
- [2] 2007 年度 第 1 6 回 MAGDA コンファレンス in 京都
松尾佳祐, 齋藤兆古, “ Chua 型磁化特性モデルによる鉄共振回路解析 ”
- [3] 2007 年度 法政大学計算科学研究センター研究報告
松尾佳祐, 齋藤兆古, “ Chua 型磁化特性モデルによる鉄共振回路解析 ”
- [4] 2008 年度 可視化情報学会 第 3 6 回可視化情報シンポジウム
松尾佳祐, 齋藤兆古, 堀井清之, “ 固有値の可視化による非線形電気回路解析 ”
- [5] 2008 年度 第 1 7 回 MAGDA コンファレンス in 日立
松尾佳祐, 齋藤兆古, “ 鉄共振現象による磁化特性の可視化 ”

謝辞

本研究を進めるにあたり，齋藤兆古教授には多くのご指導，ご支援を賜りました．厚く感謝いたします．

また，本研究の発端となった田中祐司氏の修士論文および計算手法のオリジナルコードを提供していただいた，田中，遠藤，両氏に深く感謝いたします．

齋藤兆古研究室の皆様には公私にわたりご助言，ご支援を賜りました．ありがとうございました．