

平成4年度

Abstract

指導教授 斎藤 兆古 教授

論文題名 電磁界系逆問題に関する研究

A STUDY OF THE INVERSE SOURCE PROBLEMS IN ELECTROMAGNETIC FIELDS

The inverse problem is one of the most important problems in the recent design of the deterministic methods based on the Cauchy-Schwarz relation is proposed to solve the inverse source problems in electromagnetic fields. This method is called the Sampled Pattern Matching (SPM) method. A theoretical background of this SPM method is given by means of a generalized factor analysis, incomplete Fourier series, coefficient of correlation and neural networks. The SPM method is now applied to human heart and brain diagnosis. The SPM method yields field source patterns having a lot of ambiguity so that it is required to select only the major patterns. In order to remove this difficulty, a new approach that takes a correlation among the independently obtained results by the SPM method is proposed in this paper. This new approach is applied to human heart diagnosis and the leakage magnetic field source search. As a result, the new approach yields excellent results.

大学院工学研究科  
電気工学専攻修士課程

学籍番号 9103220  
橋田 和泰

**Abstract**

2.2.3 弱型式の逆問題	3
2.2.4 強型式の逆問題	4

The inverse problem is one of the most important problems in the recent designing, optimization and non-destructive engineerings. In this paper, one of the deterministic methods based on the Cauchy-Schwarz relation is proposed to solve the inverse source problems in electromagnetic fields . This method is called the Sampled Pattern Matching (SPM) method. A theoretical background of this SPM method is given by means of a generalized factor analysis, incomplete Fourier series, coefficient of correlation and neural networks. The SPM method is now applied to human heart and brain diagnosis. The SPM method yields field source patterns having a lot of ambiguity so that it is required to select only the major patterns. In order to remove this difficulty, a new approach that takes a correlation among the independently obtained results by the SPM method is proposed in this paper. This new approach is applied to human heart diagnosis and the leakage magnetic field source searching problem. As a result, the new approach yields excellent results.

20

6.1.1 一点に電流双極子が集中している場合	20
-------------------------	----

## 目次

1. まえがき	-----	1
2. 電磁界源推定の逆問題	-----	2
2.1 歴史的経緯		2
2.2 逆問題の定義と分類		2
2.2.1 順問題		3
2.2.2 直接問題		3
2.2.3 弱型式の逆問題		3
2.2.4 強型式の逆問題		4
3. 電磁界系逆問題の基礎方程式	-----	6
3.1 積分方程式		6
3.2 システム方程式		7
4. Sampled Pattern Matching (SPM) 法	-----	11
4.1 仮定		11
4.2 アルゴリズム		12
4.3 理論的背景		13
4.3.1 因子分析法		13
4.3.2 フーリエ級数		13
4.3.3 相関係数		15
4.3.4 ニューラル・ネットワーク		17
5. SPM法の応用	-----	20
5.1 解パターンの一意性		20
5.1.1 一点に電流双極子が集中している場合		20
5.1.2 電流双極子が特定部分に分散している場合		21
5.1.3 電流双極子が拡散している場合		23
5.1.4 電圧双極子の場合		24
5.2 心磁図への応用		26
5.3 電気刺激による脳内電流双極子分布		32
6. 並列SPM法	-----	36
6.1 原理		36
6.2 検証例題		37
6.3 心臓内の電流分布推定		41
6.4 電子機器からの漏れ磁界源推定		47

3. まえ	
6.4.1 仮定	47
6.4.2 電流分布推定結果	48
7. 結論	52
参考文献	

## 1. まえがき 逆問題

現在の電磁界解析技術は、電磁界源からその電磁界分布を求める、いわゆる順問題を前提として進められている。これは従来の解析技術が順問題にのみ展開可能であったことに起因すると考えられる。これに対し、近年広く用いられているデジタル計算機の強力な計算能力を前提とした数値解析技術は、順問題において従来の解析的手法では解析不可能であった現象を、近似解とはいえ解析可能にしてきた。一方、他方、部分的な電磁界分布からその電磁界源を求める、いわゆる逆問題に関しては、現在活用できる理論的な基礎が大部分順問題を前提として確立しているために、デジタル計算機の強力な計算能力を前提としても大幅な進歩は成されていないように考えられる。AbelやNeumannなどの高名な数学者らも逆問題を手がけており、その歴史は古く、既知数が未知数に比べて圧倒的に少ないため、ある特定の場を除いて多くの曖昧さを含む解が求められる程度であると結論づけられている。強型式の逆問題の例とし、しかしながら、過去の大数学者らのこの結論は、デジタル計算機が現在に比べ未発達であった時代のものであり、現代のデジタル計算機の強力な計算能力をもってすれば、逆問題解析に関する新たな問題解決への可能性があると考えられる。本論文では、まず逆問題の定義と分類を明確にし、次にデジタル計算機の強力な計算能力を前提として逆問題解析法について検討し、従来の解析的な理論で証明されているように、厳密解は求められないが、解分布パターンは一意的に推定できることを見いだした。さらに、磁界や電界のように同一電磁界源から生じて独立に測定された物理量より、それぞれ独立に電磁界源分布パターンを推定し、それらの推定結果の相関をとることで、より高精度な電磁界源分布パターンを推定する方法を提案する。具体的な例として、生体内の電流分布推定問題、および、電子機器から漏洩する電磁界源推定問題を取り上げ、この新方法が電磁界系逆問題の有力な解法の一つであることを報告する。本稿では強型式の逆問題(Strongly Ill-Posed Problems)と呼ぶ。Stokes(1867)や Neumann(1906)などは、強型式の逆問題は非線形(対象物内のフィールド)の欠陥から

2. 電磁界源推定の逆問題 なる問題であること、および解析解が期待できる逆問題 (Weakly Ill-Posed Inverse Problems) と解析解が期待できない逆問題 (Strongly Ill-Posed Problems) の区別を明確に定義しておく。

2.1 歴史的経緯

1823年に数学者のAbelが摩擦のない斜面の形状推定問題を考えた。その問題とは、「ある粒子を摩擦のない斜面上で転がし、その初期速度と戻ってくるまでの時間を測定することにより、斜面の形状を決定することができるか」というものであった。即ち、逆問題的発想の原点は、形状や媒質などが未知の対象に対して外部からある入力に対する応答を調べることで対象の形状や媒質などを求めんとすることにある。Abelの問題は対象の性質・媒質が既知であり、形状のみを未知としている。このような、形状や媒質などのスカラー量を、外部からの入力とその応答を既知情報として求める問題を、本稿では弱型式の逆問題 (Weakly Ill-Posed Problems) と呼ぶ。一般に、弱型式の逆問題は解析的に解くことが可能で、Abelの問題もAbel型の積分方程式を解くことに帰し、スロープの形状を求めることに成功した [1]。他の弱型式の逆問題の例としてComputed Tomography (CT) がある。1917年に数学者のRadonが、ある対象に対してすべての方向からの投影データを得れば、対象物体の形状が求まることを証明した [1]。その後、 $\gamma$ 線を用いたOldendorfの実験やRIを用いたKuhlの実験成果を基礎として、HounsfieldとAnbroseがCTの実験に成功した [2]。このようにスカラー量を求める弱型式の逆問題は、入出力情報が理想的に得られれば解くことが可能である。

他方、100年以上の歴史を持つ逆問題として、地球表面上の引力分布の測定から地球内部の密度を求めんとする問題がある。これは「地球表面の重力を測定することにより、地球内部の密度を決定することができるか」という問題である。弱型式の逆問題との本質的な違いは、1) 求める対象が形状や媒質などのスカラー量でなく、地球表面上に引力を与える引力源分布であり、また、2) 得られる情報が地球表面における引力分布のみであって、地球内部の情報は得られない点であろう。このような求める対象がフィールド源であり、かつ情報として得られるフィールドが局所的である問題を、本稿では強型式の逆問題 (Strongly Ill-Posed Problems) と呼ぶ。Stokes (1867) や Neumann (1906) などは、強型式の逆問題は情報量 (対象物内のフィールド) の欠落から一意的な解が求まらず、ある程度の曖昧さを持つ解しか得られないとの結論を下している。

部分的な電磁界源分布からその電磁界源を求める問題は、まさにこの強型式の逆問題である。従ってこの場合、一意的な解を求めることはできないが、有限個のデータを反映した一意的な解パターンは得ることができるということを強く念頭にとどめておかねばならない。式で係数行列  $C$  は未知である。しかし、問題空間が例えば空気などの様な既知媒質で満たされている場合の係数行列を  $C_0$  とすれば、(2.2)式は、

## 2.2 逆問題の定義と分類

逆問題は100年以上の歴史を持つにも拘らず、未だに明確な定義と分類はされていないようである [1]。これはおそらく、理想的な条件で測定がなされ、解析的な解が期待できるCTのような媒質推定に関する逆問題と、本稿で取り上げる磁界源となる電流分布を推定するInverse Sourceに関する問題の明確な区別をせず、結果から原因を求める問題を逆問題と総称していることに起因すると考えられる。ここでは、逆問題を

従来の順問題と本質的に異なる問題であること、および解析解が期待できる逆問題 (Weakly Ill-Posed Inverse Problems) と解析解が期待できない逆問題 (Strongly Ill-Posed Inverse Problems) の区別を明確に定義しておく。

$$Y = (C_0 - C)X$$

**2.2.1 順問題** 電磁界系だけでなく多くの場の問題は、微分または積分形の支配方程式が導かれる。デジタル計算機を前提とする数値解析では、有限要素法、有限差分法、境界要素法さらにモーメント法等で代表される離散化法を用いて、支配方程式は連立方程式または行列形のシステム方程式に帰すことができる。いま、 $C$ 、 $X$ 、 $Y$  をそれぞれシステム方程式の係数行列、出力さらに入力ベクトルとすれば、システム方程式は、

$CX = Y$  形式逆問題 直接問題では出力ベクトル  $X$  の全てが与えられる (2.1) が、出力ベクトル  $X$  の一部からなる部分出力ベクトル  $X_0$  が与えられ、入力ベクトル  $Y$  を求めと書ける。一般に適切に導かれた (2.1) 式の係数行列  $C$  は正方行列であり、その逆行列を持つ非特異行列である。順問題 (Regular or Forward Problems) は、(2.1) 式の両辺に係数行列  $C$  の逆行列を乗算し、出力ベクトル  $X$  を求める問題である。 (2.5)

**2.2.2 直接問題** (2.1) 式で出力ベクトル  $X$  が与えられ、入力ベクトル  $Y$  を求める問題を考える。この問題は、出力が与えられ入力を求める問題であるため逆問題と解釈されがちであるが、単に出力ベクトル  $X$  を (2.1) 式に代入し入力ベクトル  $Y$  を求める問題であり、解は一意的に求められることから直接問題 (Direct or Dual Problems) と定義される。

と変形される。行列  $D$  は (2.5) 式の行列  $C^{-1}$  の  $n$  行  $m$  列からなる行列である。また、  
**2.2.3 弱型式逆問題** (2.1) 式でベクトル  $X$  と  $Y$  が与えられ、係数行列  $C$  を求める問題を考える。即ち、場の媒質パラメータを求める逆問題である。この種の逆問題は解析的に一意的な結果が期待できるため、弱型式の逆問題 (Weakly Ill-Posed Inverse Problems) と定義する。6)、(2.7) 式で  $m$  は未知数の数、 $n$  は式の数に対応する。更に、(2.1) 式において外因的な入力フィールドベクトル  $Y_0$  を与えた場合のシステム方程式を、

$$Y = F(Y_0), \quad (2.6)$$

$$CX = Y_0, \quad (2.2)$$

であるから、明らかに (2.6) 式から一意的な入力ベクトル  $Y$  を求めることは不可能であるとする。いま、(2.2) 式で係数行列  $C$  は未知である。しかし、問題空間が例えば空気などの様な既知媒質で満たされている場合の係数行列を  $C_0$  とすれば、(2.2) 式は、(2.2)

$$C_0 X = (C_0 - C)X + Y_0 = Y + Y_0, \quad (2.3)$$

と変形できる。これは、未知媒質からなる係数行列  $C$  を求める問題が、入力ベクトル  $Y$  を求める問題に帰することを意味する [3]。この入力ベクトル  $Y$  は明らかに出力ベク

トル  $X$  の関数であり、さらに出力ベクトル  $X$  は外因的な入力ベクトル  $Y_s$  の関数であるため、結局、

$$Y = (C_0 - C)X = f(Y_s), \quad (2.4)$$

が成り立つ。従って、各種の入力ベクトル  $Y_s$  とその応答の部分出力  $X_p$  を測定することで、未知媒質からなる係数行列  $C$  を求めることが可能である。特に、直進性の強い  $X$  線や  $Y$  線を入力源とする Computed Tomography では、フーリエ変換を用いて解析的に媒質推定が可能であることが証明されている [1,2]。

**2.2.4 強型式逆問題** 直接問題では出力ベクトル  $X$  の全てが与えられるとしたが、出力ベクトル  $X$  の一部からなる部分出力ベクトル  $X_p$  が与えられ、入力ベクトル  $Y$  を求める問題を考える。(2.1)式から出力ベクトル  $X$  は、

$$X = C^{-1}Y, \quad (2.5)$$

で与えられるから、 $m$  個の要素からなる出力ベクトル  $X$  の中で  $n$  個の要素からなる部分出力ベクトル  $X_p$  に対して (2.5) 式は、

$$X_p = DY, \quad (2.6)$$

と変形される。行列  $D$  は (2.5) 式の行列  $C^{-1}$  の  $n$  行  $m$  列からなる行列である。また、

$$m > n, \quad (2.7)$$

の条件が成り立つ。(2.6)、(2.7)式で  $m$  は未知数の数、 $n$  は式の数に対応する。更に、たとえ外因的な入力  $Y_s$  を入力しても弱型式の場合と異なり、

$$Y \neq f(Y_s), \quad (2.8)$$

であるから、明らかに (2.6) 式から一意的な入力ベクトル  $Y$  を求めることは不可能である。このため、(2.6)、(2.7) および (2.8) 式が成り立つシステム方程式で記述される問題を強型式の逆問題 (Strongly Ill-Posed Problems or Inverse Source Problems) と定義する [1]。

以上の分類は、図2-1のようにまとめられる。



【電磁界系逆問題の基本方程式】

【積分方程式】

【電磁界系問題の多くは、次式に示すポアソン型の方程式を解くことに帰する、

$$\nabla^2 \phi = -\rho / \epsilon_0 \quad (3.1)$$

ここで、 $\phi$  および  $\rho$  はそれぞれ電位、ポテンシャルまたはアイソポテンシャルの密度を表している。ここで、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $r$  は位置ベクトル、 $\rho$  は電荷密度を表している。ここで、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $r$  は位置ベクトル、 $\rho$  は電荷密度を表している。ここで、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $r$  は位置ベクトル、 $\rho$  は電荷密度を表している。

$$\int_V \rho(r') / (4\pi\epsilon_0 |r-r'|) dv \quad (3.2)$$

ここで電磁界系の積分方程式 (3.1) において、 $\rho$  は透磁率

$\mu$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

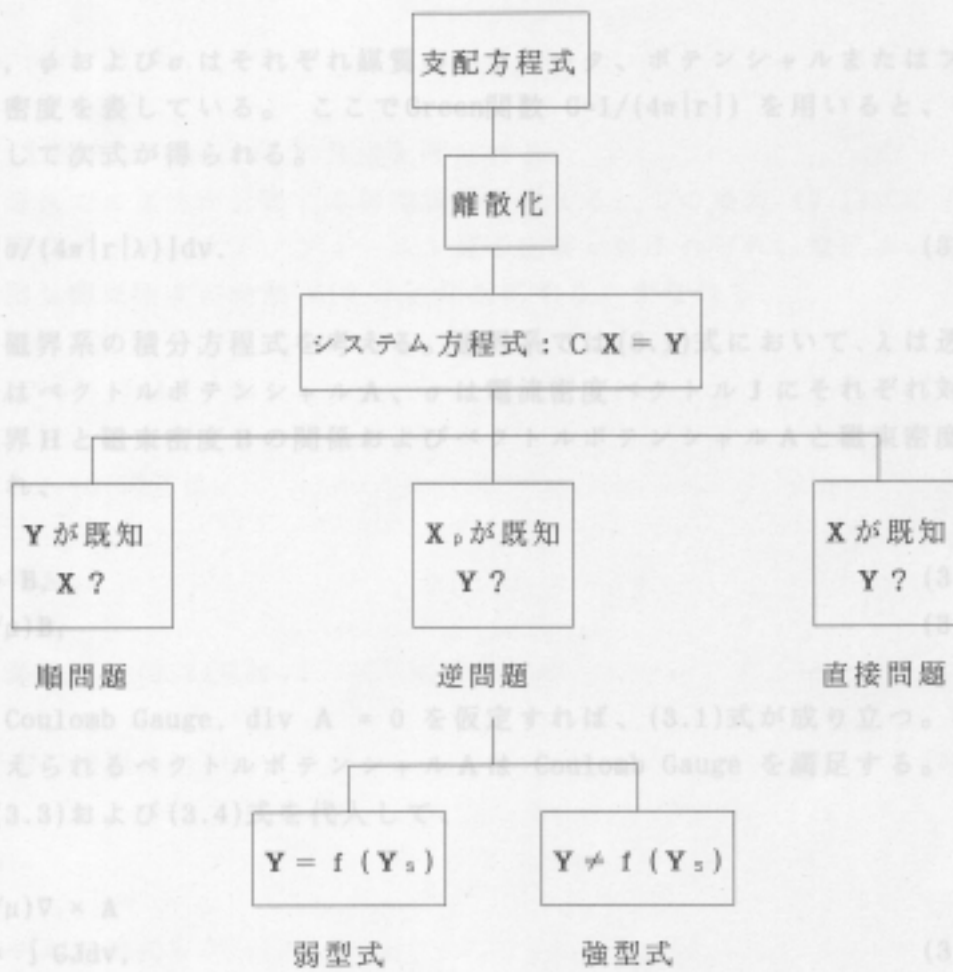
する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応

する。ここで、 $\mu$  は透磁率、 $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャル、 $\mathbf{J}$  は電流密度ベクトルにそれぞれ対応



- C : m × m 正方行列
- Y : m 次の入力ソースベクトル
- Y<sub>s</sub> : m 次の外因的な入力フィールドベクトル
- X : m 次の実出力ポテンシャルまたはフィールドベクトル
- X<sub>p</sub> : X の n 次の部分出力ベクトル

図2-1 逆問題の定義と分類

### 3. 電磁界系逆問題の基礎方程式

となる。また、電界は、 $E = -\nabla\phi$ であるから、(3.1)式は、

#### 3.1 積分方程式

電磁界系問題の多くは、次式に示すポアソン型の方程式を解くことに帰する。

$$\lambda \nabla^2 \psi = -\rho, \text{ 密度 } \rho \text{ が一定であるならば,} \quad (3.1)$$

ここで $\lambda$ 、 $\psi$ および $\rho$ はそれぞれ媒質のパラメータ、ポテンシャルまたはフィールド、ソースの密度を表している。ここでGreen関数  $G=1/(4\pi|r|)$  を用いると、(3.1)式の積分形として次式が得られる。法則と呼ばれる。

最後に媒体中に電流が分布する静電流系を考える。この場合、(3.1)式のポテンシャル  $\psi = \int [\sigma/(4\pi|r|\lambda)]dv$ 、フィールド源の密度 $\rho$ はそれぞれ、電位 $\phi$ 、(3.2)式および湧き出し電流密度の発散  $\text{div } J$ 、に対応する。すなわち、

ここで磁界系の積分方程式を考える。磁界系では(3.1)式において、 $\lambda$ は透磁率 $\mu$ の逆数、 $\psi$ はベクトルポテンシャル $A$ 、 $\rho$ は電流密度ベクトル $J$ にそれぞれ対応する。また、磁界 $H$ と磁束密度 $B$ の関係およびベクトルポテンシャル $A$ と磁束密度 $B$ の関係はそれぞれ、(3.1)式は、

$$\nabla \times A = B, \quad (3.3)$$

$$H = (1/\mu)B, \quad (3.4)$$

となる。従って、(3.2)式は、

である。Coulomb Gauge,  $\text{div } A = 0$  を仮定すれば、(3.1)式が成り立つ。事実、(3.2)式で与えられるベクトルポテンシャル $A$ は Coulomb Gauge を満足する。従って、(3.2)式に(3.3)および(3.4)式を代入して、

となる(3.5)。

$$H = (1/\mu)\nabla \times A \quad (3.5)$$

磁界系の場合、(3.2)式を第3-1の解析モデルを用いて微小な空間に離散化すると

となり、ある微小断面 $\Delta s$ で電流密度が一定値であるとすれば、(3.5)式は、

$$H = \int (J\Delta s \times a_r / 4\pi r^2) dl = \int (I \times a_r / 4\pi r^2) dl, \quad (3.6)$$

となる。但し、 $a_r$ は $r$ 方向の単位ベクトル、 $dl$ は電流 $I$ の流れる方向の微小距離であり、(3.6)式は Biot-Savart の法則と呼ばれる。

ここで、誘電体の支配する静電界の例を考える。静電界では、(3.1)式のポテンシャル $\phi$ 、媒質のパラメータ $\lambda$ 、フィールド源の密度 $\rho$ はそれぞれ、電位 $\phi$ 、誘電率 $\epsilon$ および電荷密度 $\rho$ に対応するから、(3.2)式は、

$$\phi = \int [\rho/(4\pi\epsilon r)]dv, \quad (3.7)$$

となる。また、電界  $E$  は、 $E = -\nabla\phi$  であるから、 $(-e)$  は電流双極子、 $J_i$  は微小体積  $\Delta v_i$  における電流密度、 $H_1, H_2, \dots, H_n$  は測定境界である。  $a_1, a_2, \dots$  および  $r_{11}, \dots, (i-1) \sim n$ 、 $E = -\nabla \int [\rho/(4\pi\epsilon r^2)] dv$ 、双極子の単位方向ベクトル、電流双極子  $P_{1i}$  か (3.8) 点方向への単位方向ベクトル、および、電流双極子  $P_{1i}$  と測定点間の距離である。  
となり、電荷密度  $\rho$  が一定であるならば、

$$E = \int [\rho/(4\pi\epsilon r^2)] dv, \tag{3.9}$$

となる。(3.9)式は Coulomb の法則と呼ばれる。

最後に導体中に電流が分布する静電流系を考える。この場合、(3.1)式のポテンシャル  $\phi$ 、媒質のパラメータ  $\kappa$ 、フィールド源の密度  $J$  はそれぞれ、電位  $\phi$ 、導電率  $\kappa$  および湧き出し電流密度の発散  $\text{div } J$ 、に対応する。すなわち、

$$\nabla \cdot J = -\kappa \nabla^2 \phi + \nabla \cdot J_s = 0, \tag{3.10}$$

であるから、(3.1)式は、

$$\kappa \nabla^2 \phi = \nabla \cdot J_s, \tag{3.11}$$

となる。従って、(3.2)式は、1 電流双極子の解析モデル。

$\phi = \int [-\nabla \cdot J_s / (4\pi\kappa r)] dv$  と同様に、(3.7)式を図3-2の解析モデルを用い(3.12)線化する  
ると、システム方程式は(3.13)式と同じ形になり、各パラメータは、  
となる[3]。

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T, \tag{3.15a}$$

$$3.2 \text{ システム方程式 } \mathbf{X}_0 = [r_{11}^2, (n \cdot \mathbf{a}_1 / r_{11}^2), \dots, (n \cdot \mathbf{a}_n / r_{11}^2)]^T, \tag{3.15b}$$

磁界系の場合、(3.6)式を図3-1の解析モデルを用いて微小な空間に離散化するとシステム方程式は、

となる。ここで、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  は測定電位、 $P_{1i} = [y_i]$  は電圧双極子（第  $i$  要素内の電位  $\phi_i$  と電界  $E_i = -\nabla \phi_i / \Delta l_i$  のかかる距離  $\Delta l_i$  との積、 $\Delta l_i = \Delta x_i$ 、 $\mathbf{X}_0 = \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{d}_i$ 、 $a_1, a_2, \dots$  および  $r_{11}, \dots, (i-1) \sim n, j=1 \sim n$  はそれぞれ、電圧双極子の単位方向ベクトル、電圧双極子  $P_{1i}$  から測定点方向への単位方向ベクトル、および、電圧双極子となる。ここで(3.13)式中のそれぞれのパラメータは、

$$\mathbf{X}_0 = [H_1, H_2, \dots, H_n]^T, \tag{3.14a}$$

$$y_i = |J_i| \Delta v_i = P_{1i}, \quad i=1 \sim n, \tag{3.14b}$$

$$\mathbf{d}_i = [1/(4\pi)] [(n_1 \times \mathbf{a}_{11} / r_{11}^2), (n_1 \times \mathbf{a}_{21} / r_{21}^2), \dots, (n_1 \times \mathbf{a}_{n1} / r_{n1}^2)]^T, \tag{3.14c}$$

$n$ : 測定点数、

$m$ : 分割個数:  $v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \dots + \Delta v_m$ ,

となる。ここで、 $y_i = |J_i| \Delta V_i (= P_{ji} [\text{Am}], i=1 \sim m)$  は電流双極子、 $J_i$  は微小体積  $\Delta V_i$  における電流密度、 $H_1, H_2, \dots, H_n$  は測定磁界である。 $n_i, a_{ji}$  および  $r_{ji}$  ( $i=1 \sim m, j=1 \sim n$ ) はそれぞれ、電流双極子の単位方向ベクトル、電流双極子  $P_{ji}$  から測定点方向への単位方向ベクトル、および、電流双極子  $P_{ji}$  と測定点間の距離である。

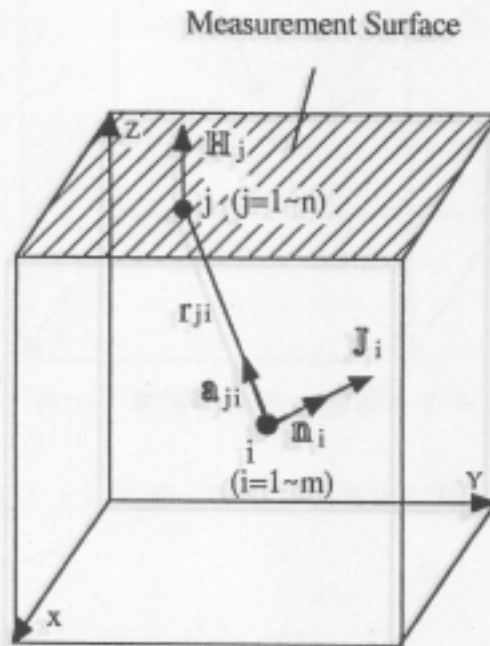


図3-1 電流双極子の解析モデル。

電界系でも磁界系の場合と同様に、(3.7)式を図3-2の解析モデルを用いて離散化すると、システム方程式は(3.13)式と同じ形になり、各パラメータは、

$$X_0 = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T, \quad (3.15a)$$

$$d_i = (1/4\pi) [(n \cdot a_r / r_{1i}^2), (n \cdot a_r / r_{2i}^2), \dots, (n \cdot a_r / r_{ni}^2)]^T, \quad (3.15b)$$

$$y_i = (\rho_i / \epsilon) \Delta V_i = P_{0i}, \quad i=1 \sim m, \quad (3.15c)$$

となる。ここで、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  は測定電位、 $P_{0i} [\text{Vm}]$  は電圧双極子（第  $i$  要素内の電位差  $\Delta \phi_i$  と電界  $E_i = -\nabla \phi_i / \Delta l$  のかかる距離  $\Delta l$  との積、 $\Delta v = \Delta s \times \Delta l$ ）である。 $n_i, a_{ji}$  および  $r_{ji}$  ( $i=1 \sim m, j=1 \sim n$ ) はそれぞれ、電圧双極子の単位方向ベクトル、電圧双極子  $P_{0i}$  から測定点方向への単位方向ベクトル、および、電圧双極子  $P_{0i}$  と測定点間の距離である。

Measurement Surface

となる。ここで、 $y_i = |J_i| \Delta V_i (= P_{ji}, [Am], i=1 \sim m)$ は電流双極子、 $J_i$ は微小体積 $\Delta V_i$ における電流密度、 $H_1, H_2, \dots, H_n$ は測定磁界である。 $n_i, a_{ji}$ および $r_{ji}$  ( $i=1 \sim m, j=1 \sim n$ )はそれぞれ、電流双極子の単位方向ベクトル、電流双極子 $P_{ji}$ から測定点方向への単位方向ベクトル、および、電流双極子 $P_{ji}$ と測定点間の距離である。

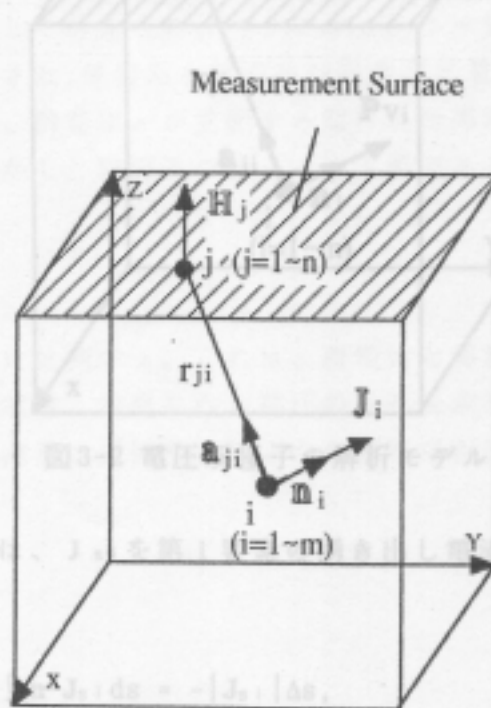


図3-1 電流双極子の解析モデル。

であるから、(3.15c)式を、

電界系でも磁界系の場合と同様に、(3.7)式を図3-2の解析モデルを用いて離散化すると、システム方程式は(3.13)式と同じ形になり、各パラメータは、 (3.17)

$$X_p = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T, \quad (3.15a)$$

$$d_i = (1/4\pi) [(n \cdot a_{/r_{1i}^2}), (n \cdot a_{/r_{2i}^2}), \dots, (n \cdot a_{/r_{ni}^2})]^T, \quad (3.15b)$$

$$y_i = (\rho_i / \epsilon_i) \Delta V_i = P_{0i}, \quad i=1 \sim m, \quad (3.15c)$$

となる。ここで、 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ は測定電位、 $P_{0i}$ は電圧双極子(第*i*要素内の電位差 $\Delta\phi_i$ と電界 $E_i = -\nabla\phi_i / \Delta l$ のかかる距離 $\Delta l$ との積、 $\Delta v = \Delta s \times \Delta l$ )である。 $n_i, a_{ji}$ および $r_{ji}$  ( $i=1 \sim m, j=1 \sim n$ )はそれぞれ、電圧双極子の単位方向ベクトル、電圧双極子 $P_{0i}$ から測定点方向への単位方向ベクトル、および、電圧双極子 $P_{0i}$ と測定点間の距離である。

Measurement Surface

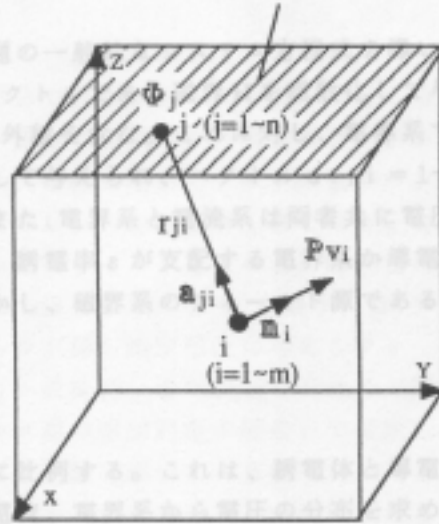


図3-2 電圧双極子の解析モデル。

電流分布系に対しては、 $J_{si}$ を第*i*要素の湧き出し電流密度とすれば、Gauss の定理より、

$$I_i = - \int \nabla \cdot J_{si} dv = - \int n \cdot J_{si} ds = - |J_{si}| \Delta s_i, \quad (3.16)$$

であるから、(3.15c)式を、

$$y_i = -(I_i/\kappa) = -[(\partial \rho_i / \partial t) \Delta V_i / \kappa] = P_{vi}, \quad i=1 \sim n, \quad (3.17)$$

と変形すればよく、(3.15a)式と(3.15b)式はそのまま成り立つ。

最後に材料中の欠損探査に有用なシステム方程式を導いておく。いま、(3.13)式を欠損の無いシステム方程式とし、欠損のあるシステム方程式を、

$$X_{o,c} = \sum_{i=1}^n y_{i,c} d_i, \quad i=1 \sim n, \quad (3.18)$$

とすれば、(3.13)式から(3.18)式を引算し、

$$X_o - X_{o,c} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{i,c}) d_i, \quad i=1 \sim n, \quad (3.19)$$

を得る。ベクトル $X_o$ とフィールド源 $y_i$ は欠損の有無で異なるが、距離に関するベクトル $d_i$ は(3.13)式と(3.18)では共通である。従って、(3.19)式から  $y_i - y_{i,c}, i =$

$1 \sim m$ , を求めれば、欠損部が等価フィールド源として求められることとなる。

以上、電磁界系逆問題の一般的なシステム方程式を導いたが、磁界系ではベクトル  $X_0$  の構成要素が本来ベクトルである磁界  $H$  を離散化して与えられ、ベクトル  $d_i$ ,  $i = 1 \sim m$ , の構成要素が外積を含む。これに対し、電界系ではベクトル  $X_0$  の構成要素がスカラー  $\phi$  を離散化して与えられ、ベクトル  $d_i$ ,  $i = 1 \sim m$ , の構成要素が内積を含むことが特徴である。また、電界系と電流系は両者共に電圧双極子がフィールド源  $y_i$ ,  $i = 1 \sim m$ , になるため、誘電率  $\epsilon$  が支配する電界系か導電率  $\kappa$  の支配する電流系かの区別は困難である。しかし、磁界系のフィールド源である電流密度  $J$  の大きさは、位相に限定し、単位フィールド源が測定部位に与えるフィールドの空間分布と測定された  $J = -\kappa(\partial A/\partial t + \nabla\phi)$ , の一致度合いを Cauchy-Schwarz の関係式で求め、(3.20) の大きさは単位フィールド源の空間的集中度合いで推定しようとする方法である。従であるため、導電率  $\kappa$  に比例する。これは、誘電体と導電体が混在する系、例えば生体系等では磁界系から電流、電界系から電圧の分布を求めることが望ましいことを意味している。また、電流系の逆問題は明らかに導電率が支配している系に適用すべきである。は磁界の部分的な測定から、磁界源となる電流分布の推定を具体的な例とし

#### 4. Sampled Pattern Matching (SPM) 法

いま、強型式逆問題のシステム方程式(2.6)式で、係数行列 $D$ を構成する列ベクトル $d$

4.1 仮定 知入力ベクトル $Y$ を構成する要素を $y_i, i=1 \sim m$ とすれば、(2.6)式は線形方程式 $Dx=Y$ と見做すことができる。与えられた空間の一部分で観測されるフィールド量から、そのフィールドの源を求める逆問題は、空間の一部分で得られた有限個のデータから、無限の可能性を吟味することである。これは、式の数すなわちデータの個数が、未知数の数すなわちフィールド源の数より圧倒的に少ない方程式を解く事となる。従って、いわゆる順問題（与えられたフィールド源からフィールドを求める問題）とは基本的に異なる。このため Sampled Pattern Matching法（以下、SPM法と略す）は、フィールド源の大きさを単位値に限定し、単位フィールド源が測定部位に与えるフィールドの空間分布と測定された既知フィールド分布の一致度合いをCauchy-Schwarzの関係式で求め、フィールド源の大きさは単位フィールド源の空間的集中度合いで推定しようとする方法である。従ってSPM法は、あくまでも逆問題を解いて一意的なフィールド源の大きさや位置等を求める方法ではなく、フィールド源の分布を一意的に求めることを主目的とする方法である。

ここでは磁界の部分的な測定から、磁界源となる電流分布の推定を具体的な例として取り上げる。磁界源となる電流は、実際の物理系だけではなく生体系等においても滑らかに分布し、電流密度が連続的に変化して電流の大きさの差異を与えている。このような電流分布を解析的な数式で表現することは、極めて例外的なケースを除いて不可能である。また、近年強力な解析手法となっているデジタル計算機を前提とする数値解析法においても、離散化した電流値を前提としているため、厳密な電流分布は再現できない。このため、フィールド源が与えられてそのフィールド分布を求める、いわゆる順問題の離散化手法と同様に、逆問題の解析においても、離散化した数が無限大になった時自然な電流分布となることと、フィールドが測定される部分に近い程正確な電流分布が得られることを目標とした次の仮定を行う。

- (1) 電流は空間の一点当たり一定の密度で流れるものとする。これは、ある任意の空間の一点では単位電流または単位電流双極子しか存在しない事を意味する。
- (2) 電流分布そのものを直接求めるのではなく、二次元では単位電流の巨視的分布、三次元では単位電流と電流が流れる経路の単位長との積、すなわち単位電流双極子の巨視的な分布を求める。
- (3) 電流の大きさは、二次元問題では単位電流、三次元問題では角度も空間座標と考えた単位電流双極子、それぞれの空間的集中度合いで表される。

以上の仮定から、測定部分で得られる磁界は、空間に存在する単位電流または単位電流双極子による磁界の和として求められることとなる。

なお、電圧双極子のシステムにおいても同様な仮定を行う。したがって、測定部分で得られる電位もしくは電界は、単位電圧双極子による和として求められることとなる。



## 4.2 アルゴリズム

いま、強型式逆問題のシステム方程式(2.6)式で、係数行列Dを構成する列ベクトルを $d_i$ 、未知入力ベクトルYを構成する要素を $y_i, i=1\sim m$ とすれば、(2.6)式は離散化したシステム方程式(3.13)式と全く同じ形に書き直すことができる。

SPM法の第1ステップは、(3.13)式で最も支配的な入力を次式のCauchy-Schwarzの関係式、

(例えば目的のソースフォームをぐるりと取り囲むように測定された場合)には、

$$y_i = \frac{X_p^T \cdot d_i}{|X_p| |d_i|}, \quad i=1\sim m, \quad (4.1)$$

で最大値 $\gamma_h$ をとる点hとすることである。このh番目の点を第1番目のパイロット・ポイント、 $d_h$ を第1番目のパイロット・ベクトルと呼ぶ。第2ステップは、この $d_h$ と残りのベクトルを組み合わせることにより、(2.6)式を、

$$X_p = \sum_{i \neq h}^m y_{s_i} (d_h + d_i), \quad i=1\sim m, \quad i \neq h, \quad (4.2)$$

と変形し、第2番目に支配的な入力を、

$$y_{h_i} = \frac{X_p^T \cdot (d_h + d_i)}{|X_p| |d_h + d_i|}, \quad i=1\sim m, \quad i \neq h, \quad (4.3)$$

で最大値 $\gamma_{hg}$ をとる点gとすることである。以後、同様に(2.6)式を構成する列ベクトル $d_i, i=1\sim m$ を追加するごとにパターン的一致指数[(4.1)式の $\gamma_i$ や(4.3)式の $\gamma_{hi}$ ]が最大値をとるまで続ける。いま、k回でパターン的一致指数が最大値を取ったとすれば、正規化された解はk回までの加算平均として近似的に、

$$y_1 \frac{|d_1|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} \frac{X_p^T \cdot d_1}{|X_p|} \left( \frac{d_1}{|d_1|} + \frac{d_h + d_1}{|d_h + d_1|} + \frac{d_h + d_g + d_1}{|d_h + d_g + d_1|} + \dots \right), \quad (4.4a)$$

$$y_2 \frac{|d_2|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} \frac{X_p^T \cdot d_2}{|X_p|} \left( \frac{d_2}{|d_2|} + \frac{d_h + d_2}{|d_h + d_2|} + \frac{d_h + d_g + d_2}{|d_h + d_g + d_2|} + \dots \right), \quad (4.4b)$$

$$y_g \frac{|d_g|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} \left( \frac{X_p^T \cdot d_g}{|X_p| |d_g|} + \frac{X_p^T \cdot (d_h + d_g)}{|X_p| |d_h + d_g|} + 1 + \dots \right), \quad (4.4c)$$

$$y_h \frac{|d_h|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} \left( \frac{X_p^T \cdot d_h}{|X_p| |d_h|} + 1 + 1 + \dots \right), \quad (4.4d)$$

$$y_s \frac{|d_s|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} \frac{X_p^T \cdot d_s}{|X_p|} \left( \frac{d_s}{|d_s|} + \frac{d_h + d_s}{|d_h + d_s|} + \frac{d_h + d_g + d_s}{|d_h + d_g + d_s|} + \dots \right), \quad (4.4e)$$

この作る空間分布波形に類似する空間におけるフーリエ展開とも考えられる。各  
 で与えられる。ここで注意しなければならないのは、(4.4)式で示された解はある多くの  
 の曖昧さを含んでいるため、パターンマッチング指数の良い部分のみで評価しなければ  
 ならないということである [5-13]。

一方、問題が弱型式の逆問題であり、部分測定ベクトル  $X_p$  が理想的に測定された場  
 合 (例えば目的のソースフィールドをぐるりと取り囲むように測定された場合) には、  
 (4.5)式に示されるようなパイロットポイント解 (Pilot Point Solutions) が有効で  
 ある [14,15]。式は、測定パターンベクトル  $X_p$  が、電流双極子または電圧双極子の大き  
 さ  $y_i$  と電流界線のパターンベクトル  $d_i$  の積和で与えられることを示している。ここ  
 で、 $|d_i|$  を  $\frac{1}{k}$  的に基底ベクトルとして考えれば、 $y_i$  は空間座標上の電流双極子また  
 は電圧双極子の大きさとして扱われることになる。これは、フーリエ級数の正弦・余弦基底関数の係数  
 がその基底関数のスペクトラムを示すことと数学的に等価であり、また基底ベクトルの  
 正規化によって得られる数列と考えることから明かである。

$$y_1 \frac{|d_1|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} [0 + 0 + 0 + \dots], \quad (4.5a)$$

$$y_2 \frac{|d_2|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} [0 + 0 + 0 + \dots], \quad (4.5b)$$

$$y_k \frac{|d_k|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} [0 + 1 + 1 + \dots] = (k-1)/k, \quad (4.5c)$$

$$y_h \frac{|d_h|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} [1 + 1 + 1 + \dots] = 1, \quad (4.5d)$$

$$y_m \frac{|d_m|}{|X_p|} \approx \frac{1}{k} [0 + 0 + 0 + \dots], \quad (4.5e)$$

4.3 理論的背景

4.3.1 因子分析法 SPM法の第1ステップを実行する(4.1)式は、数学的にはCauchy-Schwarzの関係式であり、確率統計学的には因子分析法と全く同じである [16]. 第2ステップの(4.3)式は、支配方程式(2.6)を(4.2)式のように変形できると仮定した因子分析である。従ってSPM法は、一種の一般化した因子分析法であると考えられる。

4.3.2 フーリエ級数 任意の線形空間を張るベクトル  $U$  と  $V$  の角度  $\theta$  は、  
 $\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{U^T \cdot V}{|U||V|} \right]$ , (4.6)

ここで、 $U$  と  $V$  が直交すれば、(4.1)式で与えられるSPM法のパターン一致指数  $\gamma_i$  と全く一致する。  
 従って、SPM法のパターン一致指数 [(4.1)式の  $\gamma_i$ , (4.3)式の  $\gamma_{hi}$ ] は明らかに線形空間における角度の一致を評価する方法であり、 $m$  個ある入力点の中  
 で既知ベクトル  $X_p$  に最も平行となるベクトル  $d_i$ ,  $i = 1 \sim m$ , の組み合わせを得よ  
 うとする方法である。換言すれば、既知ベクトル  $X_p$  の作る空間分布波形を  $d_i$ ,  $i = 1$

$\sim m$ 、の作る空間分布波形に展開する空間におけるフーリエ展開とも考えられる。各入力点の作る空間分布波形は互いに直交するとは限らないため、不完全フーリエ展開となる[6]。(3.10)式で最大値をとる電磁界源パターンベクトル $\mathbf{d}_i$ と残りの電磁界源パターン(3.13)式を実際に展開すると、 $\mathbf{X}_0$ を合成した空間分布波形ベクトルに既知空間分布波形ベクトル $\mathbf{X}_0$ が分解されると仮定する。すなわち、

$$\mathbf{X}_0 = y_1 \mathbf{d}_1 + y_2 \mathbf{d}_2 + \dots + y_n \mathbf{d}_n, \quad (4.7)$$

となる。(4.7)式は、測定パターンベクトル $\mathbf{X}_0$ が、電流双極子または電圧双極子の大きさ $y_i$ と電磁界源のパターンベクトル $\mathbf{d}_i$ の積和で与えられることを示している。ここで、 $\mathbf{d}_i$ を数学的に基底ベクトルとして考えれば、 $y_i$ は空間座標上の電流双極子または電圧双極子を表すことになる。これは、フーリエ級数の正弦・余弦基底関数の係数とその周波数のスペクトラムを示すことと数学的に等価であり、また基底ベクトルの要素を基底関数を離散化して得られる数列と考えることから明かである。

(3.13)式において、ベクトル $\mathbf{X}_0$ 、 $\mathbf{d}_i$ のノルムをそれぞれ、 $|\mathbf{X}_0|$ 、 $|\mathbf{d}_i|$ とすれば、

与えられる。(4.3)式での最大のパターン一致指数 $\gamma_1$ の第1近似は(4.13)式で最大

$$\mathbf{X}_0' = \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{d}_i', \quad (4.8)$$

以上のことから、SPM法のパターン一致指数 $\gamma$ は、正規化された電流双極子または電圧双極子と正規化できる。ここで、 $\mathbf{X}_0'$ 、 $\mathbf{d}_i'$  および  $a_i$  はそれぞれ、

$$\mathbf{X}_0' = \mathbf{X}_0 / |\mathbf{X}_0|, \quad (3.13) \text{式において、空間分布ベクトル } \mathbf{d}_i, \quad i = 1 \sim n \quad (4.9a)$$

$$\mathbf{d}_i' = \mathbf{d}_i / |\mathbf{d}_i|, \quad \text{ならず、} s \text{ をその測定面の面積として、} \quad (4.9b)$$

$$a_i = (|\mathbf{d}_i| / |\mathbf{X}_0|) y_i, \quad (4.9c)$$

とする。

(4.8)式と正規化された電磁界源パターンベクトル $\mathbf{d}_i' = \mathbf{d}_i / |\mathbf{d}_i|$ との内積をとると、特に、ベクトル $\mathbf{X}_0$ が有限な $x-y$ 平面上で測定され、電流が $x-y$ 平面下に存在するとすれば、 $x-y$ 平面下の電流や $x-y$ 平面下に含まれない電流に起因する空間分布

$$\mathbf{X}_0' \cdot \mathbf{d}_j' = a_j + \sum_{i \neq j} a_i (\mathbf{d}_i' \cdot \mathbf{d}_j'), \quad (4.10)$$

からそれぞれ $i \neq j$ の平均値を除いてSPM法を実行すれば、測定面の中心 $T$ を原点として $\gamma$ の精度改善が期待できることになる。これは、測定面の中心下に位置する $x-y$ 平を得る。(4.10)式でベクトル $\mathbf{d}_i$ と $\mathbf{d}_j$ が直交するならば、右辺第2項は零となって $a_j$ は厳密に求まり、(4.1)式で与えられるSPM法のパターン一致指数 $\gamma_1$ と全く一致する。すなわち、ベクトル $\mathbf{d}_i$ と $\mathbf{d}_j$  ( $i \neq j$ )が直交すれば、(4.1)式で与えられるSPM法のパターン一致指数 $\gamma$ は、(4.9c)式で与えられる正規化された電流双極子もしくは電圧双極子ベクトルのスペクトラム $a_i$ に他ならない。しかし、実際は(4.10)式の右辺第2項が、

$$-1 < \mathbf{d}_i' \cdot \mathbf{d}_j' < 1, \quad i \neq j, \quad (4.11)$$

であって、ベクトル $\mathbf{d}_i$ と $\mathbf{d}_j$  ( $i \neq j$ )間で完全に直交性が成り立たない。従って、(4.1)

式のパターン一致指数  $\gamma_i$  は、正規化された電流双極子または電圧双極子ベクトルの空間スペクトラム  $\alpha_i$  の第1近似を与えることとなる。

次に、(4.10)式で最大値をとる電磁界源パターンベクトル  $\mathbf{d}_h$  と残りの電磁界源パターンベクトル  $\mathbf{d}_i$  ( $i=1\sim n, i\neq h$ ) を合成した空間波形分布ベクトルに既知空間波形分布ベクトル  $\mathbf{X}_0$  が分解されると仮定する。すなわち、

$$\mathbf{X}_0 = \sum_{i \neq h}^n \alpha_{hi} (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i), \quad (4.12)$$

とする。(4.12)式から(4.10)式と同様にして、正規化された電流双極子もしくは電圧双極子スペクトラム  $\alpha_{hg}$  を求めると、

$$\mathbf{X}_0 \cdot (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_g) = \alpha_{hg} + \sum_{i \neq h, i \neq g}^n \alpha_{hi} \{ (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_i) \cdot (\mathbf{d}_h + \mathbf{d}_g) \}, \quad (4.13)$$

で与えられる。(4.13)式での最大のパターン一致指数  $\gamma_{hg}$  の第1近似は(4.13)式で最大値をとる  $\alpha_{hg}$  となる。

以上のことから、SPM法のパターン一致指数  $\gamma$  は、正規化された電流双極子または電圧双極子の近似空間スペクトラムに対応する。

**4.3.3 相関係数** (3.13)式において、空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$ 、 $i=1\sim m$ 、は必ずしもその平均値が零とならず、 $s$  をその測定面の面積として、

$$\left| \int_s \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_i \, ds \right| = 1, \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{s} \int_s \mathbf{d}_i \, ds = \mathbf{d}_{i0}, \quad (4.14)$$

となる。従って、空間ベクトル  $\mathbf{d}_i$ 、 $i=1\sim m$ 、の平均値分  $\mathbf{d}_{i0}$  は(4.10)式右辺第2項の絶対値を大きくし、正規化された空間パワースペクトラム  $\alpha_i$  の精度を低下させる。特に、ベクトル  $\mathbf{X}_0$  が有限な  $x-y$  平面上で測定され、電流が  $x-y$  平面下に存在するとすれば、 $x-y$  平面下の端部や  $x-y$  平面下に含まれない電流に起因する空間波形ベクトル  $\mathbf{d}_i$  は絶対値の大きさが平均値  $\mathbf{d}_{i0}$  を持つ。従って、ベクトル  $\mathbf{X}_0$  と  $\mathbf{d}_i$ 、 $i=1\sim m$ 、からそれぞれの平均値を除いてSPM法を実行すれば、測定面の中心下を焦点として  $\gamma_i$  の精度改善が期待できることになる。これは、測定面の中心下に位置する  $x-y$  平面上の電流による空間ベクトルの平均値の絶対値が最小となるためである。

いま、ベクトル  $\mathbf{d}_i$  の変化分を  $\mathbf{d}_{iv}$  とすれば、(4.14)式よりベクトル  $\mathbf{d}_i$  は、

$$\left| \int_s \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_i \, ds \right| = 1, \quad (4.22)$$

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{d}_{iv} + \mathbf{d}_{i0}, \quad (4.15)$$

と書け、ノルムは、

よって、例えばSPM法の第1ステップにおいて(4.1)式は、

$$|\mathbf{d}_i| = \left( \frac{1}{S} \int |\mathbf{d}_{iv}|^2 ds \right)^{1/2} + |\mathbf{d}_{ie}| \quad (4.23)$$

$$= |\mathbf{d}_{iv}| + |\mathbf{d}_{ie}|, \quad (4.16)$$

となる。同様に、別のベクトル  $\mathbf{d}_j$  も変化分  $\mathbf{d}_{jv}$  と平均値  $\mathbf{d}_{je}$  からなるとすれば、

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{d}_{jv} + \mathbf{d}_{je}, \quad (4.17a)$$

$$|\mathbf{d}_j| = |\mathbf{d}_{jv}| + |\mathbf{d}_{je}|, \quad (4.17b)$$

が成り立つ。従って、ベクトル  $\mathbf{d}_i$  と  $\mathbf{d}_j$  間で、

$$\int_{s=1}^S \mathbf{d}_i' \cdot \mathbf{d}_j' ds = \frac{\int \mathbf{d}_{iv} \cdot \mathbf{d}_{jv} ds + \mathbf{d}_{ie} \cdot \mathbf{d}_{je}}{(|\mathbf{d}_{iv}| + |\mathbf{d}_{jv}|)(|\mathbf{d}_{ie}| + |\mathbf{d}_{je}|)}, \quad (4.18)$$

が成り立つ。(4.18)式で、平均値  $\mathbf{d}_{ie}$  および  $\mathbf{d}_{je}$  が変化分より大きいとき、(1b)の方が図4-1(a)に近い分布が得られている。

$$|\mathbf{d}_{ie}| > |\mathbf{d}_{jv}|, \quad (4.19a)$$

$$|\mathbf{d}_{je}| > |\mathbf{d}_{iv}|, \quad (4.19b)$$

とすれば、

$$\left| \int_{s=1}^S \mathbf{d}_i' \cdot \mathbf{d}_j' ds \right| \approx 1, \quad (4.20)$$

となる。従って、空間ベクトル  $\mathbf{d}_j$ 、 $j=1 \sim m$ 、の平均値分  $\mathbf{d}_{je}$  は(4.10)式右辺第2項の絶対値を大きくし、正規化された空間パワースペクトラム  $\alpha_j$  の精度を低下させる。他方、変化分のノルム  $|\mathbf{d}_{iv}|$  および  $|\mathbf{d}_{jv}|$  が平均値分より大きいとき、を用いて、シナプス結合を次式、

$$|\mathbf{d}_{iv}| > |\mathbf{d}_{ie}|, \quad (4.21a)$$

$$|\mathbf{d}_{jv}| > |\mathbf{d}_{je}|, \quad (4.21b)$$

のとき、

$$\left| \int_{s=1}^S \mathbf{d}_i' \cdot \mathbf{d}_j' ds \right| < 1, \quad (4.22)$$

が成り立つ。従って、空間ベクトル  $\mathbf{d}_j$  から平均値分  $\mathbf{d}_{je}$  を除き、変化分  $\mathbf{d}_{jv}$  のみを用いてSPM法を実行すれば、全体としての  $\alpha_j$  の精度改善が期待できることとなる[18]。よって、例えばSPM法の第1ステップにおいて(4.1)式は、

$$\gamma_i = \frac{(\bar{X}_p - \bar{X}_o) \cdot (d_i - \bar{d}_i)}{|X_p - \bar{X}_p| |d_i - \bar{d}_i|}, \quad i = 1 \sim m, \quad (4.23)$$

$$\bar{X}_p = \frac{\sum_{i=1}^n X_{p_i}}{n} ; X_p \text{の平均値},$$

$$\bar{d}_i = \frac{\sum_{j=1}^n d_{ij}}{n} ; d_i \text{の平均値},$$

となるので、相関係数と一致する[19]。

図4-1に実際に計算した結果を示す。まず図4-1(a)の電流双極子分布が立体上面のX-Y平面に与える磁界を順問題として解き、次にその得られた磁界からSPM法を用いて逆問題を解析した結果が、図4-1(b)および(c)である。SPM法で推定する際に平均値を引いたものが図4-1(b)、引かなかったものが図4-1(c)である。明らかに図4-1(b)の方が図4-1(a)に近い分布が得られている。

**4.3.4 ニューラル・ネットワーク** いま、(3.13)式の係数行列Dを構成する列ベクトル  $d_i$ 、 $i = 1 \sim m$ 、を正規化したベクトル  $d_i' = d_i / |d_i|$ 、 $i = 1 \sim m$ 、と対応する出力  $\Gamma_i$ 、

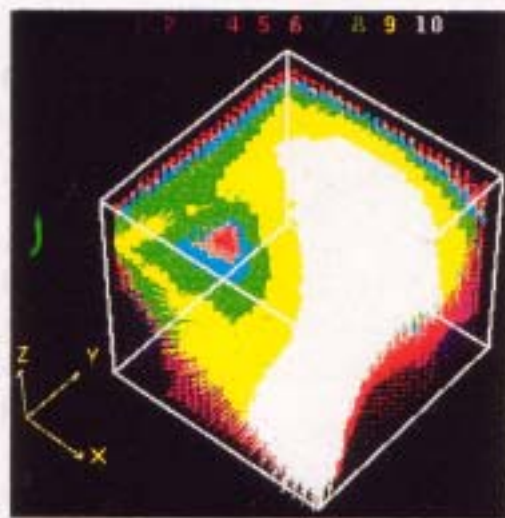
$$\begin{aligned} d_1' \text{と} \Gamma_1 &= [1, 0, 0, \dots, 0]^T, \\ d_2' \text{と} \Gamma_2 &= [0, 1, 0, \dots, 0]^T, \\ &\dots\dots \\ d_m' \text{と} \Gamma_m &= [0, 0, 0, \dots, 1]^T, \end{aligned}$$

を用いて、シナプス結合を次式、

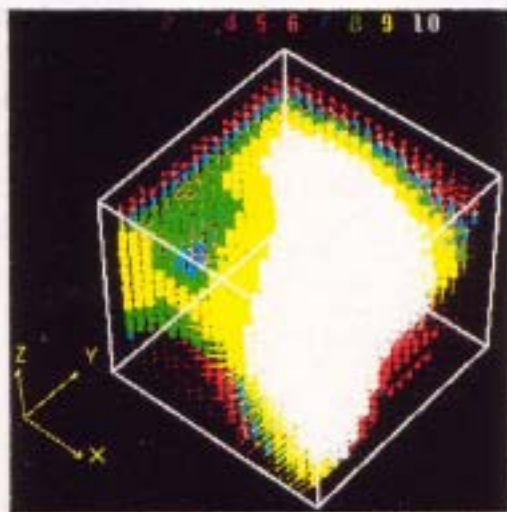
となる  $\sum_{i=1}^m \Gamma_i (d_i')^T$  のNNsの閾値を単純なマッコーロビツ型のように(4.24)位とせず、1を構成する要素の最大値とすれば、SPM法の第1ステップの出力と一致する。

で決定するとすれば、(4.24)式はm個の入力点に単位入力がある場合のベクトル  $d_i'$ 、 $i = 1 \sim m$ 、を教師信号  $\Gamma_i$ 、 $i = 1 \sim m$ 、で学習させたNeural Networks (以下NNsと略す)であることを意味する。従って、正規化された既知ベクトル  $X_p' = X_p / |X_p|$  がこのNNsに入力された場合の出力は、

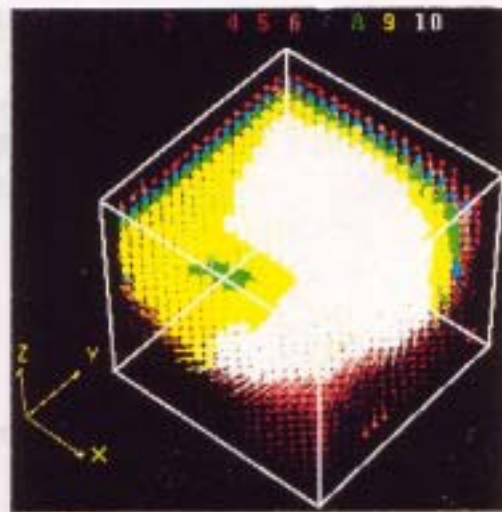
$$\Gamma = W \cdot X_p', \quad (4.25)$$



(a)



(b)



(c)

図4-1 (a)正解の電流分布, (b)平均値を引いて推定した結果, (c)平均値をひかないで推定した結果。

となる。(4.25)式の実出力ベクトル  $\Gamma$  は、(4.1)式の  $\gamma_i$ 、 $i=1 \sim m$ 、を要素とする列行列となる。いま、この  $NN_s$  の閾値を単純なマツカーロビット型のように一定値とせず、 $\Gamma$  を構成する要素の最大値とすれば、SPM法の第1ステップの実出力と一致する。この第1パーセプトロンの出力を第  $h$  点とすれば、 $d_h + d_i$ 、 $i=1 \sim m$ 、 $i \neq h$ 、を正規化したベクトル  $(d_h + d_i)' = (d_h + d_i) / |d_h + d_i|$  と対応する出力  $\Gamma_{hi}$ 、

$$\begin{aligned}
 (d_h + d_1)' \text{ と } \Gamma_{h1} &= [1, 0, 0, \dots, 0]^T, \\
 (d_h + d_2)' \text{ と } \Gamma_{h2} &= [0, 1, 0, \dots, 0]^T, \\
 &\dots\dots\dots \\
 (d_h + d_m)' \text{ と } \Gamma_{hm} &= [0, 0, 0, \dots, 1]^T,
 \end{aligned}$$

5. SPM法の応用

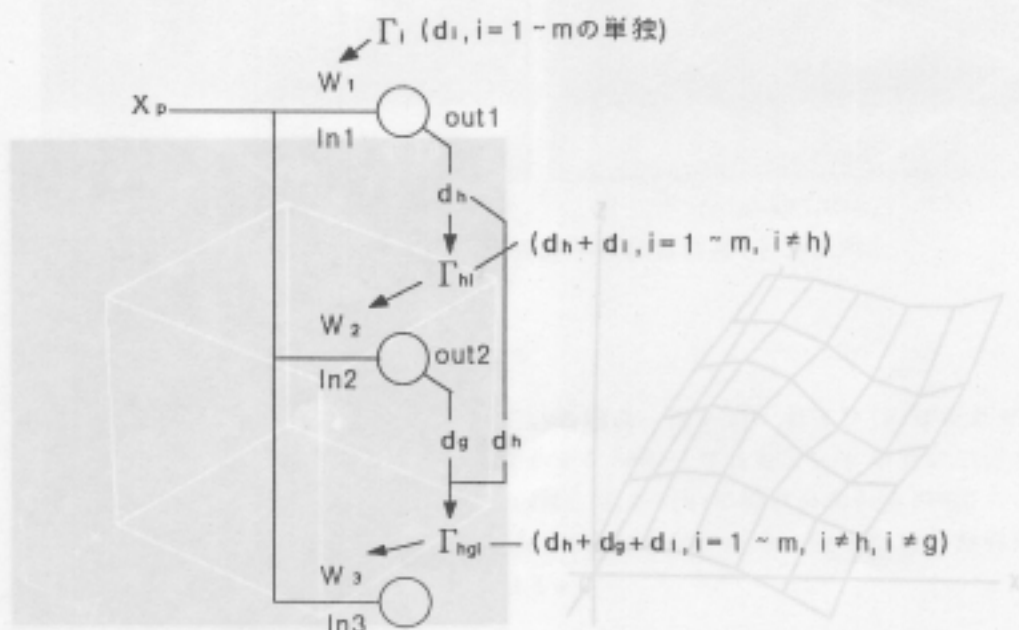
を用いて、シナプス結合を次式、

5.1 解パターンの一貫性

ここで  $n$  SPM法を用いて電流境界分布を決定し、決定領域の分割個数  $m$  の増加が正解の電流境界分布に一致するかどうかの検証を行う。なお、SPM法の実行は、文献[18]に報告したように各ベクトル  $d_i, i=1 \sim m$ 、を構成する要素の和が  $d_h$  で決定するとすれば、(4.24)式は第  $h$  点と  $m-1$  個の入力点に単位入力がある場合のベクトル  $(d_h + d_i)'$ ,  $i=1 \sim m, i \neq h$ 、を教師信号  $\Gamma_{hi}, i=1 \sim m, i \neq h$ 、で学習させた NN であることを意味する。従って、正規化させた既知ベクトル  $X_p'$  がこの NN に入力された場合の出力は、

$$\Gamma'_i = W'_i \cdot X_p', \text{ 電流双極子が集中している場合、いま、} 5 \times 6 \times 6 \text{cm}^3 \text{ の立方体} \quad (4.27)$$

図5-1(a)に示すようにY軸方向へ最も支配的な電流双極子が向いているとき、右側のx-となる。(4.27)式の出力ベクトル  $\Gamma'$  は(4.3)式の  $\gamma_{hi}, i=1 \sim m, i \neq h$ 、を要素とする  $m-1$  次の列行列となる。いま、このNNsの閾値を一定値とせず、 $\Gamma'$ を構成する要素の最大値とすれば、SPM法の第2ステップの出力と一致する。結果を図5-2(a)~(c)以上のことから、SPM法は、1)教師付き学習を解析的に行う、2)閾値を一定値とせず、出力の最大値とするNNsの一種であることがわかる[18,20]。これを図式化したものを、図4-2に示す。その分布を取り出して表示してある。図5-2(a)~(c)の結果は分割個数  $m$  の増加によって、SPM法の解が図5-1(a)の真の分布に収束していくことを示している。



(a) 真の電流双極子分布

(b) 観測される境界分布、

図5-2 図4-2 SPM法型ニューラル・ネットワーク、

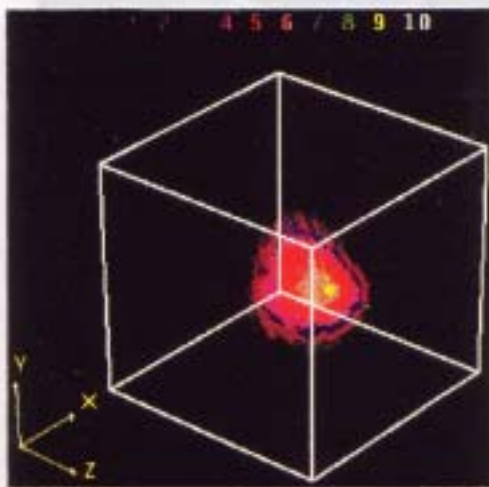


## 5. SPM法の応用

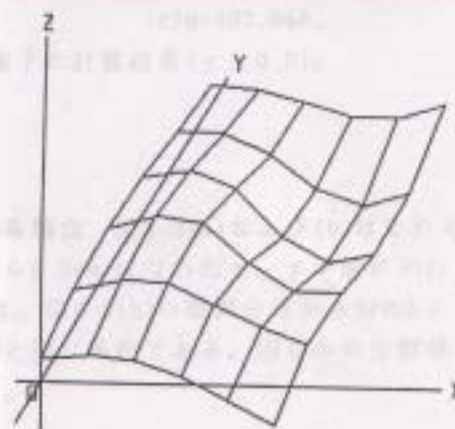
## 5.1 解パターンの一意性

ここでは、SPM法を用いて電磁界源分布を推定し、推定領域の分割個数 $m$ の増加が正解の電磁界源分布パターンへ一意的に収束するかどうかの意味を行う。なお、SPM法の実行は、文献[18]に報告したように各ベクトル $d_i, i=1\sim m$ を構成する要素の和が零、すなわち、各要素から要素の平均値を引き算して行った。これは、第1グループの解分布パターンが相関関数分布に対応する事を意味する。従って、この場合のSPM法は第2、第3グループの相関関数分布までの平均値の解分布を前提としているため、一般化された相関関数法とも解釈できる[21]。

5.1.1 一点に電流双極子が集中している場合 いま、 $6\times 6\times 6\text{cm}^3$ の立方体中で、図5-1(a)に示すようにY軸方向へ最も支配的な電流双極子が向いているとき、右側の $x-y$ 平面から $0.5\text{cm}$ はなれた $x-y$ 平面に平行な面で観測される法線方向の磁界ベクトル $X_z$ は、図5-1(b)に示すように $6\times 6=36$ 個の要素から構成されることとなる。このベクトル $X_z$ を用いて、SPM法で正規化された電流双極子分布を求めた結果を図5-2(a)~(c)に示す。ただし、各図中の $m$ は、 $x, y, z$ 方向の分割個数と角度方向の分割個数の積であり、 $x, y, z$ 方向は均等分割で、角度はすべて72分割とした。また、パターン一致指数の $\gamma > 0.9$ の分布を取り出して表示してある。図5-2(a)~(c)の結果は分割個数 $m$ の増加によって、SPM法の解が図5-1(a)の真の分布に収束していくことを示している。

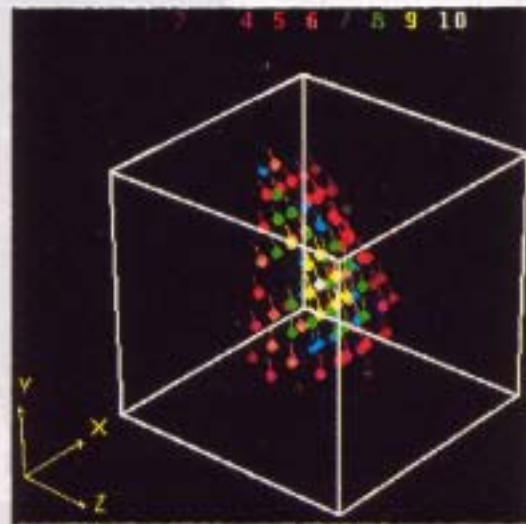


(a) 真の電流双極子分布

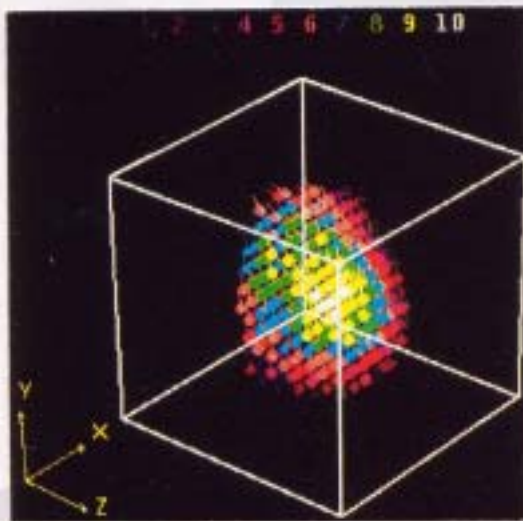


(b) 観測される磁界分布、

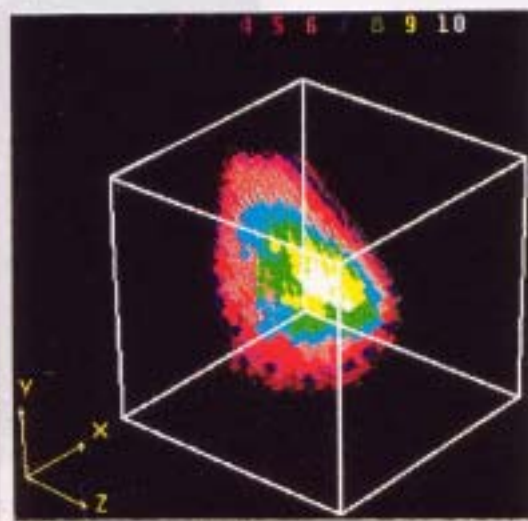
図5-1 一点に電流双極子が集中している場合。



(a)  $m=24,696$



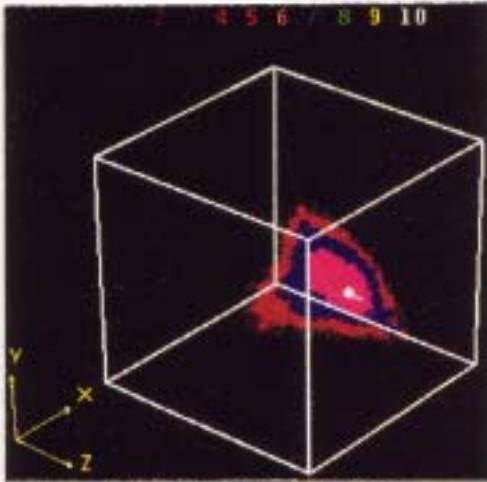
(b)  $m=158,184$



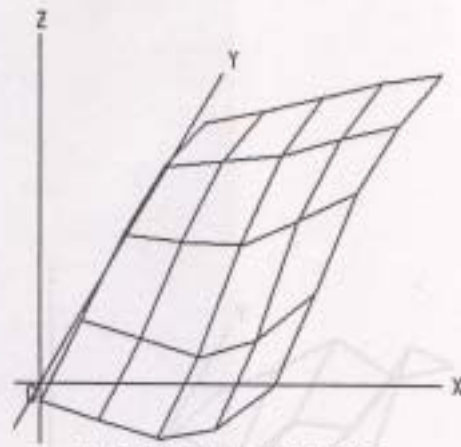
(c)  $m=493,848$

図5-2 SPM法による電流双極子の計算結果 ( $\gamma > 0.9$ )。

5.1.2 電流双極子が特定部分に分散している場合 図5-3(a)および(b)はそれぞれ、真の電流双極子分布と右側の  $x-y$  平面から  $0.5\text{cm}$  はなれた  $x-y$  平面に平行な面の法線方向磁界分布である。図5-4(a)~(c)は、図5-3(b)の磁界分布からSPM法によって得られた結果であり、計算は図5-2(a)~(c)と同じ条件である。明らかに分割個数  $m$  の増加は真の解分布図5-3(a)に収束している。

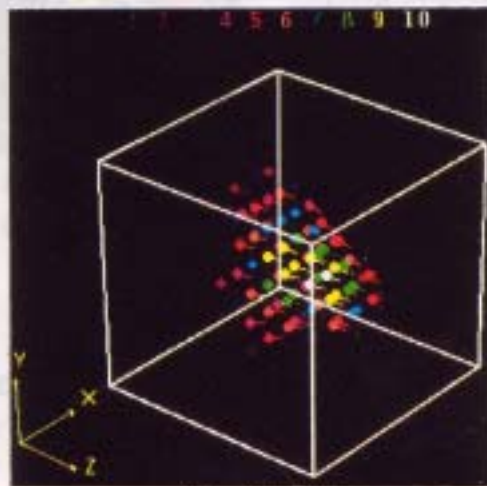


(a) 真の電流双極子分布

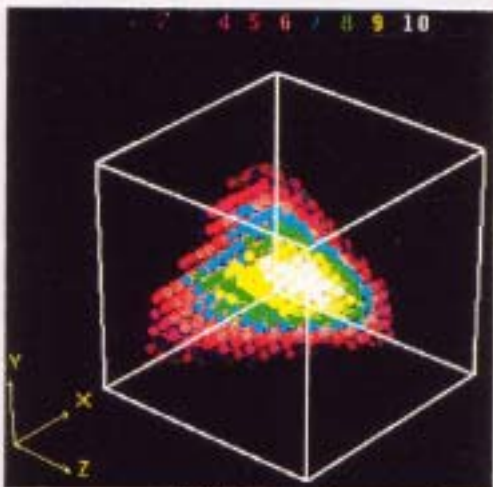


(b) 観測される磁界分布、

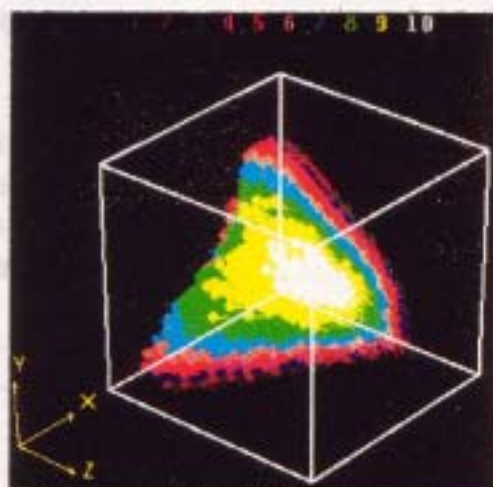
図5-3 電流双極子が特定部分に集中している場合。



(a)  $n=24,696$

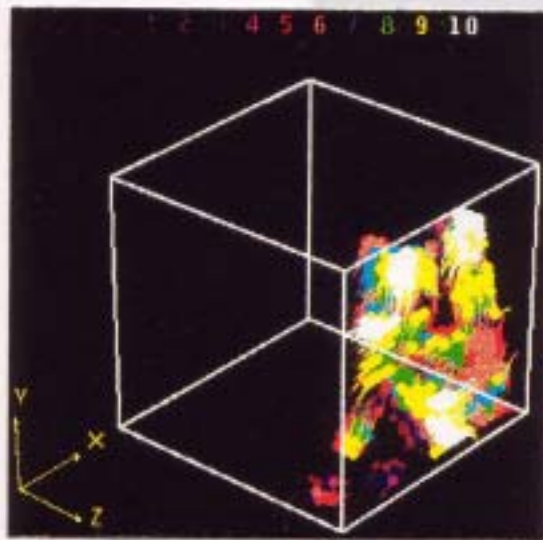


(b)  $n=158,184$

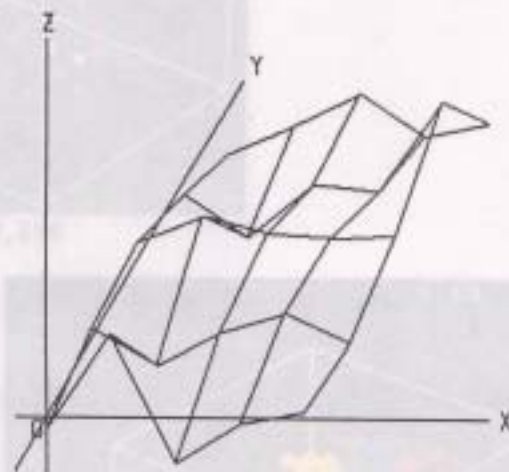


(c)  $n=493,848$

図5-4 SPM法による電流双極子分布の計算結果 ( $\gamma > 0.9$ )。



(a) 真の電流双極子分布



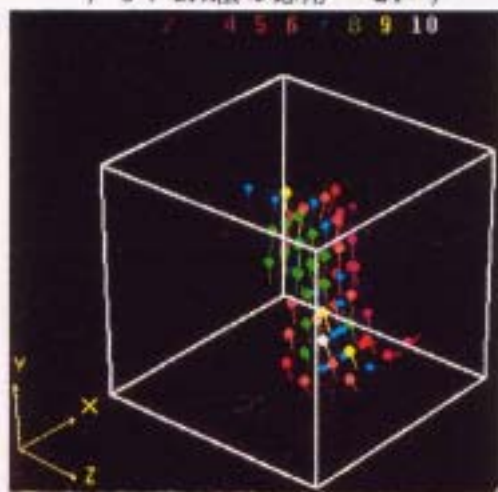
(b) 観測される磁界分布、

図5-5 電流双極子が拡散している場合。

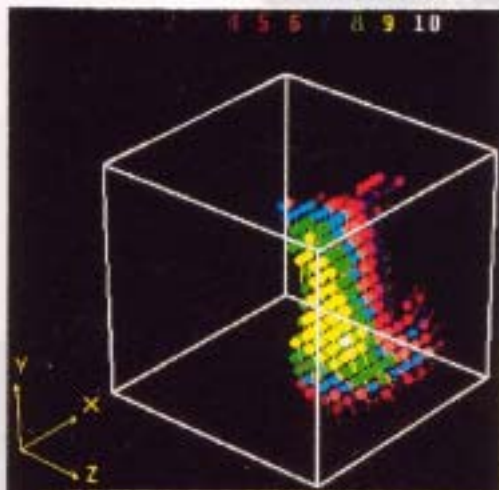
5.1.3 電流双極子が拡散している場合 図5-5(a)および(b)はそれぞれ、真の電流双極子分布と右側の  $x-y$  平面から  $0.5\text{cm}$  離れた  $x-y$  平面に平行な面の法線方向磁界分布である。図5-5(a), (b)から、この場合は精度の高い電流分布をSPM法から求めることが困難であることが想定される。しかし、図5-6に示すようにSPM法による結果は、空間の分割個数  $m$  の増加とともに真の電流双極子分布図5-5(a)に収束していることを示している。

5.1.4 電圧双極子の場合 図5-7(a)および(b)はそれぞれ、真の電圧双極子分布と、上側の  $x-y$  平面上の電圧分布である。図5-8(a)~(c)は、図5-7(b)の電圧分布からSPM法によって得られた結果であり、計算は図5-2(a)~(c)と同じ条件である。電流双極子の場合と同様に、明らかに分割個数  $m$  の増加は真の解分布図5-7(a)に収束している。

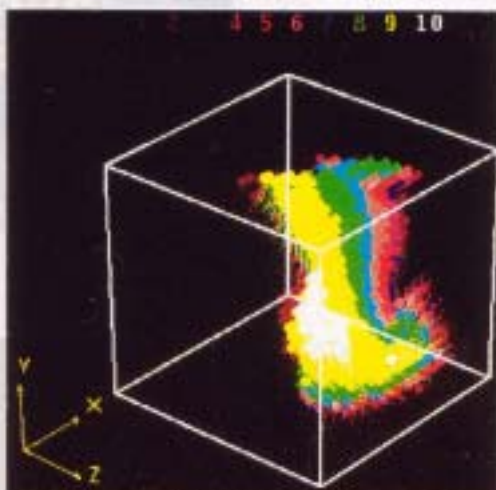
以上の数値実験の結果は、SPM法が空間の分割個数  $m$ 、すなわち離散化の精度が向上するに比例して一意的な電流分布パターンへ収束することを立証している。



(a)  $n=24,696$

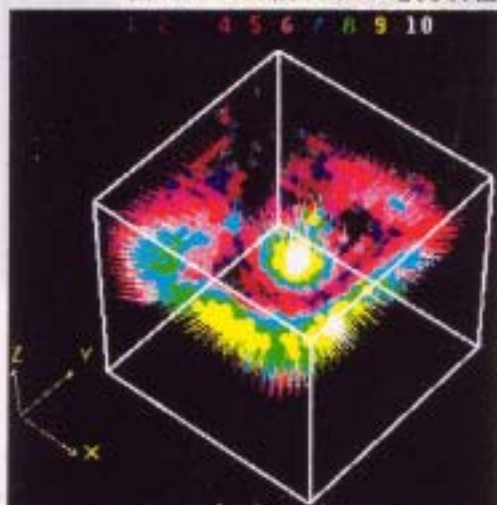


(b)  $n=158,184$

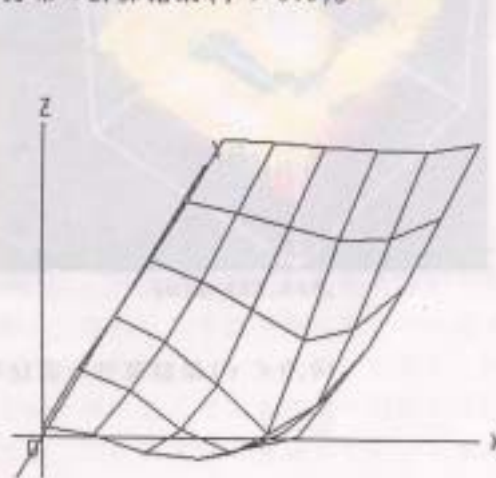


(c)  $n=493,848$

図5-6 SPM法による電流双極子分布の計算結果 ( $\gamma > 0.9$ )。

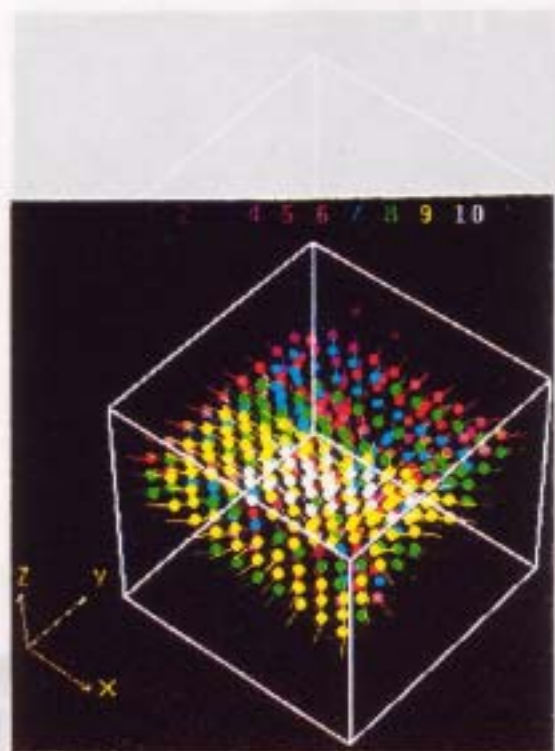


(a) 真の電圧双極子分布

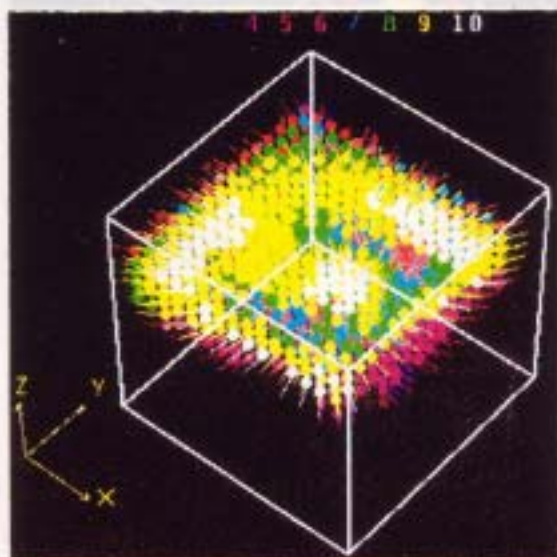


(b) 観測される電圧分布、

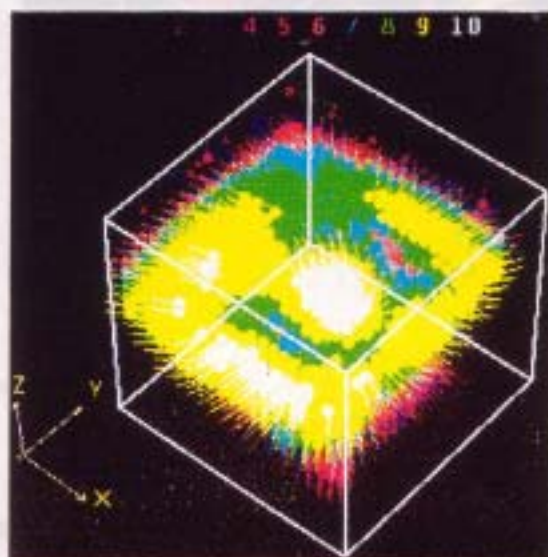
図5-7 電圧双極子の場合。



(a) $n=24,696$

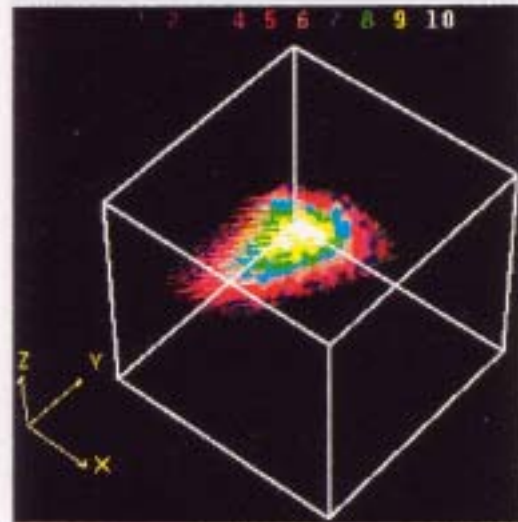


(b) $n=158,184$

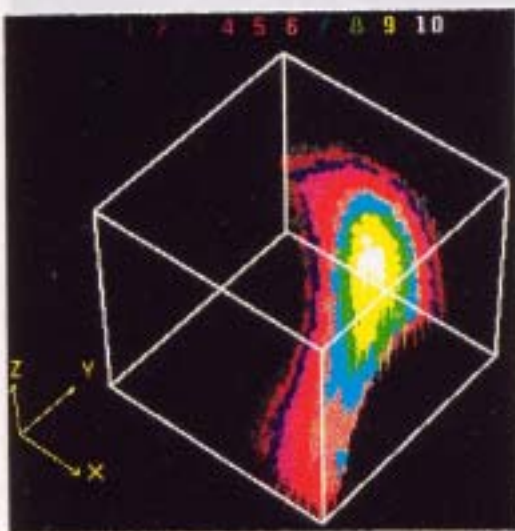


(c) $n=493,848$

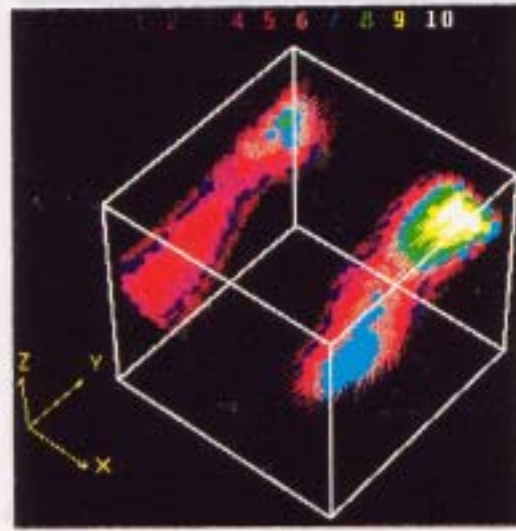
図5-8 SPM法による電圧双極子分布の計算結果( $\gamma > 0.9$ )。



(a)16msec



(b)40msec

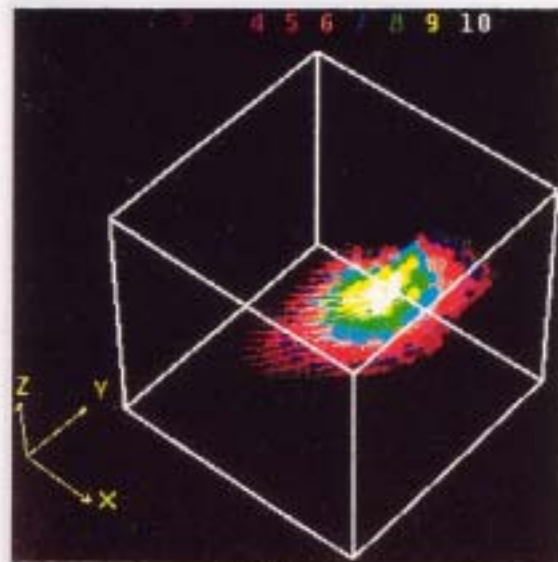


(c)55msec

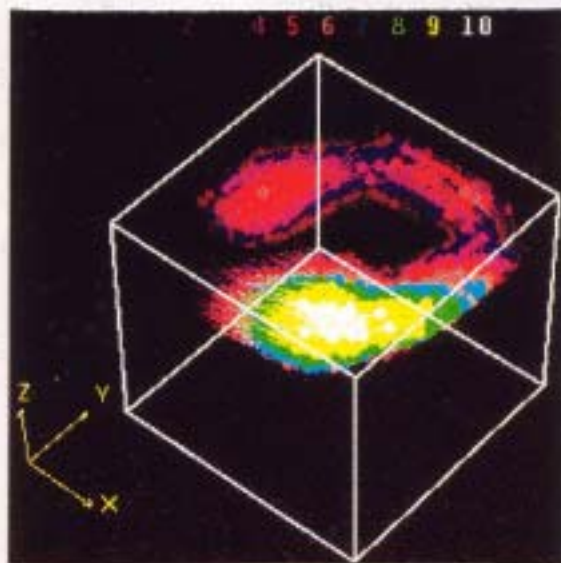
図5-9 正常人の心臓内電流分布 ( $\gamma \geq 0.9$ )。

## 5.2 心磁図への応用

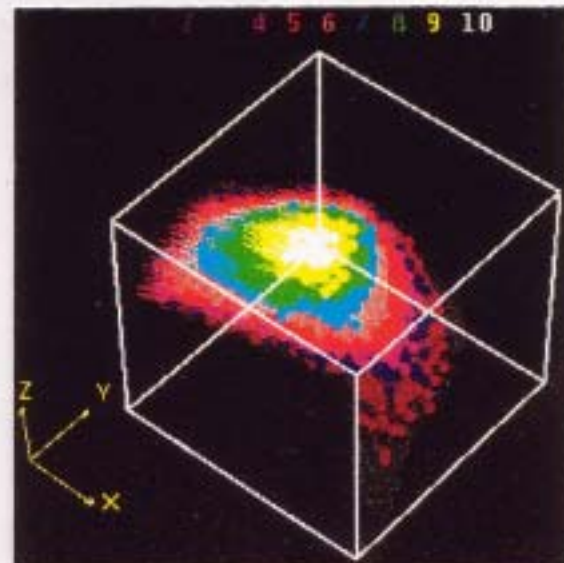
図5-9(a)~(c)に正常な心臓内の電流分布をSPM法で求めた結果が示してある。図5-9(a)~(c)はそれぞれQRS波が16msec,40msecおよび55msecに対応し、各図において奥のy-z面が左手側、手前のy-z面が右手側、上面のx-y面が胸の表面に相当する。図5-9(a)は洞結節から出た電流が房室結節の周辺に分布している状況に対応し、図5-9(b)は房室結節に集電された電流が右脚と左脚に流れ込んでいる状況に対応する。更に図5-9(c)は電流が右脚と左脚に流れ込んだ後、比較的浅部を還流していることを示している。



(a)10msec



(b)40msec

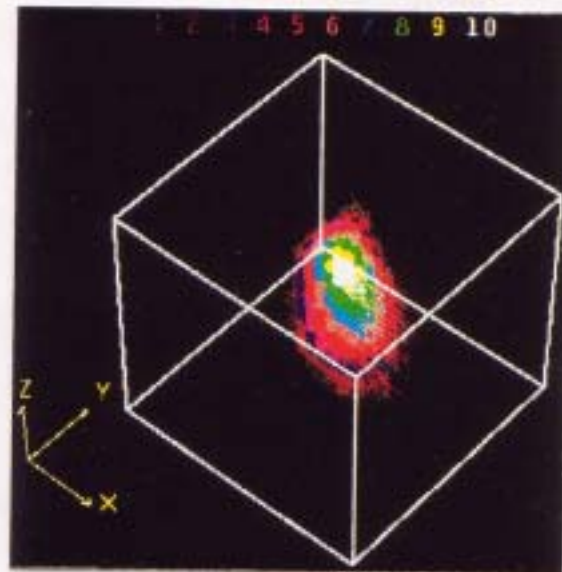


(c)70msec

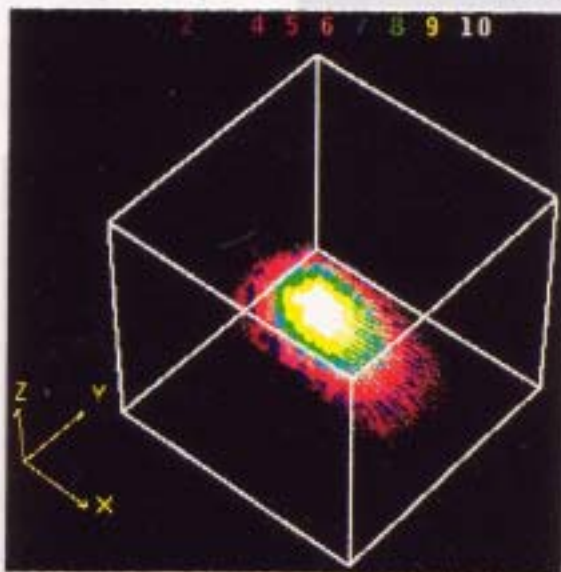
図5-10 RBBB症候群を呈する心臓内電流分布 ( $\gamma \geq 0.9$ )。

図5-10(a)~(c)に、Right Bundle Branch Block(RBBB)症候群を呈する心臓内電流分布を示す。図5-10(a),(b)更に(c)はそれぞれQRS波が10msec,40msec,70msecに対応する。図5-9(b)と図5-10(b)の比較から、RBBB症候群の心臓では、房室結節に集電し、右脚と左脚に流れるべき電流分布が正常でなく、左方へリークしていることがわかる。

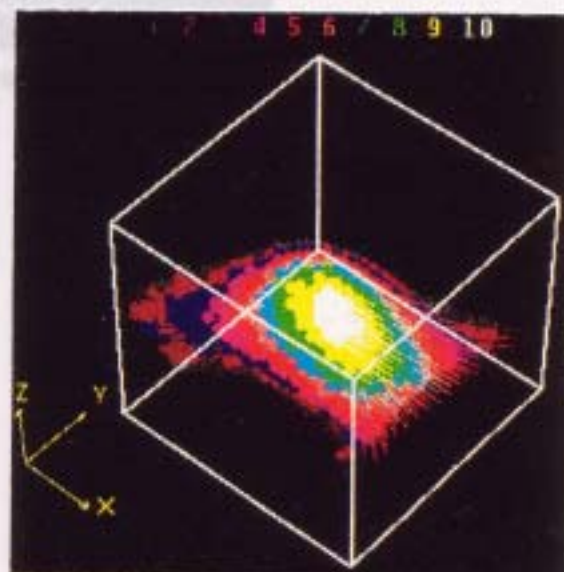




(a) 20msec



(b) 50msec



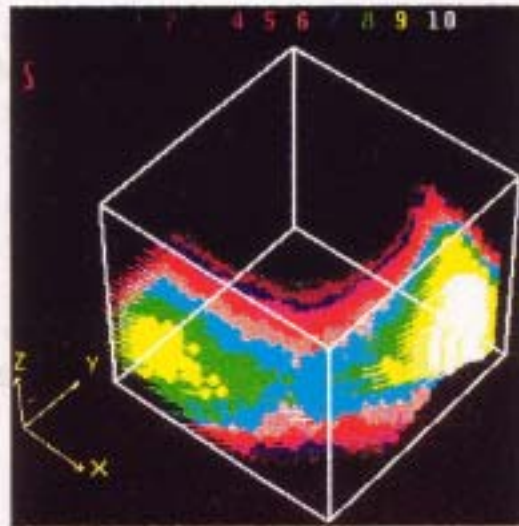
(c) 80msec

図5-11 LBBB症候群を呈する心臓内電流分布 ( $\gamma \geq 0.9$ )。

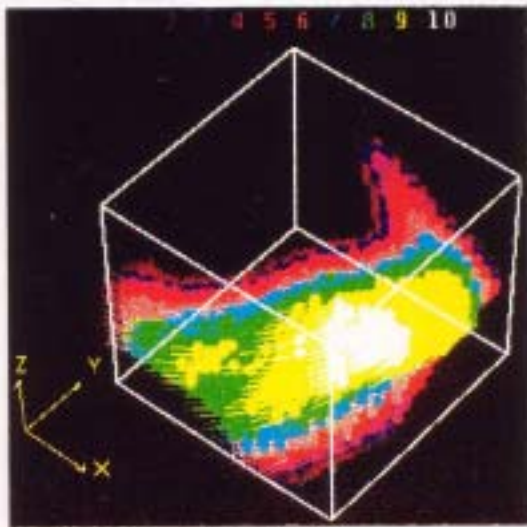
図5-11(a)~(c)にLeft Bundle Branch Block(LBBB)症候群を呈する心臓内電流分布を示す。図5-11(a),(b)および(c)はそれぞれQRS波が20msec,50msec,80msecに対応している。図5-9(a)と図5-11(a)の比較から、洞結節から出た電流が房室結節の周辺に分布しなければならないが、LBBB症候群の心臓では洞結節から出た電流が右方向へリークしていることがわかる。

図5-12(a)~(c)に、図5-9から5-12までの図群に心臓の図を置いた図を示す。図5-12(a)は、正常な心臓と異常な心臓とでは心臓内の電流分布が全く異なることがわかる。さらに図5-12(b)と(c)は、図5-10(1)より図5-10(2)まででは正常な心臓と異常な心臓とでは電流分布が全く異なることがわかる。図5-10(1)より図5-10(2)まででは正常な心臓と異常な心臓とでは電流分布が全く異なることがわかる。

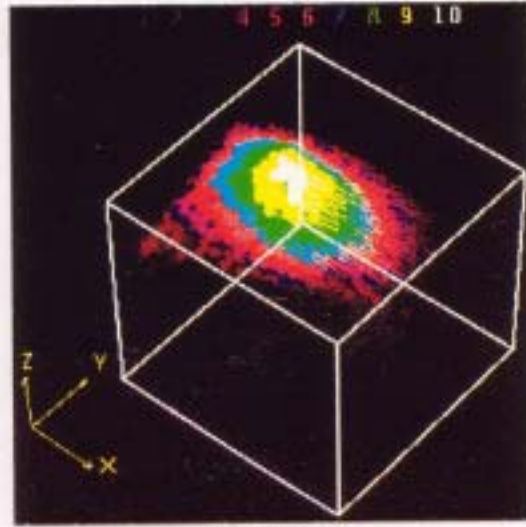
なお、本稿で採用した図5-12(a)~(c)は、図5-10(1)より図5-10(2)まででは正常な心臓と異常な心臓とでは電流分布が全く異なることがわかる。図5-10(1)より図5-10(2)まででは正常な心臓と異常な心臓とでは電流分布が全く異なることがわかる。図5-10(1)より図5-10(2)まででは正常な心臓と異常な心臓とでは電流分布が全く異なることがわかる。



(a)30msec



(b)80msec



(c)30msec

図5-12 WPW症候群を呈する心臓内電流分布 ( $\gamma \geq 0.9$ )。

図5-12(a)~(c)に Wolff-Parkinson-White(WPW)症候群を呈する心臓内電流分布を示す。図5-12(a)および(b)はある患者のQRS波が30msec,80msecに対応し、(c)は別患者のQRS波が30msecに対応している。図5-12(a)と(b)図のケースは電流が洞結節から房室結節更に右・左脚の順に流れず、大部分の電流が左方向へリークしていることを示している。他方、図5-12(c)のケースでは、電流が心臓の表面部分で右方向へリークしている。

図5-13(a)～(l)に、図5-9から5-12までの結果に心臓の図を重ねた図を示す。図5-13から、正常な心臓と疾患を呈する心臓とでは心臓内の電流分布が全く異なることがわかる。さらに図5-13(j)と(k)よりその疾患部位がケント(Kent)束、図5-13(l)よりジェームス(James)束であると推定できる[22]。これは従来的心電図ではWPW症候群に関してその疾患部位の特定は不可能であったが、心磁図では可能であることを示唆している[18,23]。

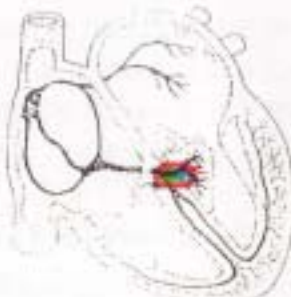
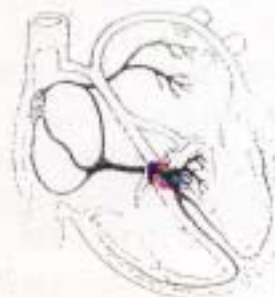
なお、本稿で採用した例題の実験データはすべて文献[24]によるものであることを付記しておく。また、すべての計算は心臓を含んだ領域を $5 \times 5 \times 5 \text{cm}^3$ の立方体、測定面はこの立方体上面から5mm上方の平行面とし、測定点数  $n$  は1cm間隔で $6 \times 6 = 36$ 点である。また本節ではこの立方体を  $x, y, z$  軸および角度に対してそれぞれ10,10,10および360点分割し、全節点数  $m$  を360,000点として計算を行った。



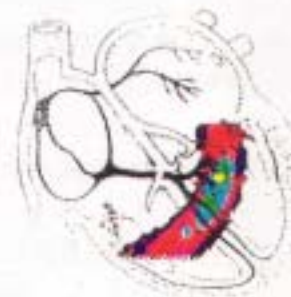
(a)Normal QRS 16ms (b)Normal QRS 40ms (c)Normal QRS 55ms



(d)RBBB QRS 10ms (e)RBBB QRS 50ms (f)RBBB QRS 80ms



(g)LBBB QRS 20ms (h)LBBB QRS 50ms (i)LBBB QRS 80ms



(j)WPW(A) QRS 30ms (k)WPW(A) QRS 80ms (l)WPW(B) QRS 30ms

図5-13 正常な心臓と疾患を呈する心臓。

### 5.3 電気刺激による脳内電流双極子分布 【反応することがわかる】[26,27]

ここでは、右手首部の正中神経をパルス幅0.2msの単相矩形波を用いて0.5s間隔で刺激した場合に得られる体性感覚誘発脳磁界分布から、SPM法によって電流双極子分布を求める。更に、脳内電流双極子分布から、脳機能の動作を推定することを試みる。なお、実測された脳磁界分布は内川等によって得られた結果を用いている[25]。

脳内の電流双極子分布領域は、第5.1章で採用した検証例題と全く同じで、 $6 \times 6 \times 6 \text{ cm}^3$ の立方体とし、磁界の測定面も同じく、右側の $x-y$ 面から0.5cm離れた平行面とした。更に、空間の分割は $25 \times 25 \times 25 = 15625$ とし、角度は5度おきで72分割とした。従って、(3.13)式で、ベクトル $X_p$ の次数 $n = 36, m = 1125000$ である。

図5-14に最も支配的な $\gamma > 0.9$ 以上の正規化された電流双極子分布を、また図5-15に図5-14の各図を脳の図に重ねたものを示す。図5-15(a)は、電気パルス印加後70msに誘発された電流双極子が深さ約3cmの点に現れている。これは測頭葉ではなく、感覚野もしくは脳幹に相当する神経が活動していると考えられる。また、その方向は運動野の指の位置を指している。従って、電気刺激が脳内に到達したことを意味している。

図5-15(b)は電気パルス印加後80msの電流双極子分布であり、図5-15(a)より少し頭頂葉に移動しており、体性感覚野の手の部分に相当する神経が活動していると考えられる。

図5-15(c)は電気パルス印加後90msの電流双極子分布であり、中心溝にはほぼ直角で感覚野から運動野の方向へ神経活動が移ろうとしている。また、測頭葉すなわち記憶・認識分野に弱い電流双極子が現れ始めている。これは、刺激の記憶認識活動が始まったことを意味している。

図5-15(d)は電気パルス印加後100msに電流双極子が測頭葉の記憶・認識部に集中し、刺激の記憶・認識活動が本格的に行われていることを意味している。

図5-15(e)は電気パルス印加後110msにおける電流双極子分布であり、最も強く活動しているのは依然として記憶・認識分野であり、運動野の手の部分と脳幹付近でも神経活動が始まりつつあることを示している。

図5-15(f)は電気パルス印加後120msに於いて、中脳もしくは脳幹付近の神経活動が活発化していることを意味している。

図5-15(g)は電気パルス印加後150msに於いても依然として中脳もしくは脳幹付近で神経活動が続いていることを示している。

図5-15(h)は電気パルス印加後175msに於いて、中脳もしくは脳幹付近の神経活動が弱まり、運動野と体性感覚野の神経活動が始まりつつあることを示している。

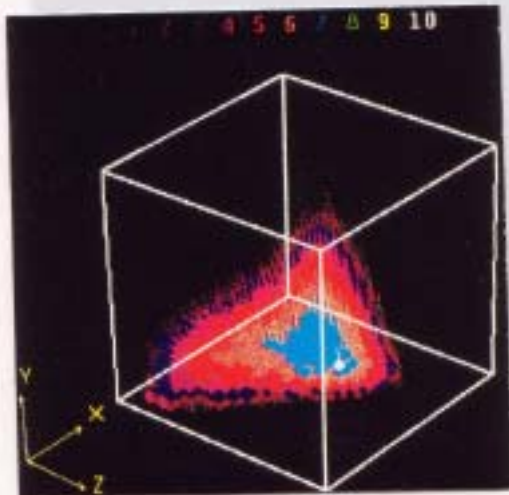
図5-15(i)は電気パルス印加後200msに於いて、体性感覚野の温感の部分に活動し、皮膚などが反応していると考えられる。

図5-15(j)は電気パルス印加後225msに於いて、運動野の手の部分と脳幹の神経活動が再び活動を始めていることを示している。

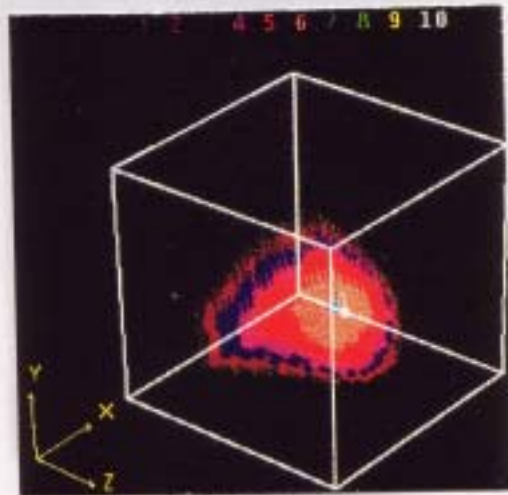
図5-15(k)は電気パルス印加後250msに於いて、再び感覚野の温感の部分に神経活動が始まり、皮膚が反応していると考えられる。

以上の結果を整理すると、電気パルス印加後感覚野もしくは脳幹から刺激が伝達され、刺激が手であることを認知し、更に刺激を記憶・認識する。その後、運動野から

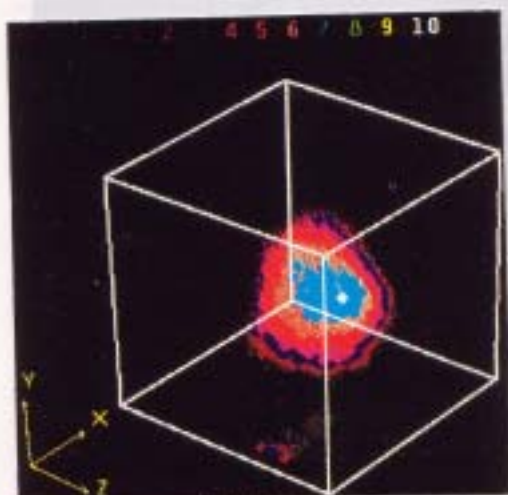
中脳または脳幹へ神経活動が移り、皮膚が反応することがわかる [26,27]。



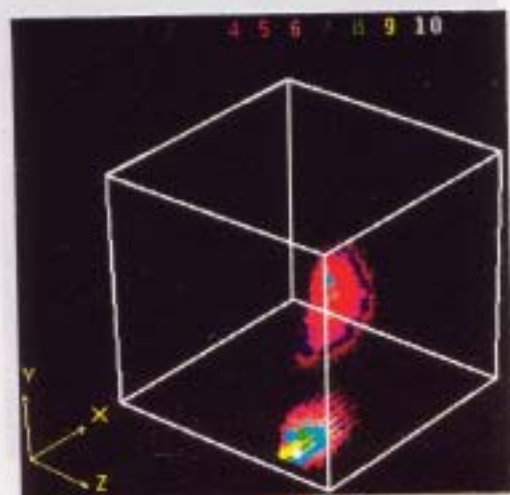
(a) 70ms



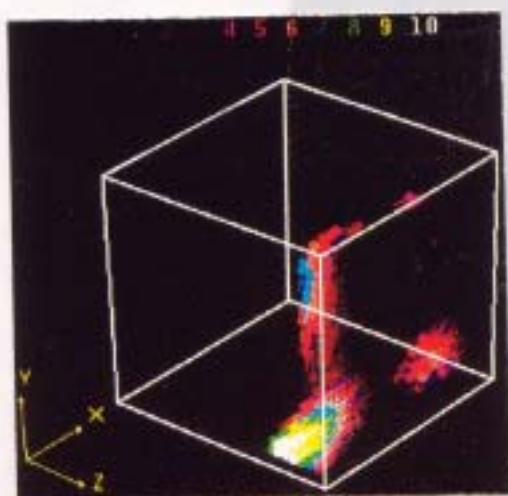
(b) 80ms



(c) 90ms



(d) 100ms



(e) 110ms



(f) 120ms

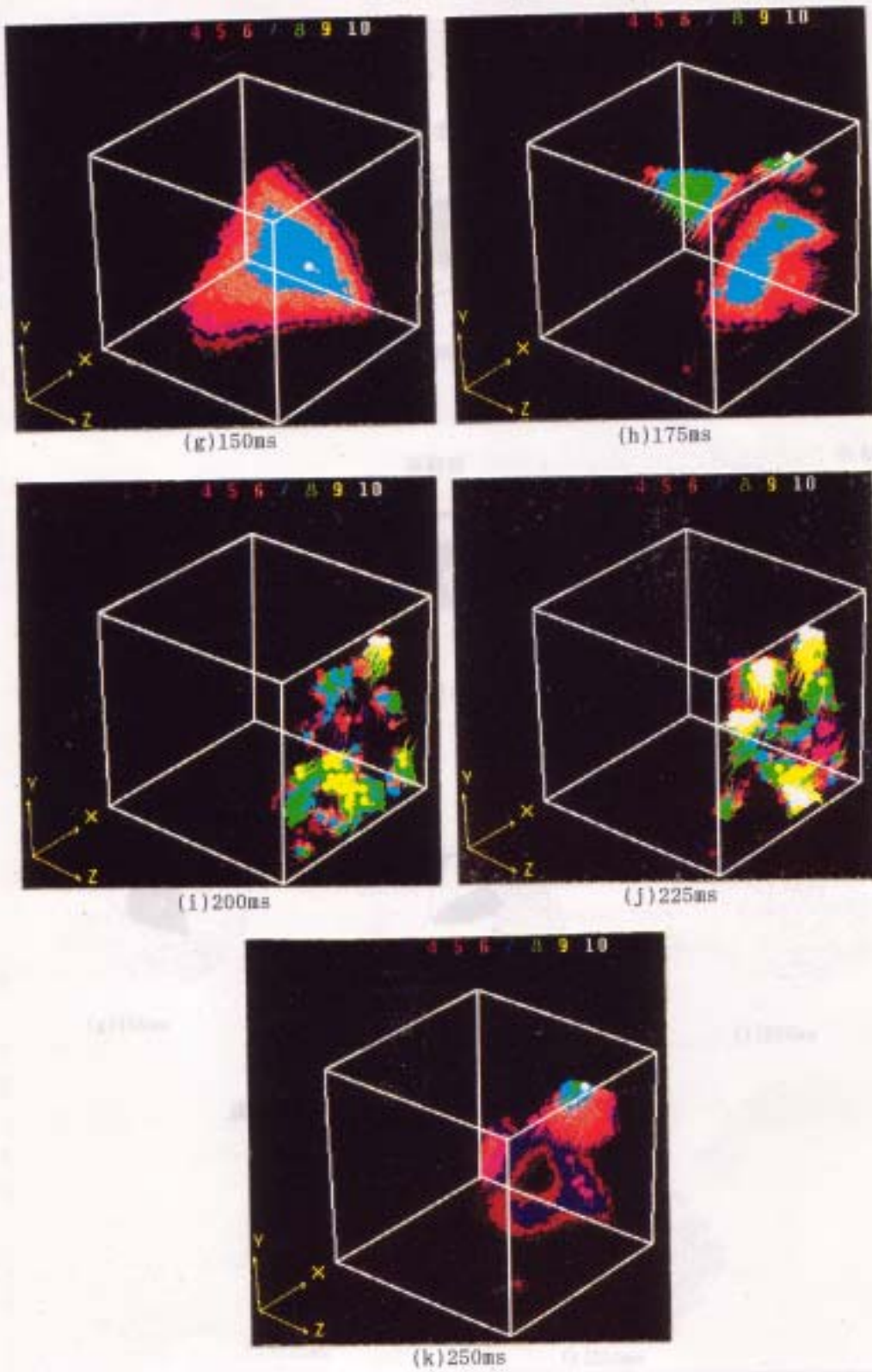


図5-14 右手首の正中神経へ電気刺激を加えた場合の脳内電流双極子分布。

4. 脳内電流分布

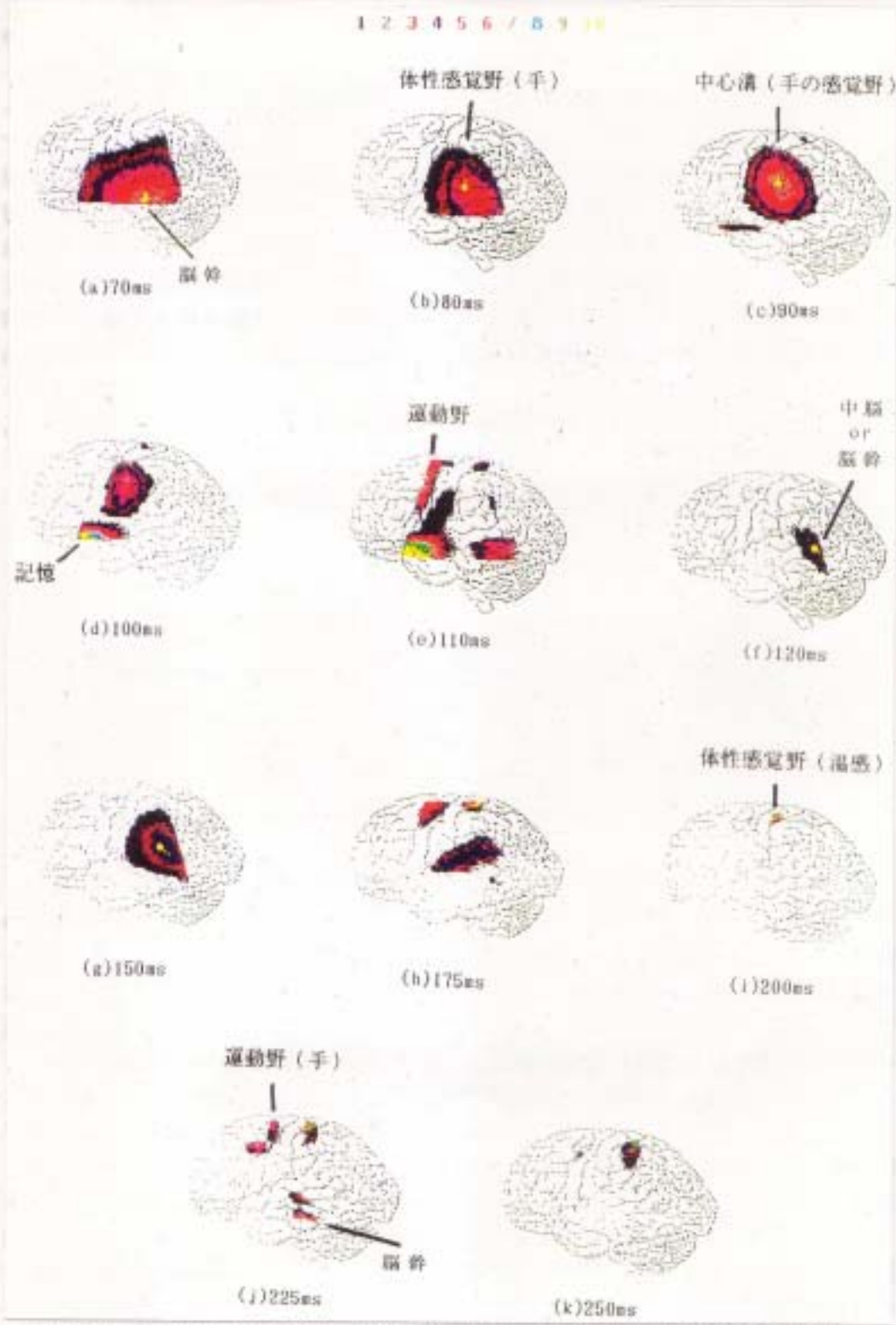


図5-15 右手首の正中神経へ電気刺激を加えた場合の脳内電流双極子分布。

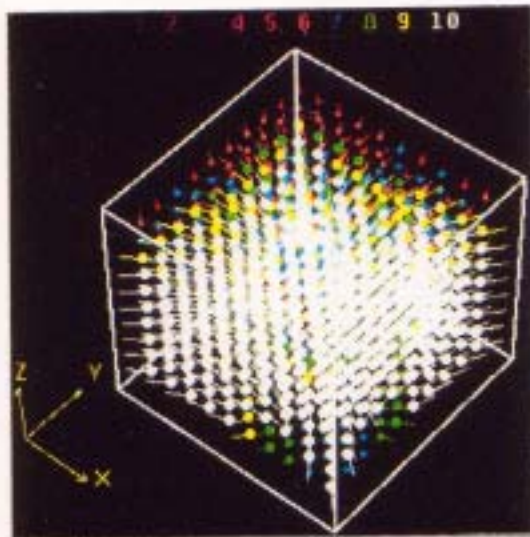




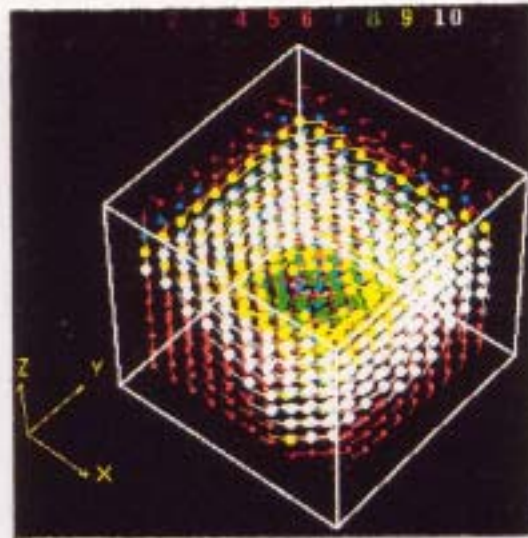
図6-2、図6-3および図6-4の結果から、電圧双極子法は、3次元的に広がる電圧分布を示し、対称的に電流双極子法は、2次元方向に広がる電流分布を示すことがわかる。この両者の違いは次のように考えられる。電圧双極子法は既知数としてスカラー量を用いており、その基底ベクトルは内積で構成されている。さらに電圧双極子法は本来(3-17)式中の湧き出し電流  $-(\partial \rho_i / \partial t) \Delta V_i (i=1 \sim m)$  を仮定して成立している。またその結果は真の電流分布ではなく、発散性を持った電圧分布である。これらの事実は解が3次元的な広がりを持つ特徴を反映している。一方、電流双極子法は既知数としてベクトル量を用いており、その基底ベクトルは外積で構成されている。よってその解はrotationalな特徴を持つ電流分布である。

以上のことから、測定磁界の垂直成分より電流双極子法で計算すると測定面に平行に流れる電流分布が求められ、一方、測定面上の電位より電圧双極子法で計算すると発散性の電圧分布が求められ、3次元的に広がる電流分布に対して有効であると考えられる。

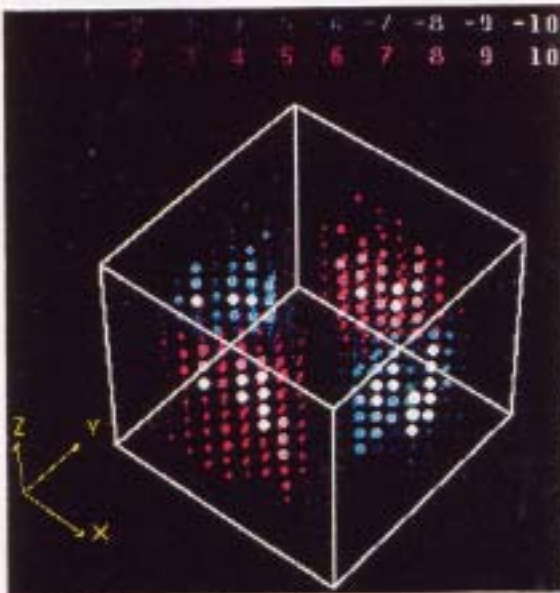
このように電圧双極子法、電流双極子法の両者からある曖昧さを持った解パターンが得られるが、ここで図6-2(c)と(d)、図6-3(c)と(d)および図6-4(c)と(d)をそれぞれ比較してみると、正解の電磁界源分布と相関を調べた結果の分布がよく一致していることがわかる。特に、測定面に近いほど正確であることもわかる。よって、図6-2(c)や図6-3(c)や図6-4(c)の相関を調べた結果から最も信頼性のある解分布が得られることとなる[7,31]。



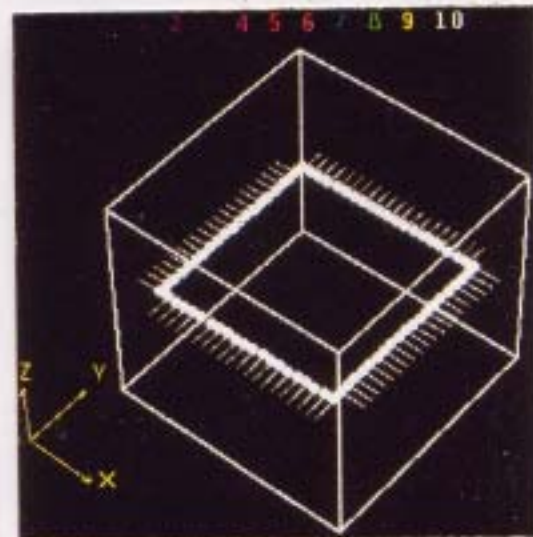
(a)



(b)

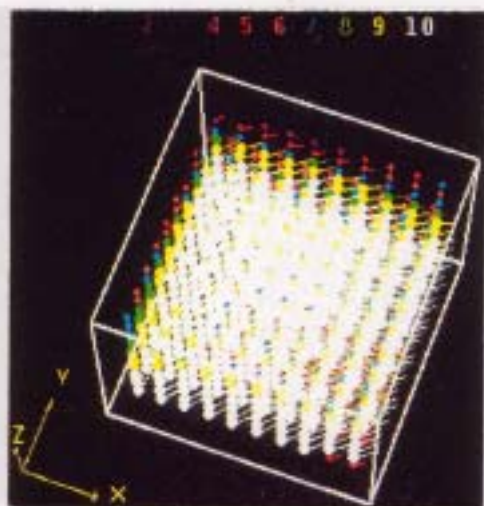


(c)

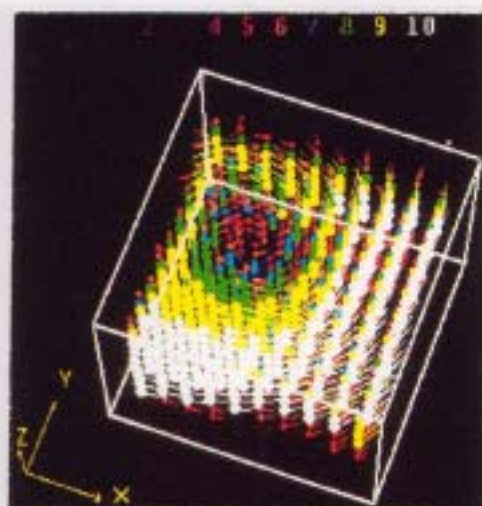


(d)

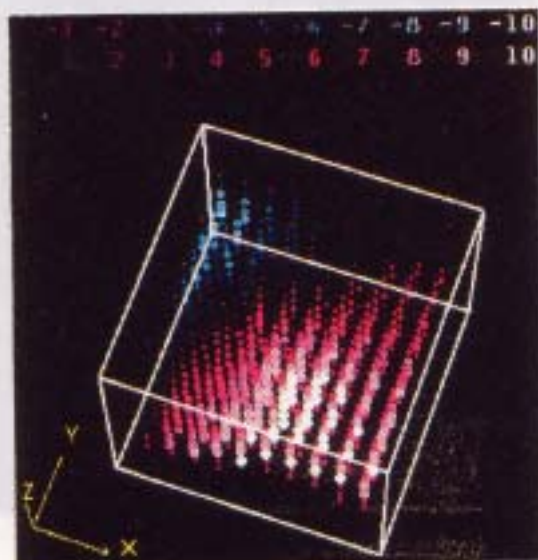
図6-2. 例題1 (a)立方体上面の $6 \times 6 = 36$ 個の電圧測定点から電圧双極子法を用いて推定した結果, (b)立方体上面から5mm離れた面で $6 \times 6 = 36$ 個の面に垂直な磁界を測定し電流双極子法により推定した結果, (c)電圧双極子と電流双極子間の内積をとって相関を調べた結果, (d)正解の電磁界源分布。



(a)



(b)



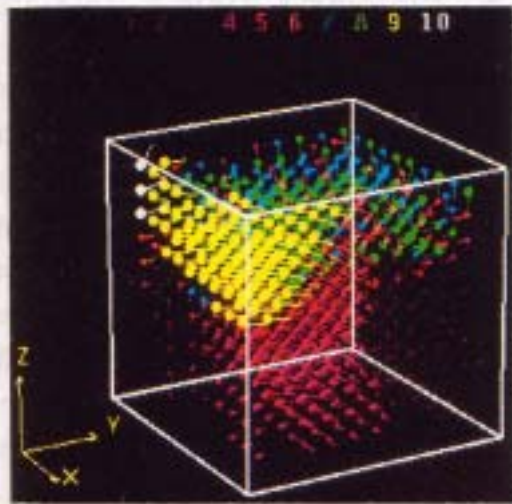
(c)



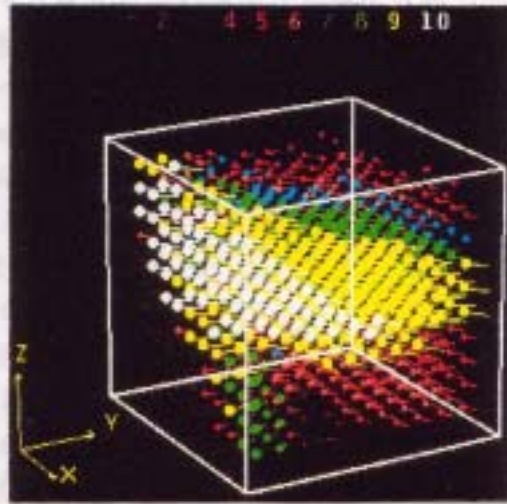
(d)

図6-3. 例題2 (a)立方体上面の $6 \times 6 = 36$ 個の電圧測定点から電圧双極子法を用いて推定した結果, (b)立方体上面から5mm離れた面で $6 \times 6 = 36$ 個の面に垂直な磁界を測定し電流双極子法により推定した結果, (c)電圧双極子と電流双極子間の内積をとって相関を調べた結果, (d)正解の電磁界源分布。

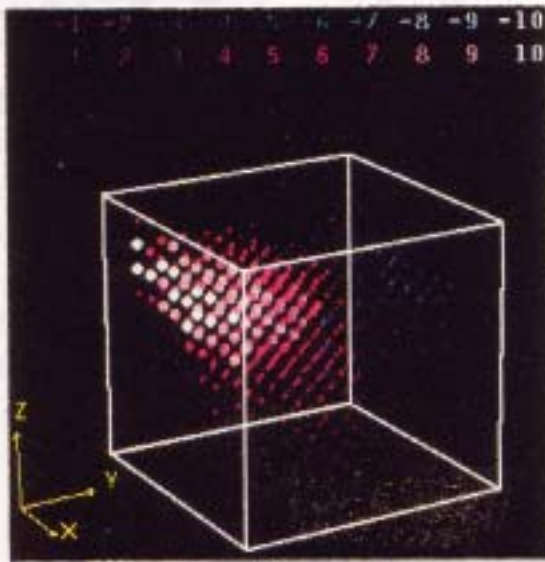
6.5 心臓内の電磁場分布測定



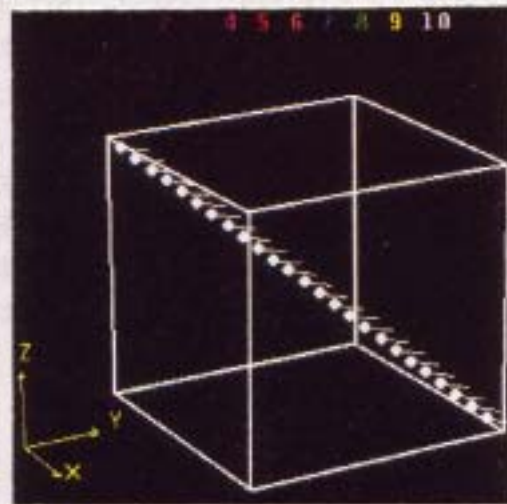
(a)



(b)



(c)



(d)

図6-4. 例題3 (a)立方体上面の $6 \times 6 = 36$ 個の電圧測定点から電圧双極子法を用いて推定した結果, (b)立方体上面から5mm離れた面で $6 \times 6 = 36$ 個の面に垂直な磁界を測定し電流双極子法により推定した結果, (c)電圧双極子と電流双極子間の内積をとって相関を調べた結果, (d)正解の電磁界源分布。

### 6.3 心臓内の電流分布推定

図6-5(a), 6-5(b)および6-5(c)は、それぞれ健常者の心電図から電圧双極子法を用いて推定した電圧分布、同一健常者の心磁図から電流双極子法を用いて推定した電流分布、それら両者の内積をとって相関を調べた結果である。図6-6(a), 6-6(b)および6-6(c)は、それぞれ疾患[肺動脈狭窄症(Pulmonary Stenosis)]のある人の心電図から電圧双極子法を用いて推定した電圧分布、同一患者の心磁図から電流双極子法を用いて推定した電流分布、それら両者の内積をとって相関を調べた結果である[32]。図6-7(a), 6-7(b)および6-7(c)は、それぞれ疾患[肺動脈高血圧症(Pulmonary Hypertension)]のある人の心電図から電圧双極子法を用いて推定した電圧分布、同一患者の心磁図から電流双極子法を用いて推定した電流分布、それら両者の内積をとって相関を調べた結果である[32]。図6-8(a), 6-8(b)および6-8(c)は、それぞれ疾患 [ Wolff-Parkinson-White(WPW)]のある人の心電図から電圧双極子法を用いて推定した電圧分布、同一患者の心磁図から電流双極子法を用いて推定した電流分布、それら両者の内積をとって相関を調べた結果である。なお、図6-8は中屋豊教授(徳島大学医学部第2内科)の提供して下さったデータより解析した。図6-9(a)~(1)に、図6-5から6-8までの結果を心臓の図に重ねた結果を示す。

図6-5(a), 6-5(b), 6-6(a), 6-6(b), 6-7(a), 6-7(b), 6-8(a)さらに6-8(b)より、電圧双極子法および電流双極子法では結果を評価する際にコントラストを上げるため、パターンマッチング指数 $\gamma$ のある一定値以上を表示するという経験的な作業をしなければならない。しかし、図6-5(c), 6-6(c), 6-7(c)さらに6-8(c)の相関を調べた結果からは、正常な心臓と疾患のある心臓の決定的な違いを明らかにすることができる。さらに、図6-9(1)よりこの患者の心臓の疾患部位が、ケント(Kent)束ではないかと推定できる。このように、心電図と心磁図を組み合わせることによって、心臓のより正確な診断が可能であると考えられる[7,29,30]。

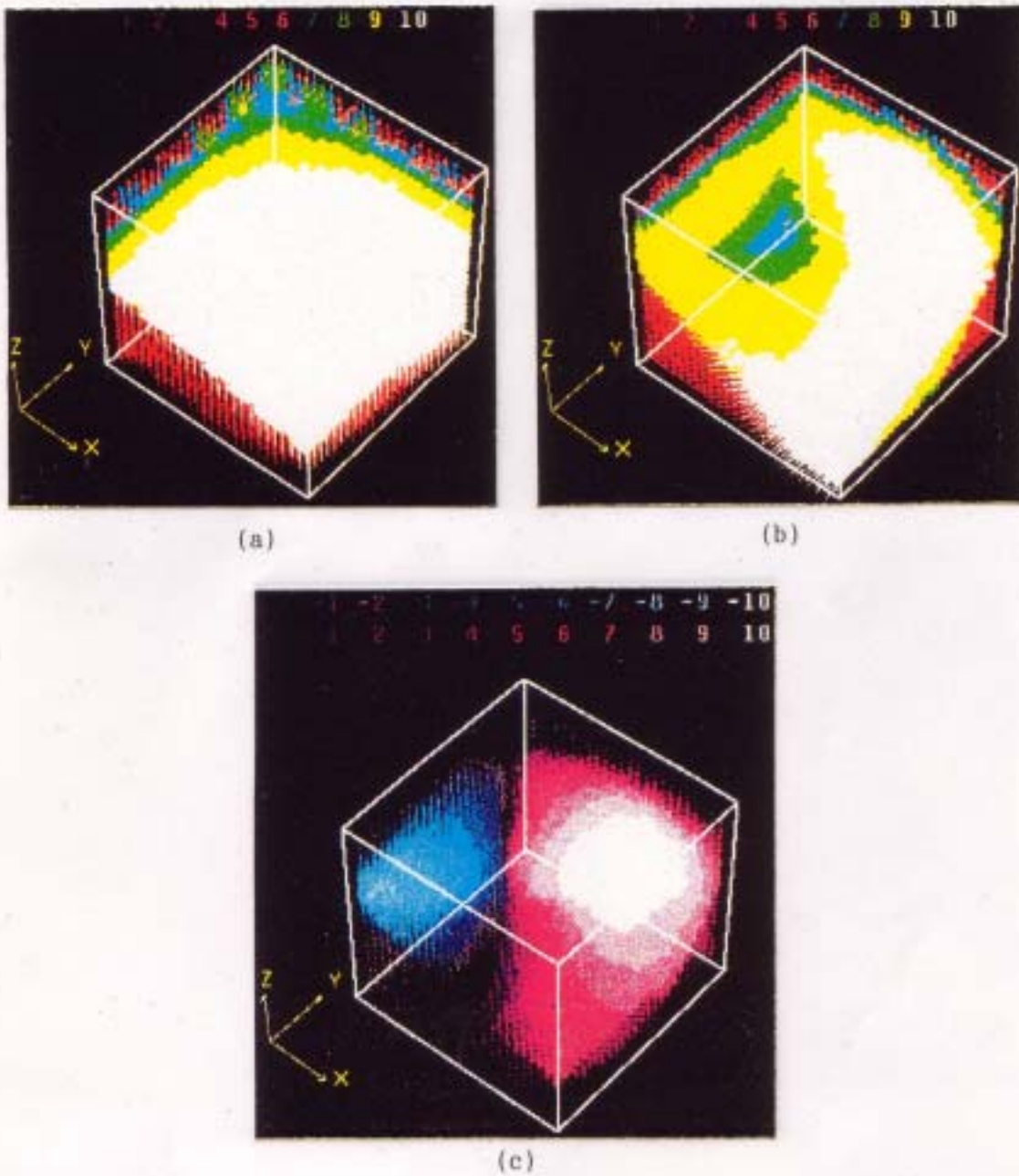


図6-5. 正常な心臓 (QRS 40ms), (a)電圧双極子法, (b)電流双極子法, (c)電圧双極子と電流双極子の相関を調べた結果 [32]。

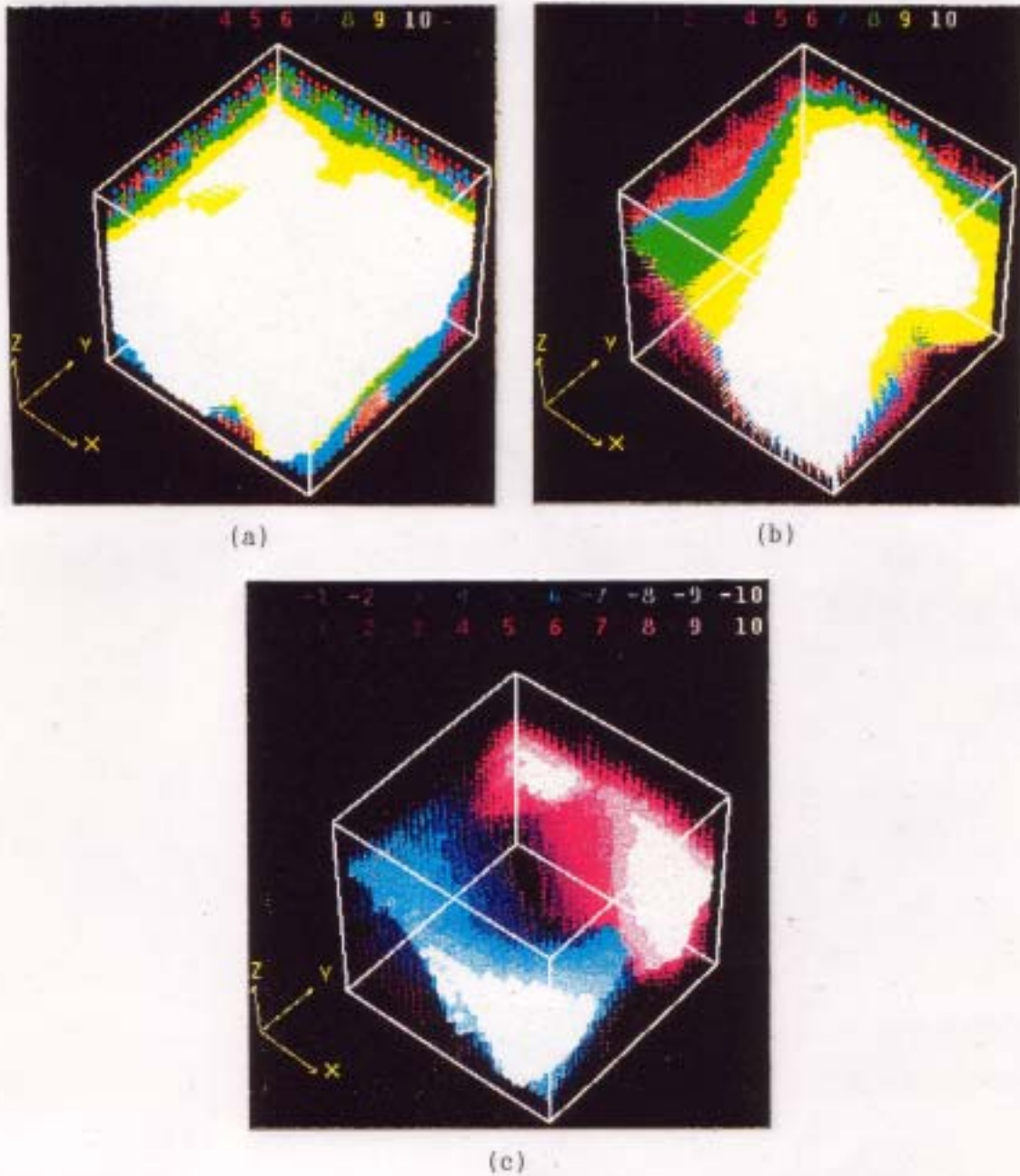


図6-6. 疾患[肺動脈狭窄症(Pulmonary Stenosis)]のある心臓(QRS 40ms), (a)電圧双極子法, (b)電流双極子法, (c)電圧双極子と電流双極子の相関を調べた結果[32].



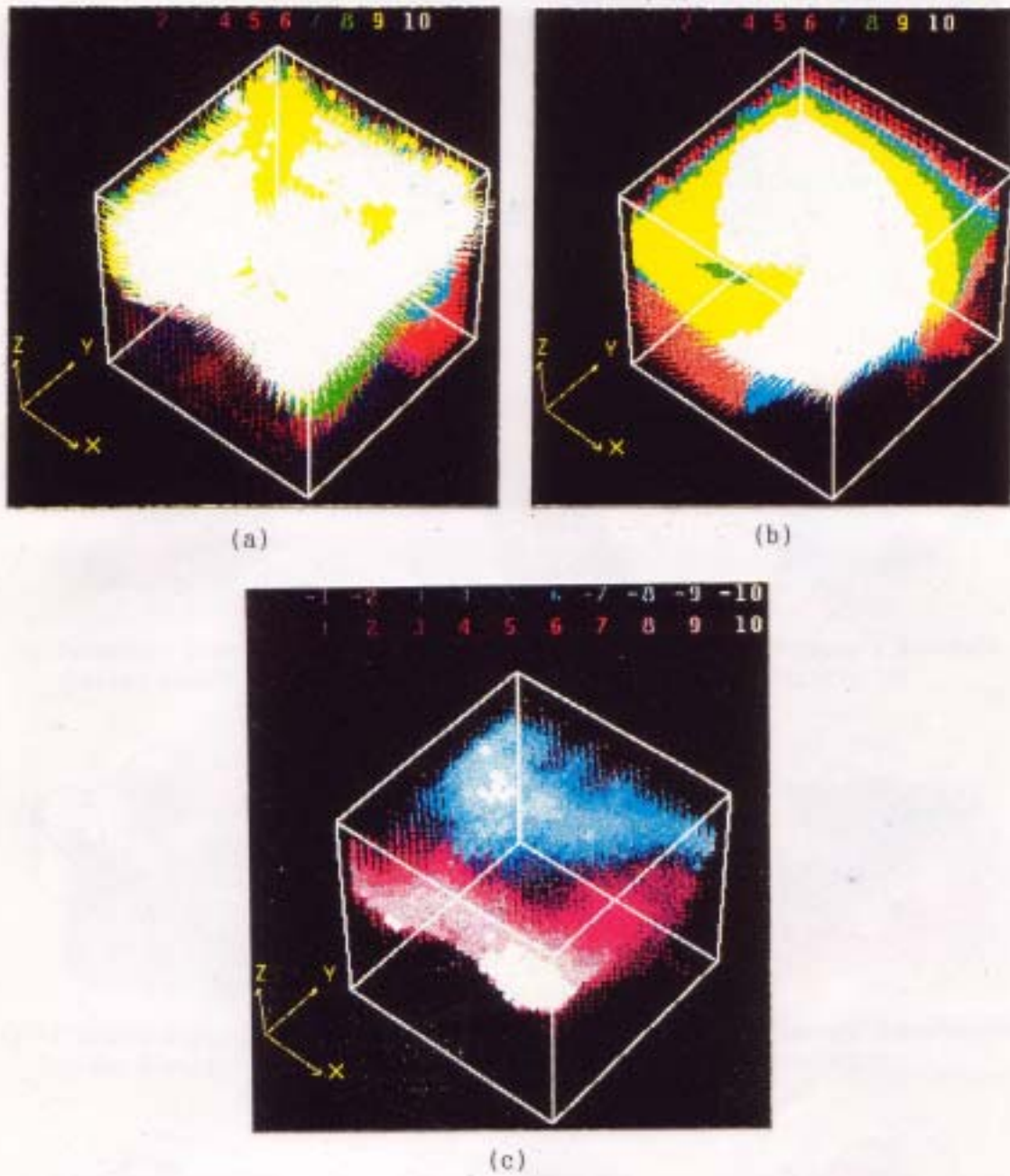


図6-7. 疾患[肺動脈高血圧症 (Pulmonary Hypertension)]のある心臓 (QRS 40ms), (a) 電圧双極子法, (b)電流双極子法, (c)電圧双極子と電流双極子の相関を調べた結果 [32]。

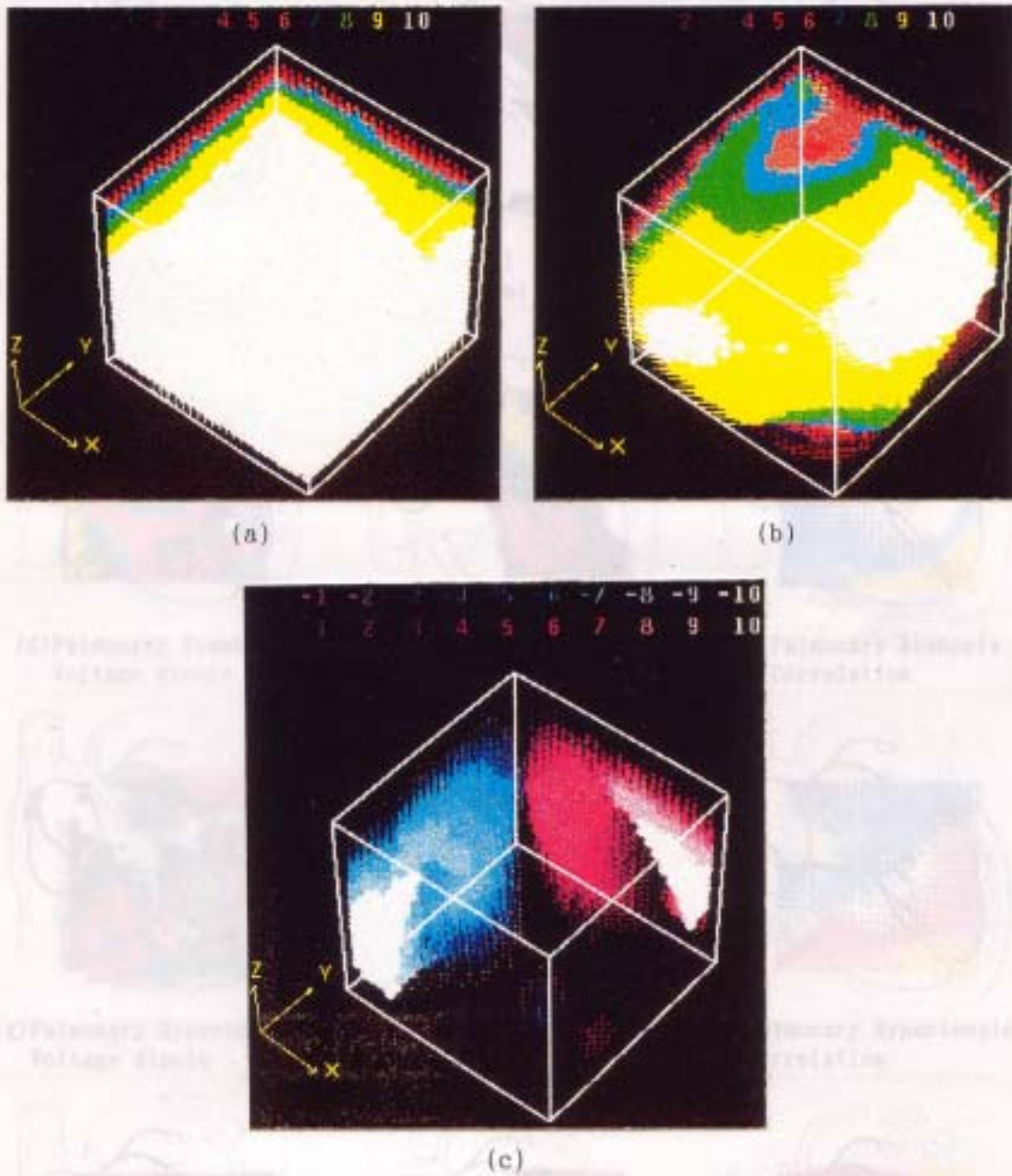


図6-8. 疾患[Wolff-Parkinson-White(WPW)]のある心臓(QRS 40ms), (a)電圧双極子法, (b)電流双極子法, (c)電圧双極子と電流双極子の相関を調べた結果(患者番号m1104)。

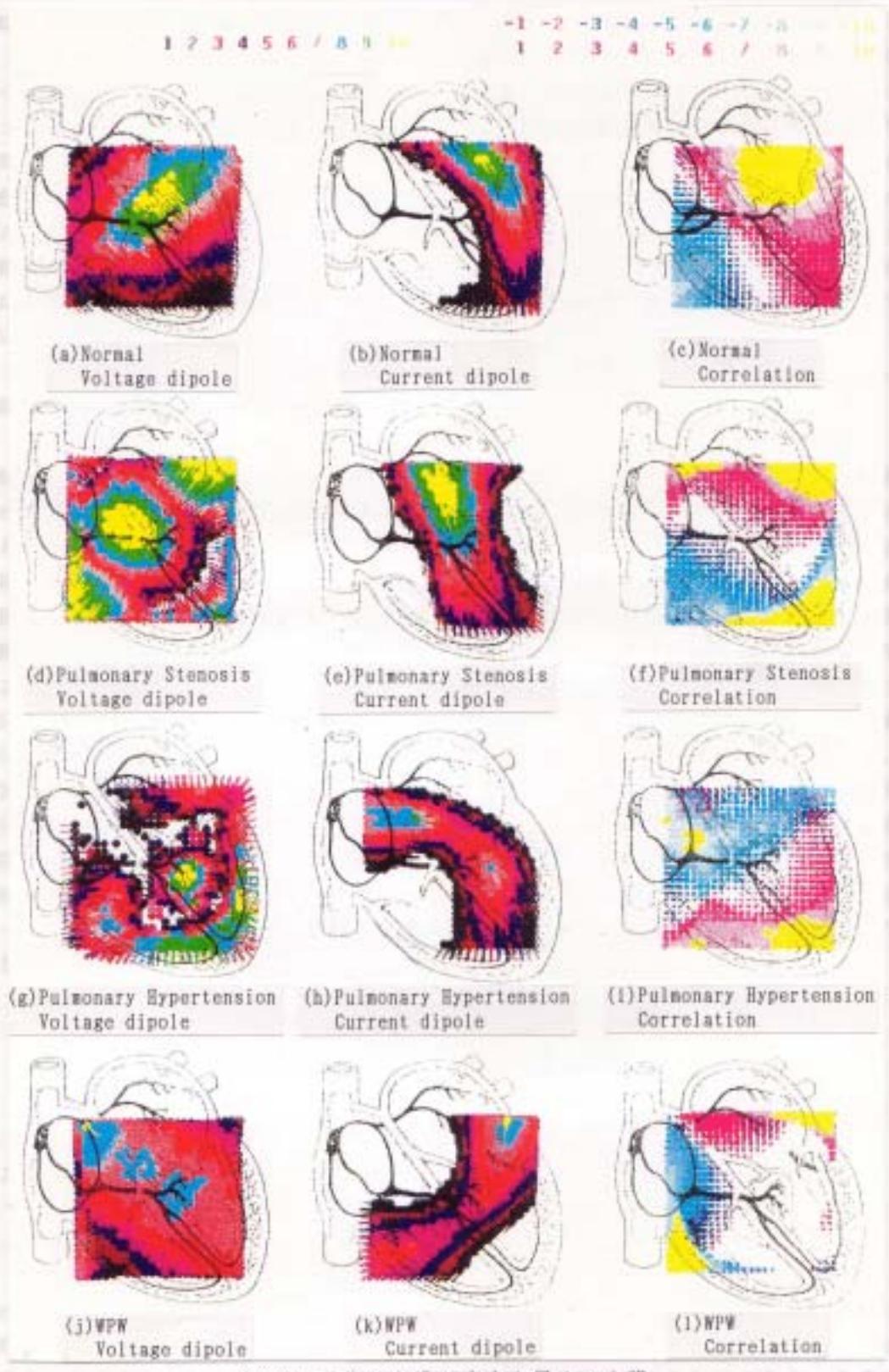


図6-9 正常な心臓と疾患を示す心臓.

**6.4 電子機器からの漏れ磁界源の推定**  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ と仮定する。この仮定は、調査記号法での実  
 近年デジタル計算機の小型・高速化の要求から、CPU動作周波数の高周波化のみならず、電源回路部の高周波化がなされ、その成果は大型汎用計算機からノートパソコン更にワードプロセッサ等に生かされている。計算機で代表される電子機器の動作周波数の高周波化に伴い電子機器から漏れる電磁界が周辺の人体や他の機器へ与える影響がクローズアップされつつある。この問題はEMC(Electromagnetic Compatibility)と呼ばれ、電子機器のより小型・高速化と普及に必然的に伴う問題である。特に電子機器のどこから電磁界が漏洩するかの推定は、もっとも基本的で重要な問題点であるにも拘らず、有効な方法は確立されてなく、Gram-Schmidtの方法などが試みられているのが現状である[33]。

ここでは、電子機器の漏洩を模擬した金属筐体から漏洩する磁界分布の測定より、磁界の漏洩部の推定を並列SPM法で実行する。

**6.4.1 仮定** 第1の仮定は空間位相に関するものである。測定対象から漏洩する磁界の空間波長は測定点までの距離に比較して充分長く、磁界の空間伝播時間は無視できるものとする。この仮定は、例えば漏洩磁界の周波数が10MHzであるとしてもその波長は $3 \times 10^8 / 10 \times 10^6 = 30\text{m}$ であり、対象から5cmの点で磁界が測定されるとすれば、1波長の $0.05/30 = 1/600$ の点に相当し、充分無視できることがわかる。これは変位電流を無視することに他ならない。第2の仮定は、磁界源となる電流は互いに直交するX、Y、Zの三次元成分から成り立っているが、大部分の電流は測定面に平行なX-Y平面に分布し、Z方向の電流は無視できるものとする。また、磁界はX、Y、Zの3方向成分が測定可能であるが、X-Y平面上に分布する電流はZ方向の磁界のみに寄与し、XとY方向の磁界はZ方向成分の磁界の影響を受ける。このため、Z方向成分の磁界分布のみをX-Y平面上の電流分布推定に採用する。第3の仮定は、電流分布の探查領域に関するものである。磁界源となる電流の探查領域は磁界が測定される面の下方部直方体とし、Z方向に沿ってX-Y平面に平行に分割された三次元領域である。従って、電流のZ方向成分を無視しているため、電流分布はZ方向に対して不連続になる。しかし、

図6-11に、電流分布探查領域の角度を含んだ分割個数が $m = 201,600$ の場合の推定結果を示す。図6-11(a)と6-11(b)は、それぞれ推定された電流分布の実数部と虚数部である。図6-11(c)は、図6-11(a)と6-11(b)の内積を取って相関を調べた結果である。

図6-12に、 $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ 、電流分布探查領域の角度を含んだ分割個数が $m = 1,497,600$ の場合の推定結果を示す。図6-12(a)と6-12(b)は、それぞれ推定された電流分布の実数部と虚数部より、図6-12(c)は、図6-12(a)と6-12(b)の内積を取って相関を調べた結果である。

図6-13に、電流分布探查領域の角度を含んだ分割個数が $m = 11,059,200$ の場合の推定結果を示す。図6-13(a)と6-13(b)は、それぞれ推定された電流分布の実数部と虚数部である。図6-13(c)は、図6-13(a)と6-13(b)の内積を取って相関を調べた結果である。

の関係が得られる。すなわち、電流の連続条件  $\text{div} \mathbf{J} = 0$  はキルヒホッフの節点則に対応する。(6.2)式から、独立な電流はX-Y平面上の  $i_x$  と  $i_y$  であり、第2の仮定は妥当であることがわかる。第4の仮定は磁界分布の測定に関するものである。交流磁

界の振幅と位相は独立に測定されるものと仮定する。この仮定は、複素記号法での実数部と虚数部の磁界が独立に測定されることを意味する。換言すれば、同一経路を通る電流がつくる磁界が、時間位相で $\pi/2$ ずらして独立に測定されるとする仮定である。この仮定により、実数部と虚数部の並列SPMが実行できることとなる。

**6.4.2 電流分布推定結果** 図6-10に供試実験装置のイラストが示してある。Z軸方向の磁界が、対象面から5cm上方に位置する編み目の交点で測定される。対象内にはX-Z面に平行にループアンテナが設置され、1MHzで励振されている。また、対象面は中心部に十字形の5mmの幅を持つスリットが設けられた鉄板が、ボルト締めで取り付けられている。電流分布探査領域は $V = 40 \times 40 \times 12\text{cm}^3$ とし、測定されたZ方向磁界成分の個数は $n = 1681$ である。

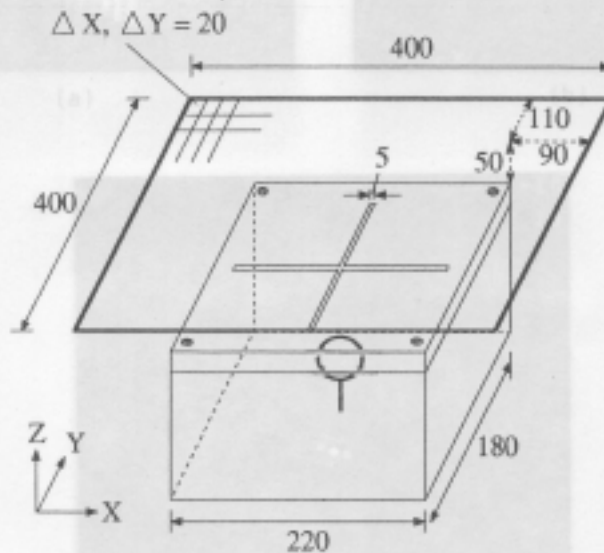


図6-10 供試実験装置 (単位mm)。

図6-11に、電流分布探査領域の角度を含んだ分割個数が $m = 201,600$ の場合の推定結果を示す。図6-11(a)と6-11(b)は、それぞれ推定された電流分布の実数部と虚数部である。図6-11(c)は、図6-11(a)と6-11(b)の内積を取って相関を調べた結果である。図6-12に、電流分布探査領域の角度を含んだ分割個数が $m = 1,497,600$ の場合の推定結果を示す。図6-12(a)と6-12(b)は、それぞれ推定された電流分布の実数部と虚数部である。図6-12(c)は、図6-12(a)と6-12(b)の内積を取って相関を調べた結果である。図6-13に、電流分布探査領域の角度を含んだ分割個数が $m = 11,059,200$ の場合の推定結果を示す。図6-13(a)と6-13(b)は、それぞれ推定された電流分布の実数部と虚数部である。図6-13(c)は、図6-13(a)と6-13(b)の内積を取って相関を調べた結果である。図6-11(a)、6-11(b)、6-12(a)、6-12(b)、6-13(a)および6-13(b)は、不鮮明さ多く含んでいるため、最も値の大きい部分のみ抽出しなければならない。一方、図6-11(c)、6-12(c)および6-13(c)の実数部と虚数部の推定結果の内積を取って相関を調べた

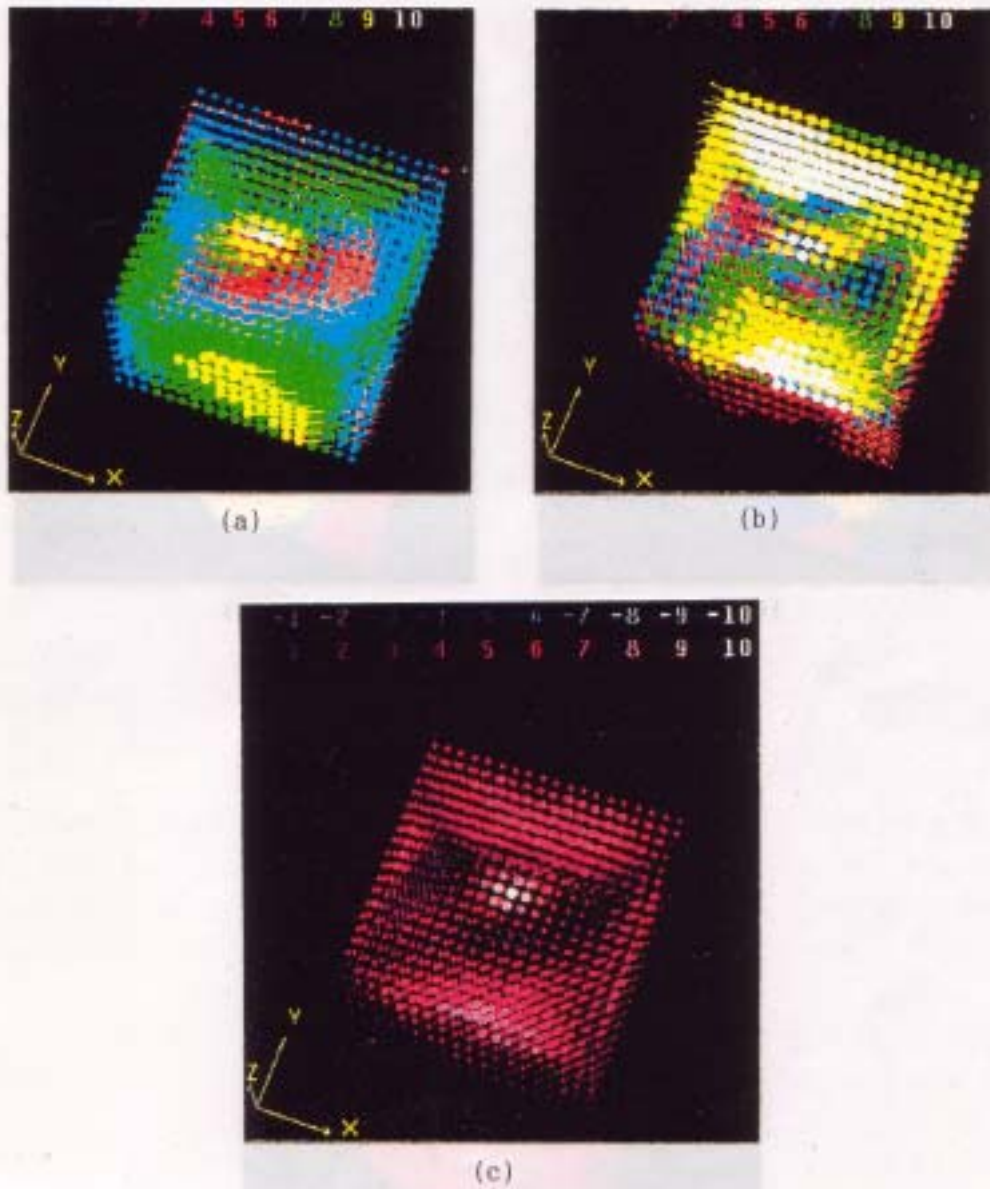


図6-11 推定された電流分布。(a)実数部、(b)虚数部、(c)実数部と虚数部の内積による相関をとった結果 ( $m = 201,600$ )。

図6-11 推定された電流分布。(a)実数部、(b)虚数部、(c)実数部と虚数部の内積による結果は、明らかに、対象部の中心部とボルト締めした端部から磁界が漏洩していることを示している。また、推定領域の分割個数を変えても、推定された分布パターンには一意性があり、分割個数が増えるにつれて解像度の良い推定結果が得られている。

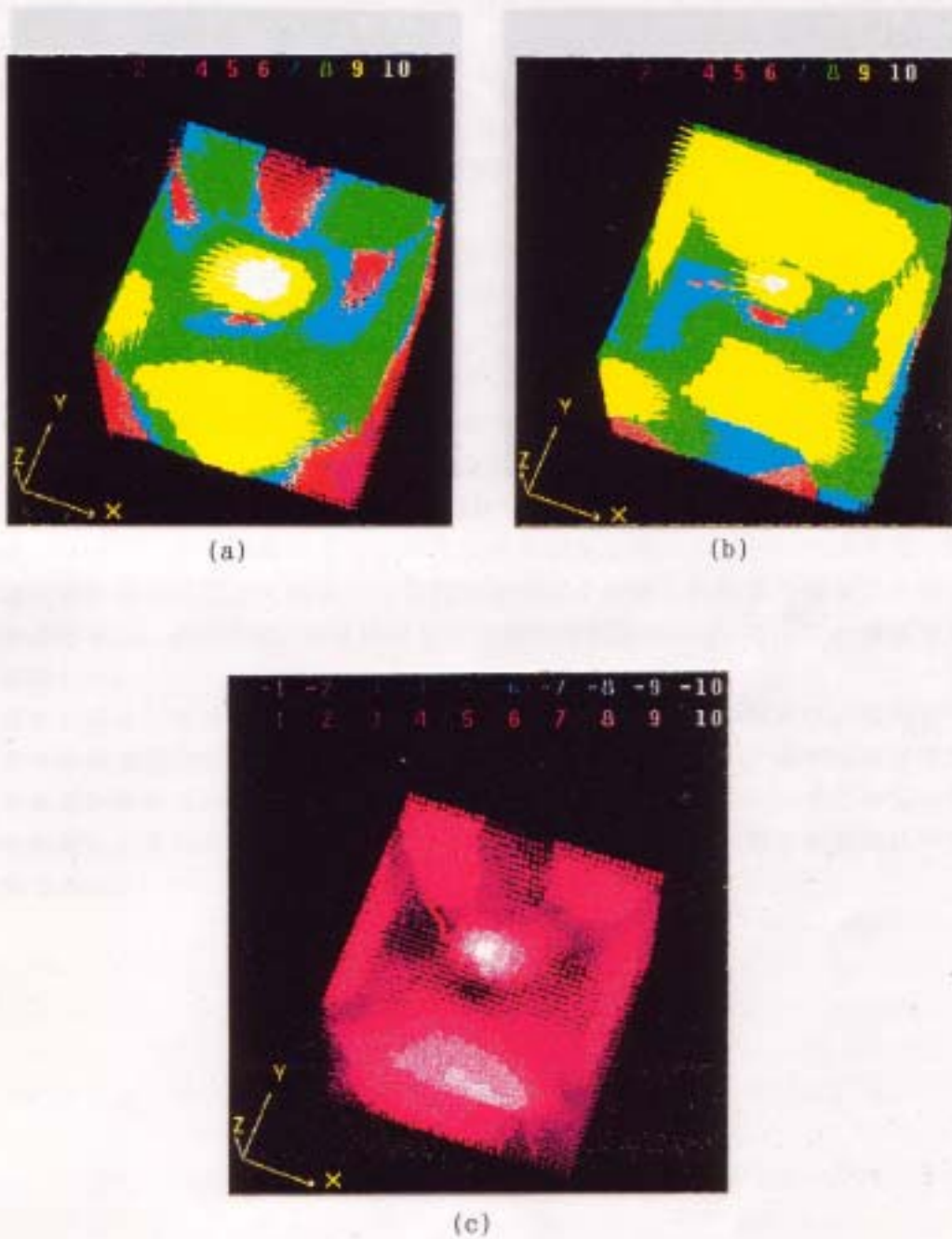


図6-12 推定された電流分布。(a)実数部、(b)虚数部、(c)実数部と虚数部の内積による相関をとった結果 ( $m = 1,497,600$ )。





## 7. 結論

## 参考文献

本稿では、順問題、直接問題、逆問題の定義をし、弱型式の逆問題 (Weakly Ill-Posed Problems) と強型式の逆問題 (Strongly Ill-Posed Problems) の分類を明確にした。さらに電磁界系の逆問題解析方法の一つとして Sampled Pattern Matching (SPM) 法を提案し、その理論的背景を因子分析法、フーリエ級数、相関係数およびニューラルネットワークを用いて示した。SPM法の応用例として、心磁図、脳磁図からそれぞれ心臓内の電流双極子分布および脳内電流双極子分布を推定した。その結果、前者から心臓疾患とは何らかの原因で正常な電流源または電流経路に障害が生じた結果、心臓内の電流が正常に分布しないことであり、疾患の区別は、この電流分布から障害部位による分類であることを明らかにした。後者からは、脳内神経活動の考察を行い、ほぼ妥当な説明が可能であることを示した。Local Field Measurement," Int.J.Appl.

さらに、高精度な電磁界源分布推定を行うため、並列SPM法を提案した。応用例として、まずヒトの心臓をとりあげ、電圧双極子および電流双極子間の内積を取って相関を調べることにより、もっとも信頼性のある解分布が得られ、心臓診断に於て非常に有効であることを示した。次に、電子機器からの漏洩磁界源推定問題を取りあげ、実際の実験で得られる磁界の振幅情報と時間位相の情報を用いて、並列SPM法で電子機器からの漏洩磁界源を推定した結果、実験的事実をよく反映した結果を得ることができた。以上のことから、並列SPM法が電磁界系逆問題の解析法として、有力な一方法であることを検証した。

今後の応用としては、対象内に立ち入って測定できない量、例えば、核融合炉内のプラズマや加速器中の電流分布、地球内部の地殻探査、さらに、海中における潮流分布推定などが挙げられる。また、局所的な誘導加熱などのように、あらかじめ電磁界分布を所望し、それを実現するための電流を通電するコイル配置の初期設計への応用も可能である。

metrics in Materials Vol.3, Jan. 1993, pp.185-188.

11118 Saitoh, Y., Nishida, S., Hayashi, S. and Y. Saito, "An Application of the

- [1] G. Anger, "Inverse Problems (in Differential Equations," (Plenum Press, New York and London 1990). "線形代数とその応用," (産業図書, 平
- [2] 岩井 他, 編著 "医用画像診断装置 - CT, MRIを中心として -," コロナ社, 1991年7月. 早乙女英夫、早野誠治、齋藤兆古, "生体中の電流分布推定 - 心臓の
- [3] Y. Saito et al., "A Formation of the Inverse Problems in Magnetostatic Fields and Its Application to a Source Position Searching of the Human Eye Fields," Journal of Applied Physics, Vol.67, No.9, Mag(1990) pp.5830-5832. "ニューロコンピュータの基礎," (コロナ社, 1990年4月).
- [4] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "Electromagnetic Field Source Searching from the Local Field Measurement," Int. J. Appl. Electromag. Matrls, Elsevier, 1993 (in Press). "異常 - 誘磁性不整脈のメカ
- [5] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、齋藤兆古, "生体磁界における逆問題," 電気学会論文誌 A, 第112巻4号 (1992) pp.279-286. "An Estimation of the
- [6] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、齋藤兆古, "Sampled Pattern Matching法による生体内電流分布推定," 電気学会論文誌 C, 第113巻1号(1993) pp.69-76. 1993.
- [7] 橋田和泰、早乙女英夫、早野誠治、齋藤兆古, "心磁図・心電図併用による電磁界源分布の推定," 日本生体磁気学会誌 特別号, Vol.5, No.1, June (1992), pp.100-103. row Naps," K. Atsumi, et al. Ed. Biomagnetism '97, Tokyo Denki
- [8] H. Saotome, T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Crack Identification in Metallic Materials," IEEE Trans. Magn., March (1993) in Press. 日本応用磁気学会誌.
- [9] Y. Saito, H. Saotome, K. Kitsuta and S. Hayano, "Electromagnetic Field Source Searching by the Local Field Measurements," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol.3, Jan. 1993, pp.185-188. Elsevier Studies
- [10] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano and Y. Saito, "An Application of the Cauchy-Schwarz Relation to the Two Dimensional Inverse Problems," the Proceedings of the 1st Japan-CIS Joint Seminar on Electromagnetomechanics in Structures, Jan. 1992, pp.81-84. Y. Saito, "A Neural Behavior
- [11] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、齋藤兆古, "生体中の電流分布推定 - 理論的基礎 -," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-219, 1991年10月。
- [12] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、齋藤兆古, "静的電磁界系における逆問題," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-71, 1992年2月。 Second Japan-
- [13] 早乙女英夫、橋田和泰、早野誠治、齋藤兆古, "生体中の電流分布推定法の一考察," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-79, 1992年3月。 pp.17-23.
- [14] 土井達也、早野誠治、齋藤兆古, "電気ポテンシャル法を用いた欠損推定に関する一方法," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-92-136. 7月。
- [15] T. Doi, H. Saotome, S. Hayano and Y. Saito, "Inverse Analysis of Defect Identification Based on the Electric Potential Method," Proceedings of the Second Japan-Hungary Joint Seminar on Applied Electromagnetics in

- Materials and Computational Technology, Hokkaido Univ. Press, 1992, Sapporo, pp.61-66." Isomagnetic Maps in Right Ventricular Overloading."
- [16]日野幹雄, "スペクトル解析," (朝倉書店, 1977年10月)。
- [17]G.ストラング著, 山口昌哉、井上昭訳, "線形代数とその応用," (産業図書, 平成元年5月)。32-25/ENC292-8, pp.15-20.
- [18]橋田和泰、早乙女英夫、早野誠治、斎藤兆古, "生体中の電流分布推定-心臓の電流分布-, " 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-220, 1991年10月。
- [19]伊藤勝子 他著, "Fortran Exercise 科学計算プログラム," 富士書房, 昭和46年。
- [20]中野馨 編著, "ニューロコンピュータの基礎," (コロナ社, 1990年4月)。
- [21]T.H.Wonnacott & R.J.Wonnacott, "Introductory Statistics," (John Wiley & Sons, New York, 1969), p.167.
- [22]外山淳治監修, "目でみる「心臓リズム発生とその異常」～頻脈性不整脈のメカニズム～," (メジカルビュー社)。
- [23]H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "An Estimation of the Current Distributions in Human Hearts by the Factor Analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol.3, Jan. 1993, pp.73-76.
- [24]K.Watanabe et al., "Analysis of Activation Sequence by Isomagnetic and Vector Arrow Maps," K.Atsumi, et al Ed., Biomagnetism'87, Tokyo Denki University Press, Japan(1988), pp.346-353.
- [25]内川義剛、他, "電気刺激による体性感覚誘発磁界計測," 日本応用磁気学会誌, Vol.13, No.3(1989), pp.508-512.
- [26]K.Kitsuta, H.Saotome, S.Hayano and Y.Saito, "An Estimation of the Neural Behavior in the Human Brain by Correlative Analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials Vol.3, Jan. 1993, pp.77-80.
- [27]橋田和泰、早乙女英夫、早野誠治、斎藤兆古, "脳内電流双極子分布について," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-80, 1992年3月。
- [28]H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "A Neural Behavior Estimation by the Generalized Correlative Analysis," IEEE Trans. Magn., Mar. 1993 (in Press).
- [29]K.Kitsuta, H.Saotome, S.Hayano and Y.Saito, "Human Heart Diagnosis by the Space Power Distribution Method," Proceedings of the Second Japan-Hungary Joint Seminar on Applied Electromagnetics in Materials and Computational Technology, Hokkaido Univ. Press, 1992, Sapporo, pp.17-23.
- [30]橋田和泰、早野誠治、斎藤兆古, "発散系・回転系電磁界併用による逆問題解析," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-134, 1992年7月。
- [31]K.Kitsuta, H.Saotome, S.Hayano and Y.Saito, "The Inverse Source Current Problems - Current or Voltage Dipole? -, " the Proceedings of the 1st Japan-CIS Joint Seminar on Electromagnetomechanics in Structures, Jan.

1992, pp.89-92.

[32]Y.Nakaya et al., " Isomagnetic Maps in Right Ventricular Overloading,"  
Journal of Electrocardiology 21 (2), 1988, pp.168-173.

[33]林昌世、他、"漏洩磁界測定による波源分布解析法の検討," 電子通信情報学会研究会資料 A-P92-25/EMCJ92-8, pp.15-20.

[34]橋田和泰、斎藤兆古、林昌世、畠山賢一、遠矢弘和、"漏れ磁界源推定の方法,"  
電子情報通信学会研究会資料, EMCJ92-79, 1993年1月, pp.1-6.

## 謝 辞

現学部長のI先生に「君に話すことはない!!」と見放され、路頭を迷っているところを斎藤先生に拾われること早や2年、斎藤(兆)研の皆様のおかげで、私の一風変わった人格も少しは人並になってきたかなと思う今日このごろ、何とか修論の完成にこぎ着けることができました(めでたい。嬉しい。)。斎藤先生には、公私に渡り本当にお世話になり、おかげで先生の脳はかじり尽くされ、もう見る陰もありませんが、私は何とか博士課程へ進学することができました。早野先生には、論文の書き方を教えていただけにとどまらず、度々、酒、バイク、女のことなど大変為になるお話をしていただきました。早乙女さんには、お世話になっているにも関わらず、口数の多いマスターとしてご迷惑をおかけしました。土井君には、スーパーにおやつを買いに行くとき、いつも付き合ってもらいました。I研究室を追い出され、このような斎藤(兆)研に入れたことを神に心から感謝いたします。

最後に、2年間厚い御指導賜った斎藤兆古先生、大変御世話になった早野誠治先生と早乙女英夫さん、心臓のデータを提供して下さった徳島大学の中屋豊先生、電子機器からの漏洩磁界源推定問題の実験データを提供して下さった日本電気(株)の林昌世さん、畠山賢一さん、遠矢弘和さん、原稿の校正を手伝ってくれた土井達也君、様々な協力をしてくれた、もと斎藤兆古研究室の皆さんと現斎藤兆古研究室の皆さん、すべての私の友人たち、そして、母と兄に心から御礼申し上げます。残念ながら、お礼を言う彼女は現在いません。

平成5年弥生、

自宅、シンセサイザーの横のコンピュータにて、

橋田 和泰