

# 磁性材料の構成方程式に関する研究

1995年1月27日

早野 誠治

## Abstract

This paper proposes a constitutive equation for the magnetization characteristics in magnetic materials. It is composed of three principal sections. The first describes the typical magnetization characteristics in magnetic materials and outlines the magnetic domain theory. The second proposes a constitutive equation based on the barlike domain model and clarifies the relationship between this equation and Preisach Model. A combined equation of the proposed constitutive equation and the Preisach Model can be formulated. This combined equation is capable of representing Rayleigh's Relationship. Furthermore, it is revealed that M.Hodgedon's mathematical model is a variation of the proposed constitutive equation. The third, through analytical and numerical studies, verifies the validity and usefulness of this proposed constitutive equation for the design of electromagnetic devices.

## Zusammenfassung

Diese Arbeit schlägt eine konstitutive Gleichung für die Magnetisierungseigenschaften in magnetischen Materialien vor. Die Arbeit besteht aus drei Hauptabschnitten. Der erste Abschnitt beschreibt die typischen Magnetisierungseigenschaften in magnetischen Materialien und umreißt die Domänentheorie. Der zweite schlägt eine konstitutive Gleichung auf der Grundlage des stabähnlichen Domänenmodells vor und klärt die Beziehung zwischen dieser Gleichung und dem Preisach-Modell. Eine kombinierte Gleichung der vorgeschlagenen konstitutiven Gleichung und des Preisach-Modells kann formuliert werden. Diese kombinierte Gleichung ist fähig, die Rayleigh-Beziehung darzustellen. Weiterhin wird gezeigt, daß das mathematische Modell von M.Hodgedon eine Variation der vorgeschlagenen konstitutiven Gleichung ist. Der dritte Abschnitt verifiziert durch analytische und numerische Studien die Gültigkeit und Brauchbarkeit der vorgeschlagenen konstitutiven Gleichung für den Entwurf von elektromagnetischen Vorrichtungen.

## 論文概要

現代社会において、磁気を利用した電気・電子機器は必要不可欠であり、磁気装置は現代文明を支えている大きな要素と言っても過言ではない。超大型から超小型に至る磁気装置が活用される理由は、磁気を持つ本質的な特性である空間にエネルギーを蓄える性質だけでなく、磁束の流れ、あるいは磁界分布や磁気エネルギーを制御するのに適した磁性材料が存在することにより、磁気装置全てに磁性材料が主要構成材料として使用されている。

大型・小型を問わず磁性材料を活用した磁気装置を開発・設計する場合、磁性材料の磁化特性を把握することが必要である。磁性材料の磁化特性は複雑多岐に亘り、磁気飽和特性、磁気飽和に至るまでの高透磁率特性、磁気ヒステリシスさらに磁歪等、どのような磁性材料でも多かれ少なかれ有する特性であり、磁気装置の開発・設計ではこれら多様な磁化特性から望ましい特性を目的に応じて利用している。たとえば、エネルギー変換機器である発電機・電動機では、高透磁率特性を利用して磁路を形成し磁束分布を制御している。また、磁気記録装置は磁気履歴特性を利用した機器である。さらに、DC/DCコンバータや鉄共振電源などでは、磁気飽和特性を利用した可飽和リアクトル等が広汎に使用されている。しかし、ある特定の性質だけを持つ材料は存在せず、かつ、目的に応じて特定の性質だけを取り出し他の性質を取り除くことができないことから、磁気装置を開発する場合、必要な性質だけを考慮するだけでなく、全ての性質を同時に考慮することが必要である。

他方、近年のデジタル計算機の普及に伴い、汎用電子回路シミュレータから有限要素法に代表される数値解析技術を活用した電磁界解析パッケージが開発され商品化されている。それらを用いれば全ての電気・磁気に関する解析・設計が容易になったかのようなのであるが、現実には磁性材料の磁化特性を十分な精度で表現し得るパッケージは皆無であり、せいぜいが磁気飽和特性や磁気履歴を第一近似で導入したものに過ぎず、現実の要求に充分応えてはいない。磁性材料は極めて広汎に用いられているにも拘らず、このように磁性材料の特性を充分考慮した数値解析技術が確立されない理由は、大きく分けて次の三つの原因が考えられる。まず最初に、数値解析技術は多くの場合、磁性材料の本質的な性質を把握せずに理想化されたモデルを前提にしていること。逆に磁性材料の開発は多くの場合、磁性体内部の現象を中心としてなされること。さらに、最も特筆すべき原因は、磁化現象に関する物理と数値解析技術の両者をつなぐ学術的研究を行い、磁性物理に基づき、かつ、数値解析に適した磁化特性モデル、

すなわち磁性材料の構成方程式の導出に関する研究がなされていない点にある。

本研究はこのような現状に鑑み、磁性材料の基本的な磁化特性の中で、磁気装置の解析・設計において最も重要な特性である磁気飽和と磁気履歴を表現し得る、Chua型に属する構成方程式を提案するものである。Chua等の構成方程式は、非線形インダクターを鎖交磁束の時間微分の項で表す集中定数モデルとして提案されたが、パラメータ決定に問題があり広汎な応用に適さなかった。そこで本論文では、磁性材料の磁化特性を説明するための常套手段である磁区理論に基づいて、広汎な応用にも便利な極めて単純な形の新Chua型構成方程式を提案する。従来の磁区理論の多くは磁性体の磁化特性を定性的に説明するのにとどまっており、機器特性を定量的に説明するまでには至っていなかったが、本論文で提案する磁化特性の新Chua型構成方程式は磁区理論に基づいて定量的な磁化特性を表すものである。磁区理論に基づいて磁化特性を表す場合、個々の局所的磁区構造から議論を展開すると、結果として得られる構成方程式は極めて複雑な形とならざるを得ない。複雑な構成方程式はいかに精密なものであれ実用的な解析に適用するには不便である。このような観点から、本論文では、磁性体の損失を説明する場合に極めて有効な短冊状磁区モデルを用いて、極めて単純な形の巨視的構成方程式を導出する。本構成方程式を具体的な問題に適用する前に、構成方程式の物理的・数学的意味、さらに他の構成方程式との関係を吟味しておくことは、構成方程式の妥当性を確かめるための重要な手段である。そのため、本論文で提案する磁化特性の新Chua型構成方程式を、磁区理論に基づく古典Preisach型の構成方程式と比較検討する。その結果、本論文で提案する構成方程式は古典Preisach型構成方程式を包含するものであることを示し、両者を複合した新Preisach型構成方程式を導出する。本論文で提案する新Chua型構成方程式および新Preisach型構成方程式を用いて、各種の磁化特性が説明できることを示す。また、磁化特性を数学的に表すHodgedonの構成方程式は、本質的に本論文で提案する新Chua型構成方程式と同一であることを示す。

次に、本論文で提案する新Chua型構成方程式の実験的検証と数値解析への適用性を検討する。実験的検証は定常状態の周波数特性、マイナーループを含む過渡特性さらに鉄共振等について行う。その結果、新Chua型構成方程式が磁性体の磁化特性を良好に表現できることを示す。さらに、線形化された新Chua型構成方程式から導かれる複素透磁率についても実験値と計算値の比較を行い、本構成方程式の妥当性を検証する。数値解析への適用性は、磁気余効やスイッチング特性さらに表皮効果等について吟味し、その結果、本論文で提案する新Chua型構成方程式は、数値解析への適用性が極めて優れていることを示す。

# 磁性材料の構成方程式に関する研究

## 目次

第1章 まえがき	1
第2章 磁性材料の巨視的磁化特性	6
2.1. 巨視的磁化特性	6
2.1.1. 初期磁化曲線	6
(a) 初期磁化領域とRayleighの法則	7
(b) $d B / d H$ が大きい領域	8
(c) 飽和磁化領域とFrölich-Kennellyの関係	8
2.1.2. 正規磁化曲線	9
2.1.3. 理想磁化曲線	11
2.1.4. 減磁曲線	12
(a) Modified Frölich-Kennellyの関係式	12
(b) 保磁力と残留磁気	13
(c) 最大エネルギー積	14
2.1.5. 磁気余効と磁束の伝播速度	16
2.1.6. B-Hループの周波数特性	17
2.1.7. 透磁率	18
(a) 透磁率	18
(b) 増分透磁率, 可逆透磁率, 初期透磁率	18
2.2. 磁区による磁化特性の説明	20
2.2.1. 磁区の仮説と発見	20
(a) 磁区の仮説	20
(b) 磁区の発見	20
2.2.2. 磁区による磁化特性の説明	21
(a) 磁気飽和現象	21
(b) 磁気ヒステリシス現象	21
(c) 初期磁化曲線	22
(d) 正規磁化曲線	23

(e)理想磁化曲線	24
(f)透磁率	24
(g)磁束の伝播速度	26
(h)磁気余効	26
2.3.まとめ	27
第3章 磁化特性の構成方程式	28
3.1.古典Chua型構成方程式	28
3.1.1.構成方程式の導出	28
3.1.2.透磁率とヒステリシス係数	30
3.2.新Chua型構成方程式	31
3.2.1.構成方程式の導出	31
3.2.2.透磁率とヒステリシス係数	34
3.2.3.複素透磁率	35
(a)線形化Chua型構成方程式と複素透磁率	35
(b)磁気余効から導かれる複素透磁率	35
(c)周波数特性	37
(d)損失係数	39
3.2.4.Hodgedonの数学的構成方程式との関係	41
3.3.Preisach型構成方程式	43
3.3.1.古典Preisach型構成方程式	43
(a)単一磁区モデル	43
(b)Preisach線図	44
(c)Preisachの分布関数	44
3.4.新Preisach型構成方程式	46
3.4.1.古典Preisach型と新Chua型構成方程式の関係	46
3.4.2.新Preisach型構成方程式と磁化特性	47
(a)Rayleighの法則	47
(b)正規磁化曲線	49
(c)理想磁化曲線	49
(d)磁気余効	50
3.5.損失	51

3.5.1. ヒステリシス損	51
3.5.2. 渦電流損	53
(a) 磁壁が存在しない場合	53
(b) 磁壁が存在する場合	54
(c) ヒステリシス係数と渦電流損の関係	55
3.5.3. 鉄損の近似式	58
3.6. まとめ	60
第4章 実験的検証と数値シミュレーション	61
4.1. 新Chua型構成方程式	61
4.1.1. トロダルコアの電氣的等価回路	61
4.1.2. R-L回路	64
(a) B-Hループの周波数特性	64
(b) マイナーループ	65
4.1.3. 半波整流回路	68
4.1.4. 磁気余効とスイッチングのシミュレーション	69
4.1.5. 鉄共振回路	71
4.1.6. 磁性体中のB-Hループのシミュレーション	73
4.2. 線形化Chua型構成方程式	75
4.2.1. 複素透磁率	75
4.2.2. 表皮効果	78
(a) 一次元解析解	78
(b) 二次元シミュレーション	81
4.3. まとめ	84
第5章 結 言	85
謝 辞	88
参考文献	88
付 録・新Chua型構成方程式と他の構成方程式の関係図	92
研究業績	93

## 第1章 まえがき

現代社会において、磁気を利用した電気・電子機器は必要不可欠であり、磁気装置は現代文明を支えている大きな要素と言っても過言ではない。超大型から超小型に至る磁気装置が活用される理由は、磁気を持つ本質的な特性である空間にエネルギーを蓄える性質だけでなく、磁束の流れ、あるいは磁界分布や磁気エネルギーを制御するのに適した磁性材料が存在することにより、磁気装置全てに磁性材料が主要構成材料として使用されている。

大型・小型を問わず磁性材料を活用した磁気装置を開発・設計する場合、磁性材料の磁化特性を把握することが必要である。磁性材料の磁化特性は複雑多岐に亘り、磁気飽和特性、磁気飽和に至るまでの高透磁率特性、磁気ヒステリシスさらに磁歪等、どのような磁性材料でも多かれ少なかれ有する特性であり、磁気装置の開発・設計ではこれら多様な磁化特性から望ましい特性を目的に応じて利用している。たとえば、エネルギー変換機器である発電機・電動機では、高透磁率特性を利用して磁路を形成し磁束分布を制御している。また、磁気記録装置は磁気履歴特性を利用した機器である。さらに、DC/DCコンバータや鉄共振電源などでは、磁気飽和特性を利用した可飽和リアクトル等が広汎に使用されている。しかし、ある特定の性質だけを持つ材料は存在せず、かつ、目的に応じて特定の性質だけを取り出し他の性質を取り除くことができないことから、磁気装置を開発する場合、必要な性質だけを考慮するだけでなく、全ての性質を同時に考慮することが必要である。

他方、近年のデジタル計算機の普及に伴い、汎用電子回路シミュレータから有限要素法に代表される数値解析技術を活用した電磁界解析パッケージが開発され商品化されている。それらを用いれば全ての電気・磁気に関する解析・設計が容易になったかのようなようであるが、現実には磁性材料の磁化特性を十分な精度で表現し得るパッケージは皆無であり、せいぜいが磁気飽和特性や磁気履歴を第一近似で導入したものに過ぎず、現実の要求に充分応えてはいない。磁性材料は極めて広汎に用いられているにも拘らず、このように磁性材料の特性を充分考慮した数値解析技術が確立されない理由は、大きく分けて次の三つの原因が考えられる。まず最初に、数値解析技術は多くの場合、磁性材料の本質的な性質を把握せずに理想化されたモデルを前提にしていること。逆に磁性材料の開発は多くの場合、磁性体内部の現象を中心としてなされること。さらに、最も特筆すべき原因は、磁化現象に関する物理と数値解析技術の両者をつなぐ



学術的研究を行い、磁性物理に基づき、かつ、数値解析に適した磁化特性モデル、すなわち磁性材料の構成方程式の導出に関する研究がなされていない点にある。

本研究はこのような現状に鑑み、磁性材料の基本的な磁化特性の中で、磁気装置の解析・設計において最も重要な特性である磁気飽和と磁気履歴を表現し得る、Chua型に属する構成方程式を提案するものである。Chua等の構成方程式は、非線形インダクターを鎖交磁束の時間微分の項で表す集中定数モデルとして提案されたが、パラメータ決定に問題があり広汎な応用に適さなかった。そこで本論文では、磁性材料の磁化特性を説明するための常套手段である磁区理論に基づいて、広汎な応用にも便利な極めて単純な形の新Chua型構成方程式を提案する。従来の磁区理論の多くは磁性体の磁化特性を定性的に説明するのにとどまっており、機器特性を定量的に説明するまでには至っていなかったが、本論文で提案する磁化特性の新Chua型構成方程式は磁区理論に基づいて定量的な磁化特性を表すものである。磁区理論に基づいて磁化特性を表す場合、個々の局部的磁区構造から議論を展開すると、結果として得られる構成方程式は極めて複雑な形とならざるを得ない。複雑な構成方程式はいかに精密なものであれ実用的な解析に適用するには不便である。このような観点から、本論文では、磁性体の損失を説明する場合に極めて有効な短冊状磁区モデルを用いて、極めて単純な形の巨視的構成方程式を導出する。本構成方程式を具体的な問題に適用する前に、構成方程式の物理的・数学的意味、さらに他の構成方程式との関係を吟味しておくことは、構成方程式の妥当性を確かめるための重要な手段である。そのため、本論文で提案する磁化特性の新Chua型構成方程式を、磁区理論に基づく古典Preisach型の構成方程式と比較検討する。その結果、本論文で提案する構成方程式は古典Preisach型構成方程式を包含するものであることを示し、両者を複合した新Preisach型構成方程式を導出する。本論文で提案する新Chua型構成方程式および新Preisach型構成方程式を用いて、各種の磁化特性が説明できることを示す。また、磁化特性を数学的に表すHodgedonの構成方程式は、本質的に本論文で提案する新Chua型構成方程式と同一であることを示す。

次に、本論文で提案する新Chua型構成方程式の実験的検証と数値解析への適用性を検討する。実験的検証は定常状態の周波数特性、マイナーループを含む過渡特性さらに鉄共振等について行う。その結果、新Chua型構成方程式が磁性体の磁化特性を良好に表現できることを示す。さらに、線形化された新Chua型構成方程式から導かれる複素透磁率についても実験値と計算値の比較を行い、

本構成方程式の妥当性を検証する。数値解析への適用性は、磁気余効やスイッチング特性さらに表皮効果等について吟味し、その結果、本論文で提案する新Chua型構成方程式は、数値解析への適用性が極めて優れていることを示す。

本論文は以下の5章からなる。

第1章はまえがきであり、本研究の必要性と解決すべき問題点および本論文で得られた成果について述べている。

第2章は、本研究で提唱する磁化特性の構成方程式の、磁化特性全般における位置づけと適用範囲を明確にすることを目的としている。すなわち、第3章で提唱する磁化特性の構成方程式は、磁気装置の解析・設計において最も重要な特性である磁気飽和と磁気履歴を表現し得るものであるが、種々の磁化特性の中でこれらの特性と関連の深い特性について述べる。さらに、磁化特性を定性的に説明する磁区の理論の概要について述べ、上述の磁化特性を説明する。これらは、第3章で提唱する磁化特性の構成方程式の学術的位置づけと妥当性を評価する上の前提として重要な過程である。

1節は、磁性材料の巨視的磁化特性について述べている。磁性材料の特性を表す各種の磁化曲線すなわち初期磁化曲線，正規磁化曲線，理想磁化曲線，それぞれの性質およびB-Hループとの関係について述べる。また、永久磁石の特性を評価するのに有用な減磁曲線について述べる。

2節は、磁区の理論について述べている。すなわち、強磁性体は自発磁化を持つ磁区から成り立ち、外部磁界の増減による磁区及び磁区内の自発磁化ベクトルの方向の変化、あるいは磁区を取り囲む磁壁が移動する際の損失によるエネルギー変化を考察することによって磁気飽和現象，磁気履歴現象を説明でき、さらに1節で述べた各種磁化曲線の性質も、磁区及び磁壁の変化状態の考察によって説明できることを示す。また、短冊状磁区モデルを用いて磁区の挙動と透磁率，可逆透磁率の関係を調べ、透磁率は外部磁界に応じて変化する磁壁数に対応するパラメータ、可逆透磁率は外部磁界に対する磁壁数の変化率に対応するパラメータであることを明らかにする。

第3章は本論文の根幹であり、フーリエ級数による古典Chua型構成方程式と短冊状磁区モデルに基づく新Chua型構成方程式を導き、両者を他の構成方程式

と比較検討し、新Chua型構成方程式は古典Preisach型やHodgedonの数学的構成方程式を包含する構成方程式であることを示す。また、古典Chua型構成方程式は新Chua型構成方程式の第一近似となっていることを指摘する。

1節では、本研究の目的である新Chua型構成方程式の前段階として提唱したフーリエ級数による古典Chua型構成方程式について述べる。まず、磁束密度が正弦波状に変化する場合、磁界は歪波となるがこれをフーリエ級数で表し、磁束密度と磁界間のパラメータを透磁率、磁束密度の時間微分と磁界間のパラメータをヒステリシス係数として構成方程式を導く。

2節では、短冊状磁区モデルを用いて、静的な磁気特性を表すパラメータを透磁率、磁区状態の時間変化すなわち動的な磁化特性を表すパラメータをヒステリシス係数および可逆透磁率として、磁区理論に基づく新Chua型構成方程式を導出する。次に、高周波領域における磁化特性を評価するために、新Chua型構成方程式を線形化して得られる複素透磁率を導く。また、Hodgedonの数学的構成方程式と新Chua型構成方程式との関係を調べ、両者のパラメータの対応性から、本質的に両者は同一であることを示す。

3節では、磁性体の各磁区が単位磁化ベクトルを持つと仮定して導かれた古典Preisach型構成方程式について述べ、Preisachの分布関数は初期磁化過程のRayleigh範囲においてはRayleigh定数に等しいことを示す。また、古典Preisach型構成方程式は、Preisachの分布関数が透磁率に無関係となるため磁気履歴特性は表せるが磁気飽和特性を表現できないことを指摘する。

4節では、新Chua型構成方程式と古典Preisach型構成方程式の関係を調べ、Preisachの分布関数と新Chua型構成方程式のヒステリシス係数が直接関係づけられることを示し、両者を複合して新Preisach型構成方程式を導出する。次に、この新Preisach型構成方程式はRayleighの初期磁化曲線およびRayleigh Loopを再現できることから、低磁束密度領域においても有効であることを述べ、新Preisach型構成方程式を用いて正規磁化曲線、理想磁化曲線、磁気余効を表現する。これらの結果から、本論文で提唱する磁区理論に基づく新Chua型構成方程式は従来のモデルを全て包含している構成方程式であることを明らかにする。

5節では、磁性体の鉄損を新Chua型構成方程式を用いて表し、磁壁の運動を考慮することにより、周波数に比例するヒステリシス損、周波数の自乗に比例する渦電流損からなる式を示し、渦電流損失とヒステリシス係数との関係を述べ、鉄損の近似式を導く。

第4章は、本論文で提唱する新Chua型構成方程式の実験的検証と数値シミュレーションについて述べている。

1節では、まずトロダルコアの電氣的等価回路を磁区理論に基づく新Chua型構成方程式より導き、この等価回路の妥当性を吟味するためB-Hループの周波数特性、マイナーループ特性、半波整流回路におけるリアクトル中の過渡特性、磁気余効特性、鉄共振回路の動作について数値実験や実測例を交えて比較検討し、複雑な現象も比較的良好に表現できることを示す。

2節では、線形化された新Chua型構成方程式について述べている。磁気履歴を考慮した線形化モデルを用いて表皮効果について検討し、磁気履歴は表皮浸透を深くすることを明らかにする。次に、構成方程式を線形化して導かれた複素透磁率の周波数特性の実験値および計算値は良く一致し、磁性体中のB-Hループが良好に再現できることを示す。

第5章は本論文のまとめであり、各章で述べた内容を要約して整理し、本研究で得られた成果を述べる。

なお、本論文で提唱する新Chua型構成方程式と他の構成方程式との関係をわかりやすくするための図表を付録とする。

## 第2章 磁性材料の巨視的磁化特性

本章は、本研究で提唱する磁化特性の構成方程式の、磁化特性全般における位置づけと適用範囲を明確にすることを目的としている。すなわち、第3章で提唱する磁化特性の構成方程式は、磁気装置の解析・設計において最も重要な特性である磁気飽和と磁気履歴を表現し得るものであるが、種々の磁化特性の内これらの特性と関連の深い特性について述べる。さらに、磁化特性を定性的に説明する磁区の理論の概要について述べ、上述の磁化特性を説明する。これらは、第3章で提唱する磁化特性の構成方程式の学術的位置づけと妥当性を評価する上の前提として重要な過程である。

なお、本章の内容は主として Bozorth, 太田, 近角等によるものである[1-3]。

### 2.1. 巨視的磁化特性

#### 2.1.1. 初期磁化曲線

強磁性体の磁化特性を論ずる際、強磁性体が全く磁化されていない状態、すなわち、磁界が零のとき、外部に現れる磁化が零の状態から考えることが必要である。この状態を消磁状態といい、磁性体を消磁状態にするには、1)強磁性体をキュリー点まで熱し、無磁界中で冷却する熱消磁、2)交流磁界を加えてB-Hループを描かせ、交流磁界を徐々に小さくして行きB-Hループを零点に収束させる交流消磁がある。

さて、この消磁状態から磁界Hを徐々に加えて行くと、磁束密度Bは図2.1に示すように、最初は緩やかに増加し、次に急激に増加し、また緩やかな増加

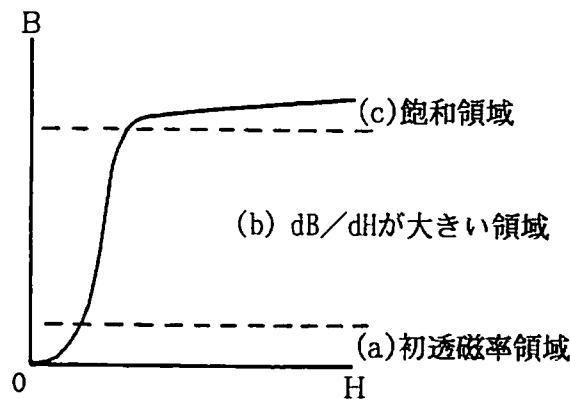


図2.1 初期磁化曲線

となり最終的には一定値に近づく。この曲線が初期磁化曲線 (initial magnetization curve) と呼ばれるものである。この曲線において最初の領域を (a) 初透磁率領域、次の領域を (b)  $d B / d H$  が大きい領域、最終的な領域を (c) 飽和領域と、三つの領域に分類することができる。次に、各領域について述べる。

(a) 初透磁率領域

この領域では初期磁化曲線が

$$B = \mu_i H + \frac{1}{2} \nu H^2, \quad (2.1)$$

で表される領域が、極めて低磁束密度の範囲で存在する。ここで  $\mu_i$  は初透磁率 (initial permeability),  $\nu$  を Rayleigh の定数といい、(2.1) 式が成り立つ領域を Rayleigh 範囲という [1, p.489], [2, p312], [3, p.257]。

(2.1) 式で磁界  $H$  が極めて低いとき

$$B = \mu_i H + \frac{1}{2} \nu H^2 \cong \mu_i H, \quad (2.2)$$

と近似できる。この場合、磁束密度  $B$  は磁界  $H$  の一価関数となる。このことから、(2.2) 式のような形で表される磁化過程を可逆磁化過程 (reversible magnetizing process) という。さて、(2.1) 式は次式のように変形できる。ここで、記号  $+$  と  $-$  は図 2.2 に示すように、それぞれ上昇曲線と下降曲線に対応する。

$$B = (\mu_i + \nu H_n) H \pm \frac{1}{2} \nu (H^2 - H_n^2). \quad (2.3)$$

(2.3) 式で表される図 2.2 の  $B-H$  ループを Rayleigh Loop と呼ぶ。初透磁率  $\mu_i$  は (2.1) 式において

$$\mu_i = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{d B}{d H}, \quad (2.4)$$

として求められる。単位は  $[H/m]$  である。一方、Rayleigh の定数  $\nu$  は、(2.1) 式において

$$\nu = \frac{d}{dH} \left( \frac{dB}{dH} \right) = \frac{d^2B}{dH^2}, \quad (2.5)$$

として求められる。単位は [H/A] となり、Rayleigh の定数は微分透磁率  $dB/dH$  の  $H$  に対する変化率を表すパラメータであるともいえる。

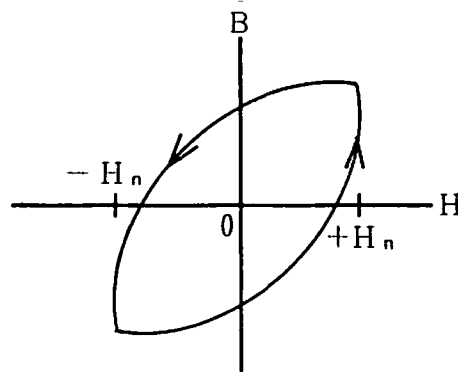


図 2. 2 Rayleigh Loop.

(b)  $dB/dH$  が大きい領域

この領域は、微小な磁界  $H$  の変化に対して最も大きく磁束密度が変化し、磁界  $H$  の変化速度や過去の履歴によって異なる軌跡をとり、非可逆的磁化領域と呼ばれ、特定の関係式で表す方法は見いだされていない。

(c) 飽和領域

この領域では、磁気ヒステリシスの影響は小さく、磁気飽和によって  $B-H$  関係が支配される。従って、磁束密度  $B$  が磁界  $H$  の一価関数で表現でき、よく使われる関係式は

$$B = \frac{H}{a + bH}, \quad (2.6)$$

である。(2.6) 式は、Frölich の関係式と呼ばれる。(2.6) 式から、透磁率の逆数 (reluctivity) を求めると、

$$\frac{1}{\mu} = \frac{H}{B} = a + bH, \quad (2.7)$$

となる。(2.7) 式を Kennelly の関係式と呼ぶ。Kennelly の関係式か

ら、図 2. 3 の直線が描ける。従って、係数 a, b は

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{\mu} \Big|_{H=0}, \\ b &= \frac{d}{dH} \left( \frac{1}{\mu} \right), \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

として求められる。(2.8)式は Kennelly が提案した関係であるが、実質的に Frölich の関係式 (2.6) と同じものであるから、(2.6) と (2.7) 式を Frölich-Kennelly の関係式と呼ぶ [1, p.350]。また、(2.6) 式で

$$\lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H}{a + bH} = \frac{1}{b} = B_s, \quad (2.9)$$

であるから、係数 b を決定すれば飽和磁束密度  $B_s$  を求めることができる。

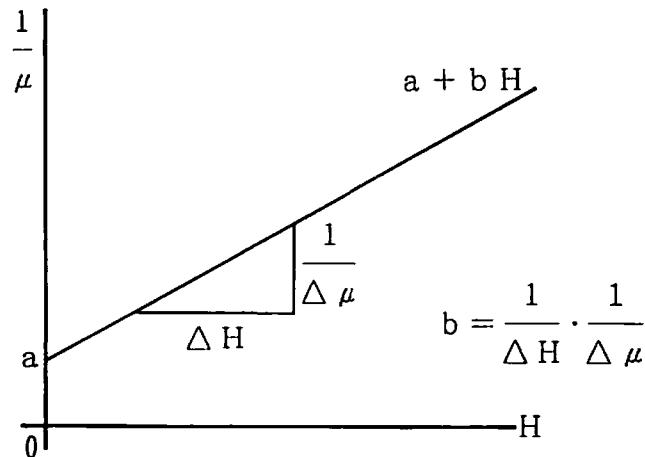


図 2. 3 Kennelly の関係.

### 2.1.2. 正規磁化曲線

強磁性体に交流の磁界を加えた時、図 2. 4 に示すように最大磁界  $+H_m$  に対する磁束密度と最小磁界  $-H_m$  に対する磁束密度の絶対値は等しくならない。しかし、磁界を  $+H_m$  から  $-H_m$  に変化させる過程を反復すると、 $+H_m$  と  $-H_m$  に対応する磁束密度の絶対値は等しくなる。この状態を、周期的磁化状態 (cyclic magnetic state) という。図 2.5 にこのような周期的磁化状態の一連



の B-Hループ群 (a family of hysteresis loops) を示す。図 2. 5 において、それぞれの B-Hループの頂点を結んで得られる曲線を正規磁化曲線 (normal magnetization curve or commutation curve) という。

Elenbaas と Kühleweinは、図 2. 6 に示すように、飽和領域まで達した周期的磁化状態の B-Hループの上昇曲線 b と下降曲線 a の、同一磁界 H に対する磁束密度 B の平均値をトレースした曲線が、極めて良く正規磁化曲線に一致することを報告している [1, p. 511]。

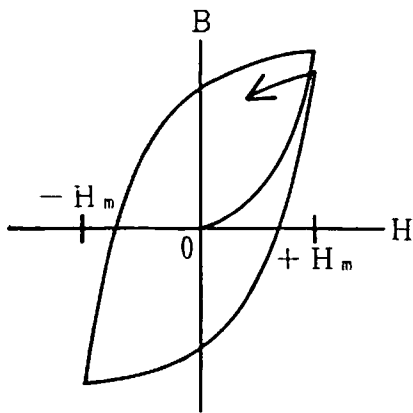


図 2. 4 周期的磁化状態へ至る過程.

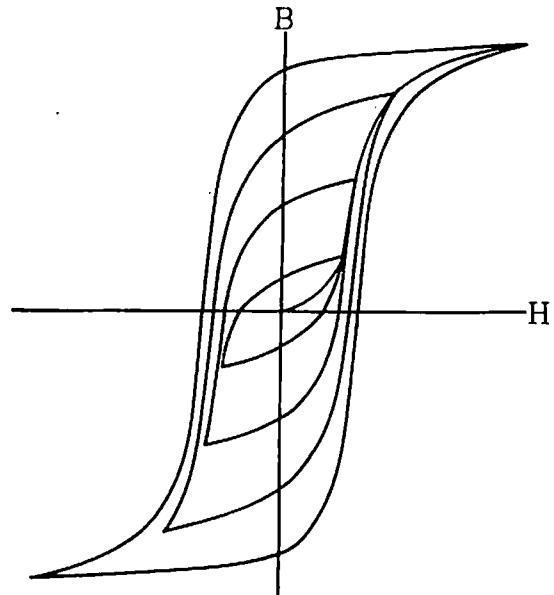


図 2. 5 一連の B-Hループと正規磁化曲線.

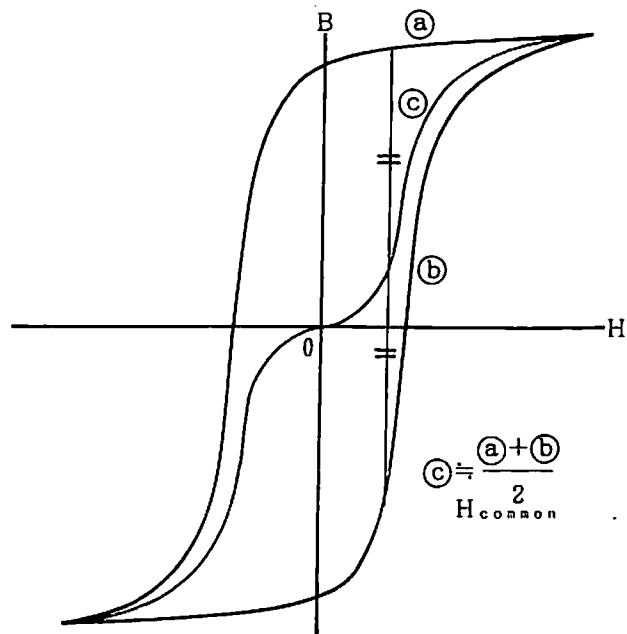


図 2. 6 正規磁化曲線.

### 2.1.3. 理想磁化曲線

強磁性体を磁化するとき、直流磁界と交流磁界を重ねて磁化し、交流磁界の振幅を飽和磁化に達する大きな値から徐々に小さくして最終的に零にする。このとき得られる直流磁界と、それによる磁束密度との関係を表す図 2. 7 の曲線を理想磁化曲線 (ideal magnetization curve or anhysteretic magnetization curve) という。

Bozorth は、図 2. 8 に示されるように、飽和領域まで達した周期的磁化状態の B-H ループの上昇曲線 b と下降曲線 a の、同一磁束密度 B に対する磁界 H の平均値をトレースした曲線が、極めて良く理想磁化曲線と一致することを指摘している [1, p. 8]。

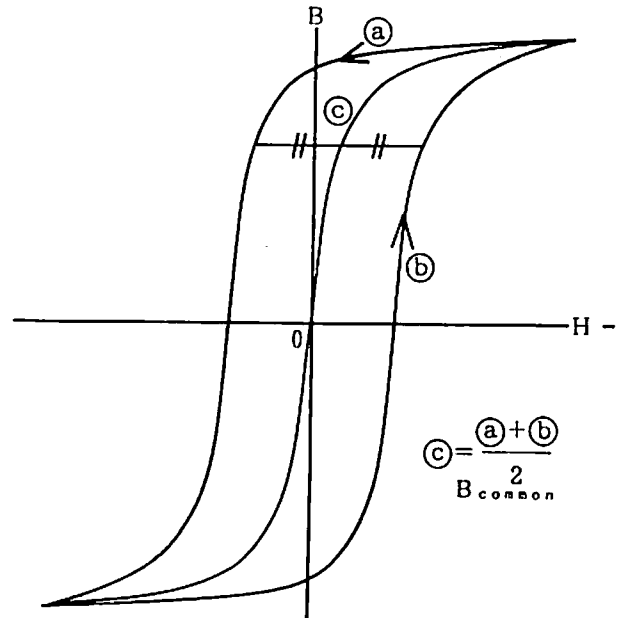
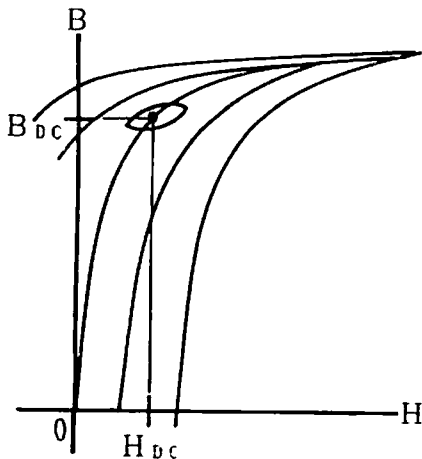


図 2. 7 理想磁化曲線の求め方.

図 2. 8 理想磁化曲線の性質.

#### 2.1.4. 減磁曲線

(a) Modified Frölich-Kennellyの関係式

強磁性体を飽和領域まで磁化した後、磁界を徐々に減少し、磁界が0から負の値をとる領域で得られる、図2.9の曲線を減磁曲線(demagnetization curve)という。

図2.9で、減磁曲線の始まる $H=0$ の点における磁束密度 $B_r$ を残留磁気(residual flux density or remanence flux density)という。

また、磁束密度 $B$ が零になる点の磁界 $H_c$ を保磁力(coecive force)という。減磁曲線は次式でよく近似できることが知られている。

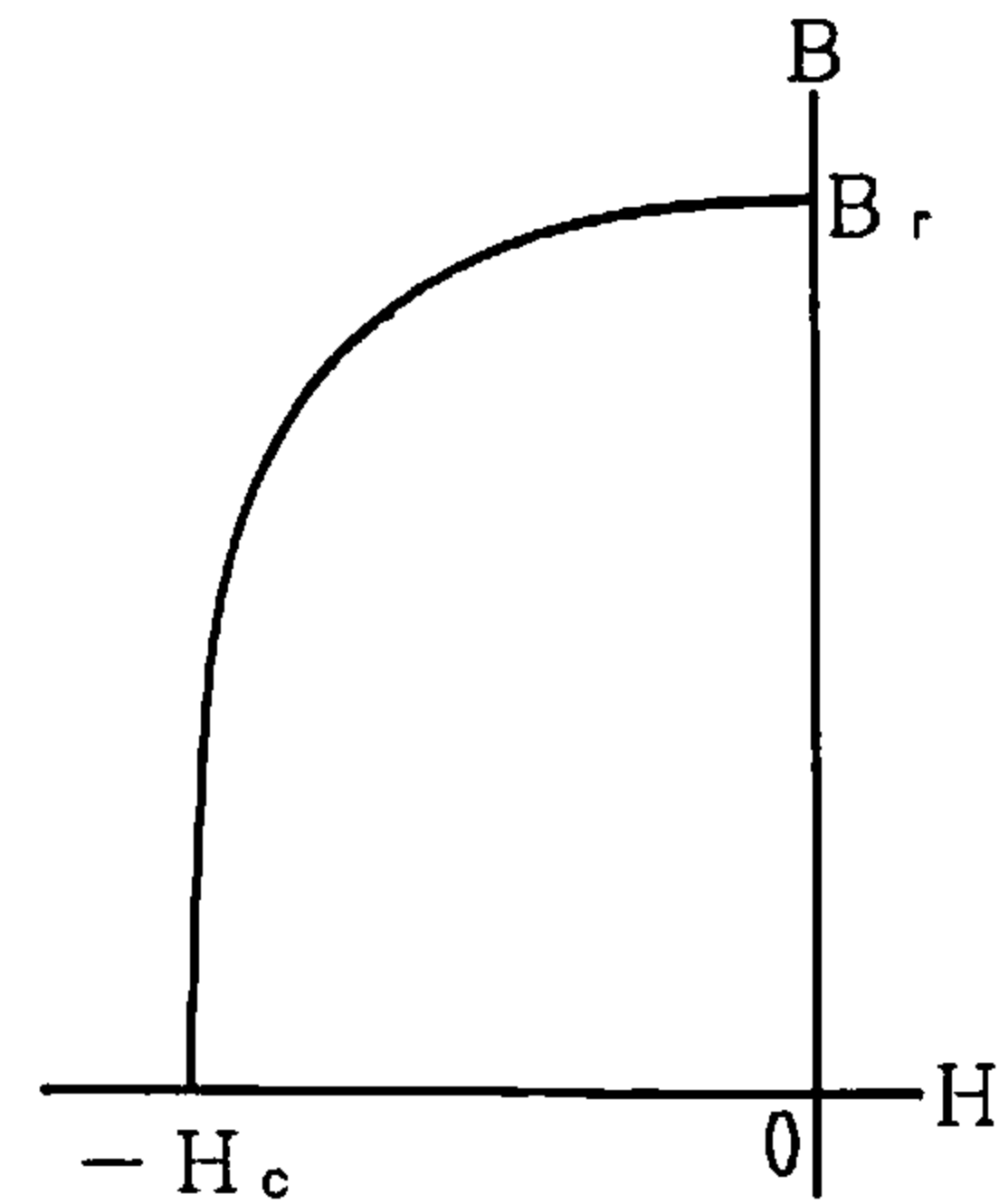


図2.9 減磁曲線.

$$B = \frac{H + H_c}{a + b(H + H_c)} \quad (2.10)$$

(2.10)式は、明らかに Frölich-Kennelly の関係式(2.6), (2.7)式の拡張である。従って、(2.10)式を Modified Frölich-Kennelly の関係式と呼ぶ。さて、(2.10)式で

$$\left. \begin{aligned} \lim_{H \rightarrow \infty} \left[ \frac{H + H_c}{a + b(H + H_c)} \right] &= \frac{1}{b} = B_s \\ \lim_{H \rightarrow 0} \left[ \frac{H + H_c}{a + b(H + H_c)} \right] &= \frac{H_c}{a + bH_c} = \frac{H_c}{a + \frac{H_c}{B_s}} = B_r \end{aligned} \right\} (2.11)$$

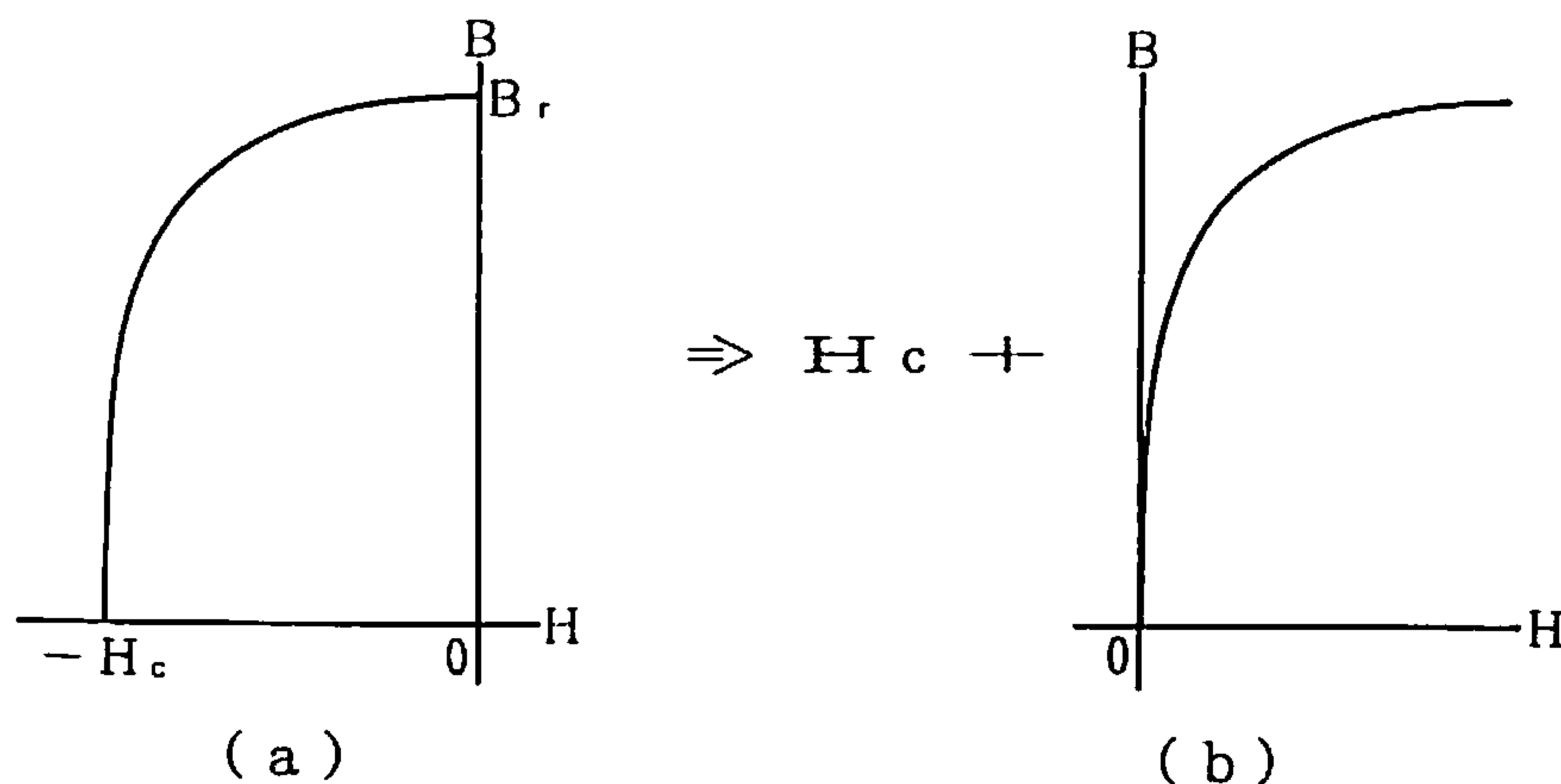


図2.10 減磁曲線の分解.

が成り立つから、

$$a = H_c \left( \frac{1}{B_r} - \frac{1}{B_s} \right), \quad (2.12)$$

と決定される。従って、(2.10)式は

$$B = \frac{H + H_c}{H_c \left( \frac{1}{B_r} - \frac{1}{B_s} \right) + \frac{1}{B_s} (H + H_c)}, \quad (2.13)$$

$$= \frac{H + H_c}{\frac{H}{B_s} + \frac{H_c}{B_r}},$$

とも書くことができる。

次に、(2.13)式を変形して、

$$B = \frac{H}{\frac{H}{B_s} + \frac{H_c}{B_r}} + \frac{H_c}{\frac{H}{B_s} + \frac{H_c}{B_r}} = \mu H + \mu H_c, \quad \mu = \frac{1}{\frac{H}{B_s} + \frac{H_c}{B_r}}, \quad (2.14)$$

の関係を得る。(2.14)式は、図2.10(a)の減磁曲線が、磁界Hによる磁束密度と保磁力 $H_c$ の等価電流による磁束密度の和として表されることを意味し、同図(b)に示したように分解できることになる。これは、永久磁石の特性を解析に取り入れる場合、一定値の保磁力 $H_c$ と飽和曲線で導入できることを意味し、極めて有用な関係である[1, p.350]。

### (b)保磁力と残留磁気

保磁力 $H_c$ と残留磁気 $B_r$ は、周期的に磁化した条件のB-Hループ群の各B-Hループの最大磁界 $H_m$ に対して、それぞれの保磁力と残留磁気をプロットすると図2.11のような飽和特性を示すことがBozorthによって報告されている[1, p.500]。

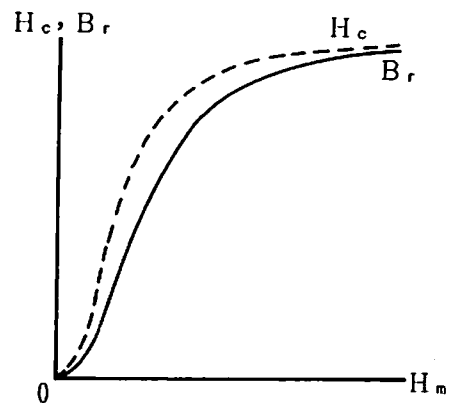


図2.11 最大磁界 対 保持力と残留磁気。

(c)最大エネルギー積

永久磁石の特性は減磁曲線によって表されるが、上述のように保磁力  $H_d$  による磁束密度と磁界  $H$  による磁束密度に分解することによって解析が可能となる。さらに、永久磁石を有効に活用するために最大エネルギー積という重要な概念があるのでこれについて触れておく。

永久磁石は空間に磁気エネルギーを蓄えることができるが、図 2.12 (a) に示すような磁路中のエアギャップの占める部分によって、この磁気エネルギーが変化する。これは、同図 (b) に示す減磁曲線上で動作点が異なるためであり、同図の第 1 象限に示されている曲線は、減磁曲線上の動作点によって変化する単位体積当りの磁気エネルギーを示している。この曲線の最大値  $B_d H_d$  を最大エネルギー積と呼ぶ。磁石材料の断面積を  $A$ 、磁路長を  $L_m$ 、透磁率を  $\mu$  とし、エアギャップ  $g = 0$  のときの磁束を  $\phi$  とする。このときの起磁力  $F$  は、

$$F = \int_0^{L_m} H dl = \frac{L_m}{\mu A} \phi, \quad (2.15)$$

で与えられる。エアギャップ  $g$  が存在するときの起磁力は、

$$\begin{aligned} F' &= \int_0^{L_m} H dl + \int_0^g H_g dl \\ &= \left( \frac{L_m}{\mu A} + \frac{g}{\mu_0 A} \right) \phi, \end{aligned} \quad (2.16)$$

となる。従って、エアギャップの存在に起因する起磁力は、

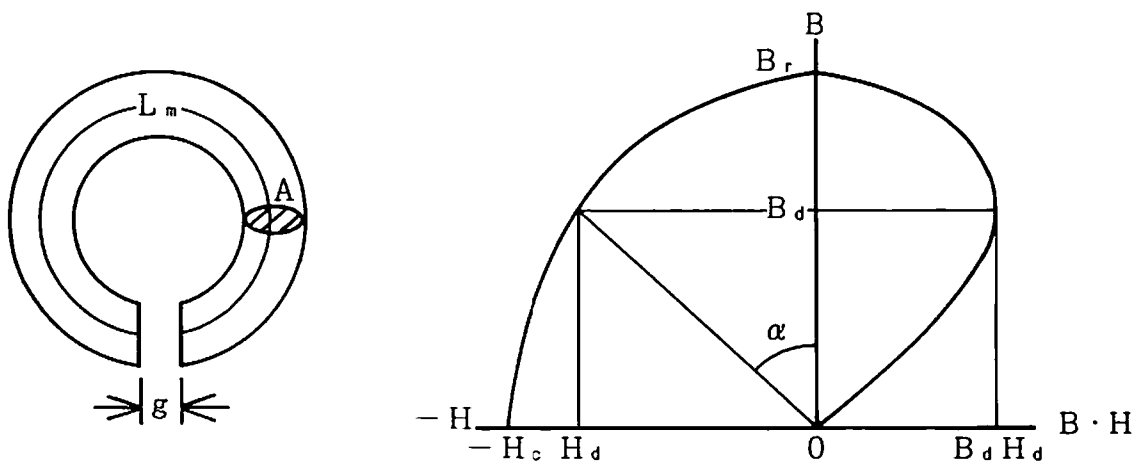
$$F' - F = \frac{g}{\mu_0 A} \phi, \quad (2.17)$$

となる。磁界で表すと、 $L_m \gg g$  のとき、

$$\begin{aligned} H_d &= \frac{F'}{L_m + g} - \frac{F}{L_m} \doteq \frac{F' - F}{L_m} \\ &= \frac{g}{\mu_0 A L_m} \phi = \frac{g}{\mu_0 L_m} B_d \quad \left( \frac{\phi}{A} = B_d \right) \end{aligned}$$

$$\frac{g}{L_m} = \mu_0 \tan \alpha, \quad \therefore \frac{H_d}{B_d} = \tan \alpha \quad (2.18)$$

となる。但し、 $\phi / A = B_d$  であり、 $\alpha$  は図 2. 12 に示す通りである。従って、 $g / L_m$  を調節して最大エネルギー積を実現することで、永久磁石を有効に使用することができる [1, p8], [3, p.34]。



(a) エアギャップを有する永久磁石。

(b) エネルギー積。

図 2. 12 永久磁石とエネルギー積。

### 2.1.5. 磁気余効および磁束伝播速度

強磁性体中に磁界  $H$  の変化を与えた場合、磁束密度  $B$  の変化が直ちに追従できず時間的に遅れることを磁気余効(magnetic aftereffect)という[1, p. 788], [2, p. 320], [3, p. 297]。

磁界  $H$  をステップ状に変化させたとき、磁束密度  $B$  が時間に対して指数関数的に変化する場合と対数的に変化する場合がある。磁気記録において、磁化特性の中でも磁気余効は書き込み速度に直接関係するため重要である。図 2.13(a) は磁界を取り去った場合、同図(b) はステップ状磁界を印加した場合の磁気余効の例である。同図(b) からわかるように、印加磁界が大きい程、磁束密度が最終値に達するまでの時間が短い。これは、磁気記録において、高速書き込みには大きな磁界が必要であることを示している。

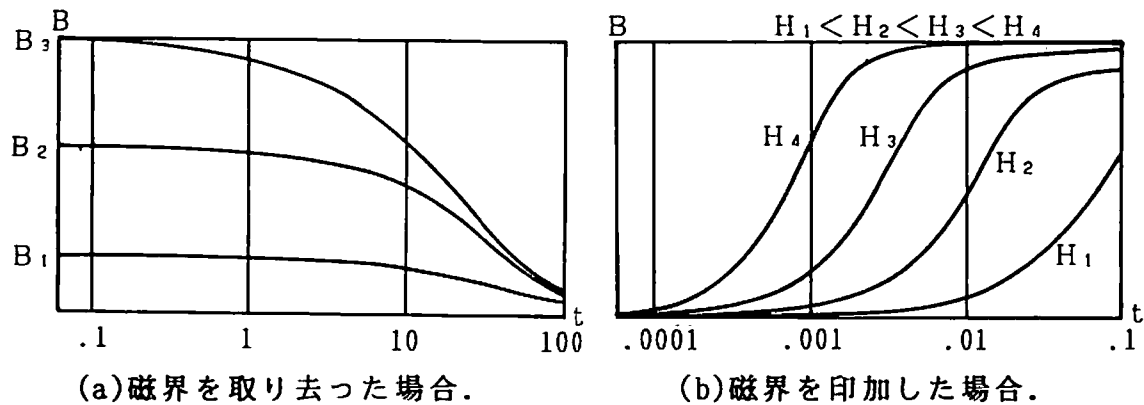


図 2. 1 3 磁気余効。

また、強磁性体に磁界  $H$  が印加された場合、磁束密度  $B$  は瞬時に伝播することはできず有限の速度で伝播する。この伝播速度は材料に張力を加えると異なる

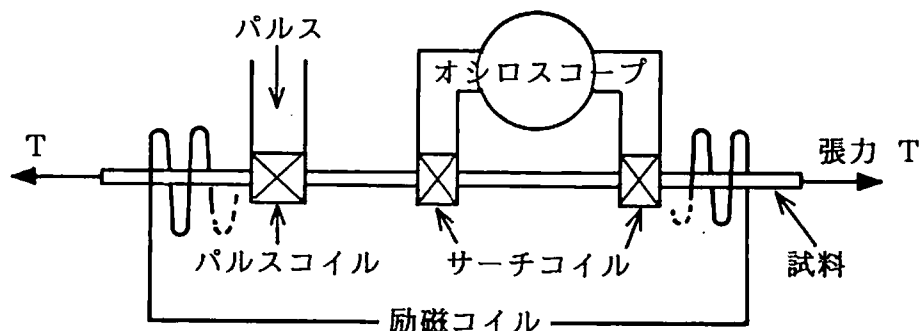


図 2. 1 3 (c) 磁束の伝播速度測定法。

る値を取り、一般的な傾向として張力が大きい程、伝播速度が増加する。ワイヤーに張力を加えて伝播速度を測定する方法を図2.13(c)、測定結果例を同図(d)に示す。また、材料の断面積が小さい程伝播速度が増加すること、材料によってそれぞれ固有の値をとることが、Bozorthにより報告されている[1, p.497]。この伝播速度特性は、ヒステリシスの角形性に関係することがSixtusやTonksにより報告されている[1, p.494]。

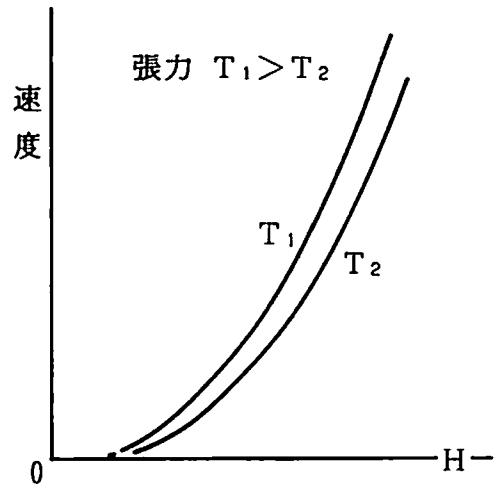


図2.13(d) 磁束の伝播速度と張力。

#### 2.1.6. B-Hループの周波数特性

B-Hループの幅は駆動周波数により変化することが知られている。一般に駆動周波数が高くなる程、図2.14に示すようにループ幅が広がる。この傾向は材料によって顕著な場合と顕著でない場合がある。また、周波数を下げるとループ幅がほぼ一定の下限となり、このB-Hループが直流ヒステリシスループと呼ばれる。

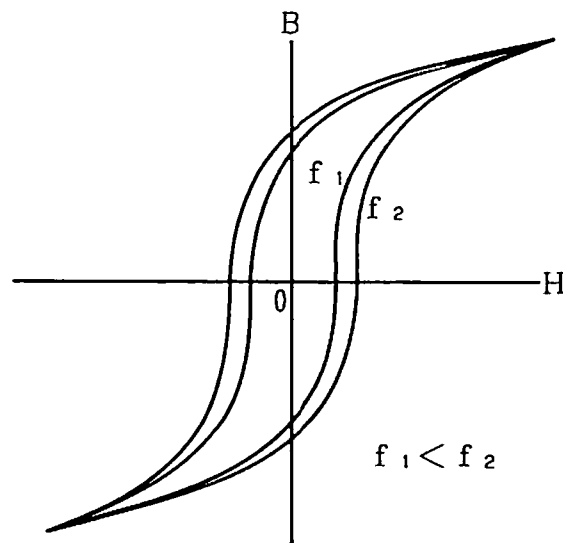


図2.14 ヒステリシスループの周波数特性。



### 2.1.7. 透磁率

ここでは、磁化特性を表すパラメータとして透磁率  $\mu$ 、可逆透磁率  $\mu_r$  について述べる。

#### (a) 透磁率

通常、透磁率 (permeability)  $\mu$  は磁束密度  $B$  と磁界  $H$  の比であり、

$$\mu = \frac{B}{H}, \quad [H/m] \quad (2.19)$$

で定義される。透磁率  $\mu$  の逆数  $1/\mu$  を reluctivity という。透磁率  $\mu$  は初期磁化曲線、正規磁化曲線さらに理想磁化曲線において、磁界  $H$  または磁束密度  $B$  の一価関数として表すことができる。そして、最大透磁率  $\mu_m$  は、初期磁化曲線と正規磁化曲線において、磁束密度  $B$  が飽和領域に達する直前付近にあるが、理想磁化曲線においては磁束密度  $B$  が零に近い点にある。

#### (b) 増分透磁率，可逆透磁率，初期透磁率

図 2.15 に示すように、磁界  $H$  を増加中に反転させて後、再び増加するとマイナーループを描く。いま、磁界  $H$  と磁束密度  $B$  の増分  $\Delta H$  と  $\Delta B$  を図中のように定義すれば、増分透磁率 (incremental permeability)  $\mu_\Delta$  は、

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta B}{\Delta H}, \quad (2.20)$$

で定義される。(2.20) 式で  $\Delta H$  を小さくして行くと、マイナーループの囲む面積は小さくなり、最終的には直線となる。この直線となった状態では、可逆的な磁化過程となる。このとき、

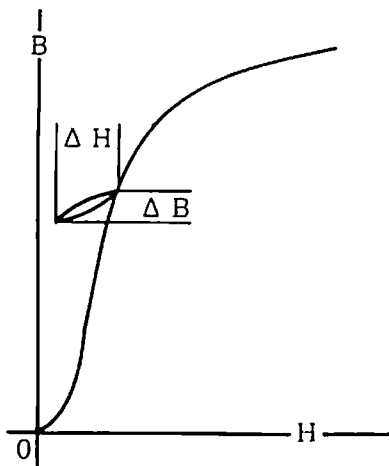


図 2.15 マイナーループ。

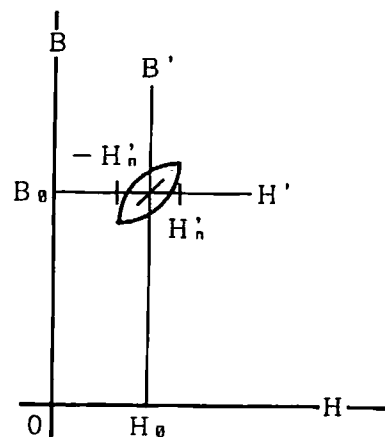


図 2.16 局所座標系

$$\mu_r = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta H}, \quad (2.21)$$

を可逆透磁率 (reversible permeability) という。

マイナーループに対して、図 2. 16 に示すような局所座標系  $H' - B'$  を考えれば、マイナーループはこの局所座標上で、

$$B' = (\mu_r + \nu_\Delta H_n') \pm \frac{1}{2} \nu_\Delta (H'^2 - H_n'^2), \quad (2.22)$$

で表される。(2.22) 式は明らかに Rayleigh Loop の拡張であり、 $\nu_\Delta$  は

$$\nu_\Delta = \frac{d^2 B'}{d H'^2}, \quad (2.23)$$

で定義される一種の Rayleigh の定数である。

(2.20) 式で与えられる増分透磁率  $\mu_\Delta$  は磁界  $\Delta H$  の振幅によって異なる値を持ち、一般に  $\Delta H$  が小さくなる程  $\mu_\Delta$  も小さくなる傾向がある。また、上昇曲線上における増分透磁率と下降曲線上における増分透磁率は異なる値を持つ。従って、増分透磁率は単純に磁界  $H$  もしくは磁束密度  $B$  の一価関数として表現できない。同様に、可逆透磁率  $\mu_r$  も単純に  $H$  もしくは  $B$  の一価関数として表すことは比較的困難である。Gans によって、可逆透磁率  $\mu_r$  はバイアス磁束密度  $B$  の一価関数として表されると報告されている。これを Gans の法則という。しかし、Bozorth は Gans の法則に従わない材料を指摘している [1, p. 543]。可逆透磁率  $\mu_r$  はマイナーループを無限に小さくすることで得られるが、理想磁化曲線を求める場合の交流磁界を減少する過程でも得ることができる。この理想磁化曲線の測定に伴って得られた可逆透磁率は、磁束密度  $B$  または磁界  $H$  の単純な一価関数として表すことができる。なぜなら、理想磁化曲線は、交流の磁界で過去の履歴を打ち消して得られる各磁区状態における磁界と磁束密度の関係を表す特性である。また、 $B = 0$  における可逆透磁率  $\mu_r$  は初期透磁率  $\mu_i$  に等しい。以上のことから、Gans の法則は、理想磁化曲線の測定時に伴って得られる可逆透磁率  $\mu_r$  に対して厳密に成り立つ。

## 2. 2. 磁区による磁化特性の説明

### 2.2.1. 磁区の仮説と発見

#### (a) 磁区の仮説

鉄、コバルト、ニッケルのような金属だけが磁石に吸引され、銅やアルミニウム等は磁石に吸引されない。このことを調べてみると、結果的に鉄、コバルト、ニッケルのような強磁性体は自発磁化を持つことが他の非磁性体金属との本質的な違いであることが見いだされた。自発磁化を強磁性体は有しているにも拘らず必ずしも磁化していないことは、強磁性体が磁区 (magnetic domain) に分かれていて、各磁区内の磁化方向がそれぞれ異なっているために全体として磁化されていない状態になるとする仮説は1907年 P.Weissによって立てられた。

#### (b) 磁区の見

1919年、Barkhausen は 強磁性体の磁化が不連続的に行われることを発見した。図 2.17 (a) に示すように、強磁性体にコイルを巻き、コイルに誘起する電圧を増幅器で増幅しスピーカで出力する装置で、左側から永久磁石を近づけると強磁性体の自発磁化の方向が外部からの磁界に応じて変化し、音を発生する。このとき、永久磁石の運動速度に応じた音よりはるかに高い周波数の雑音が発生する。これをバルクハウゼン雑音(Barkhausen noise)といい、これが磁区の見の動機の一つとなった。同(b)に示す磁化曲線の拡大部分のように、多くの不連続的な磁化が続いている。これはおもに、磁壁が磁性体中の不純物や欠陥に引っかかりながら移動することに起因する。

1932年 Bitter は、磁区を直接顕微鏡で観察することを試みた。強磁性体の

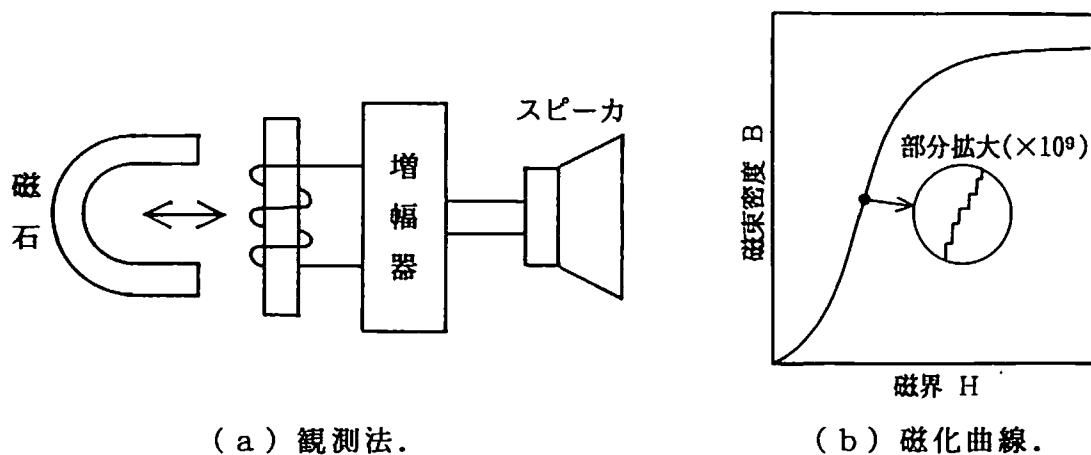


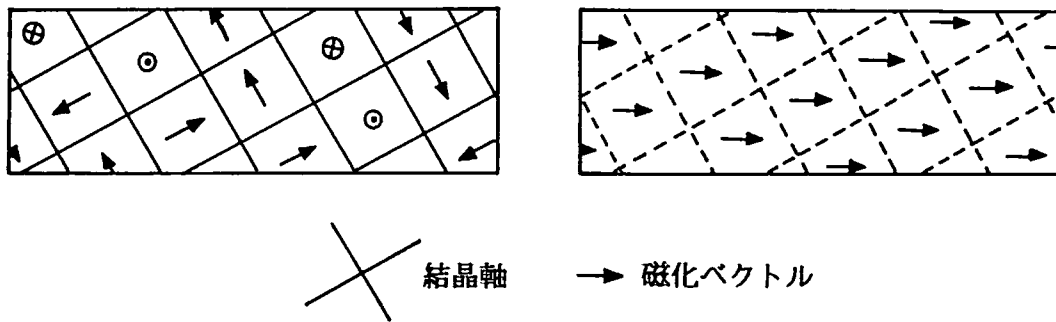
図 2. 1 7 バルクハウゼン雑音.

微粒子、例えば四三酸化鉄( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ )のコロイド液を、よく研磨し表面の歪を取り除いた強磁性体に塗布し、金属顕微鏡で表面を調べた。結果的には、磁区の像を得たのであるが、その当時は単に磁性体中の inhomogeneity とされていた。その後、1949年 Williams, Bozorth および Shockley の実験により観察されたものが磁区として認知された。この粉末図形法以外にも、磁気光学的方法や電子顕微鏡による方法などでも磁区の観察が可能となった。

### 2.2.2. 磁区による磁化特性の説明

#### (a) 磁気飽和現象

磁性体は外部から磁界が加えられたとき、容易に磁化されやすいのを大きな特徴とするが、一方磁束は最初は急激に増加するが、ある一定値以上では飽和しほとんど増加しない。この現象を磁気飽和現象(magnetic saturation)という。この磁気飽和現象と磁区の間を調べるため、図2.18に示すような正方形の磁区を仮定する。同図(a)では、各磁区の自発磁化の方向はランダムな方向を向いていて、互いに打ち消し合い全体として磁化されていない状態である。同図(b)では、外部から磁界が加わり、その結果各磁区中の自発磁化は外部からの印加磁界と全て同じ方向に向いた状態である。従って、この状態では、これ以上の磁束密度の増加が望めない。この状態を磁気飽和状態という。



(a) 消磁状態.

(b) 飽和状態.

図2.18 磁区と磁化状態.

#### (b) 磁気履歴現象

自発磁化を持つ磁区間の境界を磁壁(magnetic domain wall)という。外部から磁界が加わり、自発磁化の方向が外部磁界と一致しようとする。このとき、各磁区内部の自発磁化の方向が変化する前に、磁壁が移動することが観察されている。磁壁の移動は往路と帰路で異なる経路をとり、これが磁気履歴現象を呈する原因と言われている。

### (c)初期磁化曲線

2.1.1.(a)でも述べたように、初期磁化曲線は(a)初透磁率領域、(b) $dB/dH$ が大の領域さらに(c)飽和領域に分類できる。(図2.19参照) これらの各領域に対応する磁区状態を観察すると、(a)の初透磁率領域では可逆的磁壁移動(復元可能な磁区の変化)により磁化が行われる。この領域は可逆的磁壁移動領域と呼ばれているが、実際は磁壁の摩擦を伴って磁壁移動が行われるために、外部磁界を零にしても磁束密度は零にならない。すなわち、残留磁気が残る。従って、厳密な意味で可逆的でなく、通常 Rayleigh の法則が成り立つ範囲を初透磁率領域という。また、Rayleigh loop のような規則的な履歴現象を生ずることは、外部磁界を取り去った場合、磁区状態がもとの状態に復帰することを意味する。従って、可逆的磁壁移動範囲を Rayleigh 範囲ともいう。これに対し、(b)の  $dB/dH$  が大の領域では、外部磁界を取り去っても元の磁区状態に復帰できない。このため、(b)の領域は非可逆的磁壁移動によって磁化される状態である。従って、(b)の領域は非可逆的磁壁移動範囲という。(c)の領域では、磁壁移動による磁化は限界となり、各磁区内の自発磁化の方向が回転し磁化される範囲である。このため、(c)の領域では、物理的磁壁移動がなく、各磁区内の自発磁化の方向が回転することから可逆的な磁化過程となる。従って、(c)の領域は可逆的回転磁化領域とも呼ばれる。

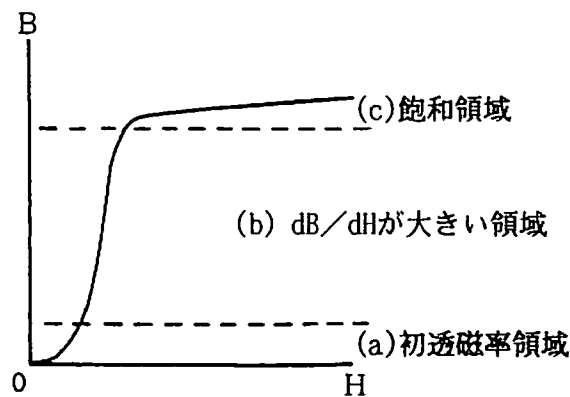


図2.19 初期磁化曲線。

(d) 正規磁化曲線

2.1.2.でも述べたように、正規磁化曲線は、周期的磁化状態におけるB-Hループの頂点をトレースして得られる曲線である。従って、まず周期的磁化状態に至る過程を考える。図2.20で、 $B=0$ の点から第一変曲点①までの入力磁気エネルギーは、蓄積エネルギーと損失エネルギーの和となる。帰路の第一変曲点①から $B=0$ の点までは、蓄積エネルギーは、放出エネルギーと損失エネルギーの和となる。 $B=0$ の点から第二変曲点②までの入力エネルギーは、蓄積エネルギーと損失エネルギーの和となるがこの場合、磁界Hは零からではなく保磁力 $-H_c$ から出発することとなるから、同一絶対値の磁界 $H_m$ に対して異なる磁束密度となる。換言すれば、外部からの入力エネルギーや蓄積エネルギーが同じであっても、原点からの出発とループの途中からの出発では、内部損失が異なるため、同一絶対値の磁界に対して異なった大きさの磁束密度となる。従って、何周期も反復してループを描かせると正の保磁力と負の保磁力が等しくなり、結果として上昇曲線と下降曲線での内部損失が等しくなり、同一絶対値の磁界 $H_m$ に対して同一絶対値の磁束密度となる。この状態が周期的磁化状態である。また、磁束密度と保磁力が飽和に至る程充分大きな磁界で磁化すると、最初のループから原点に対して対称なB-Hループが得られる。これは、最大磁束密度と保磁力がそれぞれの飽和値によって支配されるためである。さらに、図2.21に示す角形磁化特性の材料や硬磁性材料では入力エネルギーの大部分が内部エネルギー損失となるため、比較的速く周期的磁化状態となる。よって、正規磁化曲線はB-Hループの上昇、下降曲線で内部損失が等しくなる条件を表す特性といえる。

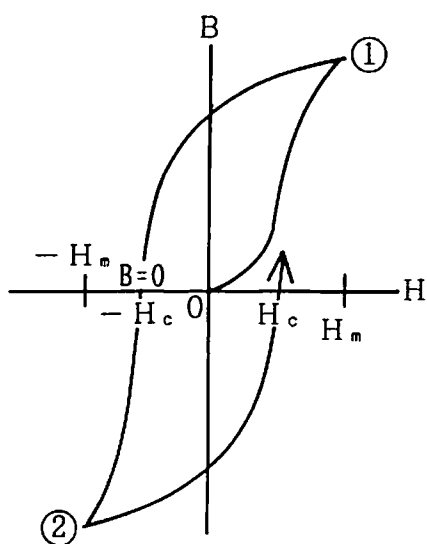


図2.20

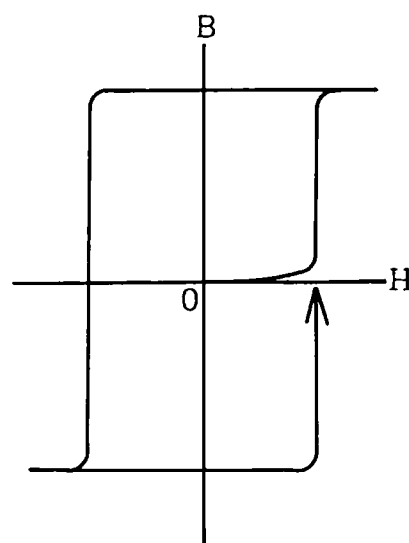


図2.21

(e)理想磁化曲線

2.1.3.の理想磁化曲線を磁区の観点から述べる。磁束密度Bの値は、磁性体内部の磁区状態と自発磁化の方向などによって決定される。各磁区状態に対応する磁束密度Bと磁界Hの関係を表す曲線が、理想磁化曲線である。各磁区状態に至るまでに磁壁移動に伴う損失が存在する。この損失の影響を打ち消すために、理想磁化曲線は、印加磁界Hが直流分 $H_{DC}$ と交流分 $H_{AC}$ からなるとし、 $H_{DC}$ を一定値に保ち、 $H_{AC}$ を磁束密度の飽和値になる程充分大きい値から徐々に小さくし、磁化に伴う損失を上昇曲線と下降曲線で等しくして、 $H_{DC}$ とBの関係測定する。すなわち、理想磁化曲線は、交流の磁界で過去の履歴を打ち消して得られる各磁区状態における磁界と磁束密度の関係を表す特性である。

(f)透磁率

磁区の挙動と透磁率 $\mu$ の関係を調べるため、図2.22に示すような短冊状磁区モデルを考える。各磁区は飽和磁束密度 $B_s$ をもち、外部から磁界Hが加わった場合、短冊状磁区の全個数Nの内 $N'$ 個が方向を一致させたとき $N'/N=n$ と正規化すれば、このときの磁束密度Bは、

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 H + n B_s \\ &= \mu_0 H + M, \end{aligned} \tag{2.24}$$

で与えられる[4]。ここで、Mは磁化ベクトルである。(2.24)を変形し、

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \left( 1 + \frac{M}{\mu_0 H} \right) H \\ &= \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu H, \end{aligned} \tag{2.25}$$

の関係が得られる。従って、透磁率 $\mu$ は外部磁界Hに応じて変化する磁壁数に対応するパラメータとなる。しかし、この磁壁数は、磁区の変向すると

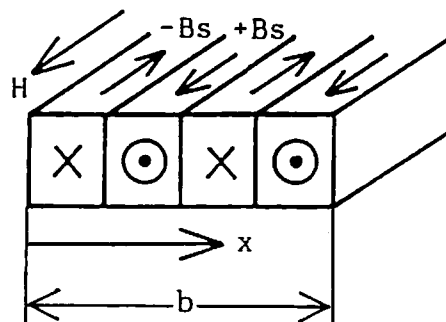


図2.22 短冊状磁区モデル。

き物理的運動が伴うため、過去の磁化状態すなわち磁気履歴によって異なる値をとる。このため、各磁区状態に至るまでの磁気履歴を正方向と負方向の交流磁界で打ち消して得られる場合、ユニークな磁壁数  $n$  ( $=N'/N$ ) となる。すなわち、理想磁化曲線上で定義される透磁率  $\mu$  が各磁区状態の磁壁数  $n$  に対応する [5-21]。

次に、可逆透磁率  $\mu_r$  について考えるため、(2.24) 式の両辺を時間について微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= \left( \mu_0 + B_s \frac{\partial n}{\partial H} \right) \frac{dH}{dt} + B_s \frac{\partial n}{\partial x} \frac{dx}{dt} \\ &= \left( \mu_0 + B_s \frac{\partial n}{\partial H} \right) \frac{dH}{dt} + 2 \frac{n}{b} B_s \frac{dx}{dt}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

を得る。ここで、 $b$  は短冊状磁区モデルの横幅である。右辺第3項は、短冊状磁区が反転するとき磁束密度変化が  $2B_s$  となり、且つ磁区の反転が見かけ上  $x$  方向に磁石が運動したことに対応して生ずる誘起電圧である。(2.26) 式を変形し、ある磁区状態からまだ他の磁区状態へ完全に移行していない状態、すなわち  $\partial n / \partial x \cong 0$  または  $dx / dt \cong 0$  とすれば、

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= \mu_0 \left( 1 + \frac{\partial n B_s}{\partial H \mu_0} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \\ &\cong \mu_0 \left( 1 + \frac{\partial n B_s}{\partial H \mu_0} \right) \frac{dH}{dt} = \mu_r \frac{dH}{dt}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

を得る [14, 16-21]。従って、可逆透磁率  $\mu_r$  は、外部磁界  $H$  に対する磁壁の変化率  $\partial n / \partial H$  に対応する可逆的な磁化過程を表すパラメータとなる。外部から徐々に磁界  $H$  が加えられたときの磁区を微細に観察すると、磁区の変化が起こる前に磁壁の膨張が起こることが知られている [3, p.243]。この磁壁の膨張は完全に可逆過程であるため、可逆透磁率  $\mu_r$  は磁壁の膨張を表すパラメータと考えられる。この可逆透磁率  $\mu_r$  は、通常、あるバイアス磁束密度  $B$  において測定されるため、このバイアス磁束密度  $B$  が過去の磁気履歴を含んでいる場合、ユニークな値とならない。このため、バイアス磁束密度  $B$  がユニークな値となる理想磁化曲線測定時に得られる可逆透磁率  $\mu_r$  が、ユニークな値となる [5-21]。



#### (g)磁束の伝播速度

磁界が印加されて磁束が増加する過程は、磁区状態の物理的变化を伴う。従って、外部磁界Hによる磁区の変化に要する時間は有限となり、結果として磁区状態の変化速度が磁束の伝播速度に比例することとなる。外部から磁性材料に応力を加えた時、磁束の伝播速度が速くなることは、外部の応力が磁区状態の変化を容易にすることに他ならない。

#### (h)磁気余効

磁気余効には種々の原因によるものがあるが、ここでは磁壁移動によるものについて述べる。磁界Hが印加されて、磁壁移動と磁区中の自発磁化の回転によって磁束Bが増加して行く。このときの磁壁移動は、物理的観点からみると磁壁間の摩擦が一様でないために、磁束密度Bの変化は単純でなく、時間の対数に比例したり、指数関数状に変化したりする。一般的な傾向として、磁界が加わって磁壁の膨張から磁壁の移動まで、磁壁の静止摩擦に対応する閾値(threshold value)の磁界が存在し、この閾値を越えた磁界が加わると磁化は急速になされる。

## 2. 3. まとめ

2.1.節では、まず、磁性材料の特性を表す各種の磁化曲線すなわち初期磁化曲線、正規磁化曲線、理想磁化曲線それぞれの性質およびB-Hループとの関係について述べた。また、減磁曲線と永久磁石について述べた。さらに、磁気余効や周波数特性についても述べ、最後に磁化特性を表す主なパラメータとしての透磁率の定義づけを行った。

2.2.節では、強磁性体は自発磁化を持つ磁区から成り立ち、磁界の増減による磁区及び磁区内の自発磁化の方向の変化、あるいは磁区を取り囲む磁壁が移動する際の損失によるエネルギー変化を考えることによって磁気飽和現象、磁気履歴現象を説明でき、2.1.節で述べた各種磁化曲線の性質も、磁区及び磁壁の変化状態を考察する磁区理論によって説明できることを示した。また、短冊状磁区モデルを用いて磁区の挙動と透磁率、可逆透磁率の関係を調べ、透磁率は外部磁界に応じて変化する磁壁数に対応するパラメータ、可逆透磁率は外部磁界に対する磁壁数の変化率に対応するパラメータであることを明らかにした。

### 第3章 磁化特性の構成方程式

本章は、本論文の根幹であり、まずフーリエ級数から古典Chua型構成方程式と短冊状磁区モデルに基づいて新Chua型構成方程式を導く。原型のChua等の構成方程式（古典Chua型構成方程式）はパラメータ決定について問題があったが、ここでは極めて単純な形の構成方程式を提案する。Chua等の構成方程式は、磁化特性を鎖交磁束の時間微分の項を含んで表現するので、この型をChua型と呼ぶ。次に、両者を他の構成方程式と比較検討し、短冊状磁区モデルに基づく新Chua型構成方程式はPreisach型やHodgedonの数学的構成方程式を包含する構成方程式であることを示す。また、古典Chua型構成方程式は新Chua型構成方程式の第一近似となっていることを指摘する。本章で述べる理論や構成方程式は著者独自のものであり、渦電流損失については一部、Brailsford, Pry and Bean, 榊等の研究成果を引用した[22-25]。

#### 3.1. 古典 Chua 型構成方程式

##### 3.1.1. 構成方程式の導出

磁束密度  $B$  が正弦波状に時間に対して変化しているとき、磁界  $H$  は磁気飽和とヒステリシスに起因して、図3.1(a)のような歪波となる。この磁界  $H$  をフーリエ級数で表すと、

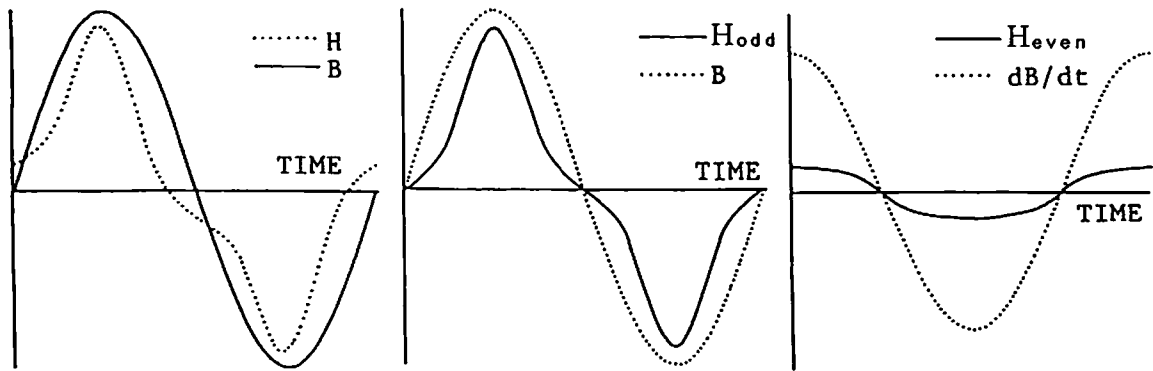
$$H = H_{\text{odd}} + H_{\text{even}}, \quad (3.1)$$

と書ける。ここで、 $H_{\text{odd}}$  と  $H_{\text{even}}$  はそれぞれ磁界  $H$  の奇関数と偶関数成分を表し、次式で与えられる[8, 14, 26-29]。

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{odd}} &= \sum_{n=1}^{\infty} H_{on} \sin(n\omega t), \\ H_{\text{even}} &= \sum_{n=1}^{\infty} H_{en} \cos(n\omega t). \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

但し、

$$\left. \begin{aligned} H_{on} &= \frac{2}{T} \int_0^T H \sin(n\omega t) dt, \\ H_{en} &= \frac{2}{T} \int_0^T H \cos(n\omega t) dt, \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$



(a) B正弦波H歪波.

(b) H奇関数.

(c) H偶関数.

図3.1 磁界Hと磁束Bの関係.

である。

これらの磁界成分  $H_{odd}$ ,  $H_{even}$  および磁束密度  $B$  とその時間微分  $dB/dt$  の関係は、図3.1 (b), (c) に示してある。従って、磁束密度  $B$  と磁界の奇関数成分  $H_{odd}$  は時間に対して同位相であり、磁束密度の時間微分  $dB/dt$  と磁界の偶関数成分  $H_{even}$  も同様に同位相である。よって、 $B$  と  $H_{odd}$  間のパラメータを  $\mu$  とすれば、

$$B = \mu H_{odd}, \quad (3.4)$$

が成り立つ。同様に、 $dB/dt$  と  $H_{even}$  間のパラメータを  $s$  とすれば、

$$\frac{dB}{dt} = s H_{even}, \quad (3.5)$$

が成り立つ。よって、(3.1) 式と (3.4) および (3.5) 式から磁界  $H$  は、次式で与えられる [8, 14, 26-36]。

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}. \quad (3.6)$$

(3.6) 式は、Chua と Stromsmoe が提唱した構成方程式と一致する [37]。このため、本論文では (3.6) 式を古典Chua型構成方程式と呼ぶ。

### 3.1.2. 透磁率 $\mu$ とヒステリシス係数 $s$

(3.6) 式で磁束密度  $B$  が  $B = B_m \sin(\omega t)$  で与えられるとき磁界  $H$  は、

$$H = \frac{1}{\mu} B_m \sin \omega t + \frac{\omega}{s} B_m \cos \omega t, \quad (3.7)$$

で与えられる。さて、 $B-H$ ループの上昇曲線で、時間  $t = t_0$  のとき磁界は  $H_a$  で与えられるとすれば、

$$H_a = \frac{1}{\mu} B_m \sin \omega t_0 + \frac{\omega}{s} B_m \cos \omega t_0, \quad (3.8)$$

が成立し、また下降曲線で、 $\omega t = \pi - \omega t_0$  のときの磁界が  $H_b$  で与えられるとすれば、

$$H_b = \frac{1}{\mu} B_m \sin \omega t_0 - \frac{\omega}{s} B_m \cos \omega t_0, \quad (3.9)$$

が成り立つ。

(3.8) 式と (3.9) 式の和をとることによって、パラメータ  $\mu$  は、

$$\mu = \frac{B_m \sin \omega t_0}{\frac{H_a + H_b}{2}}, \quad [H/m] \quad (3.10)$$

で与えられる。これは、 $B-H$ ループの上昇曲線と下降曲線の、同一磁束密度  $B$  に対する磁界  $H$  の平均値をトレースした曲線から得られる透磁率であり、2.1.3 節で述べた理想磁化曲線の透磁率と一致する。

また、(3.8) 式と (3.9) 式の差をとることによって、パラメータ  $s$  は、

$$s = \frac{B_m \cos \omega t_0}{\frac{H_a - H_b}{2}}, \quad [\Omega/m] \quad (3.11)$$

で与えられる。

次に、(3.7) 式で、 $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, \dots$  を考えると、

$$H = \pm \frac{1}{\mu} B_m, \quad (3.12)$$

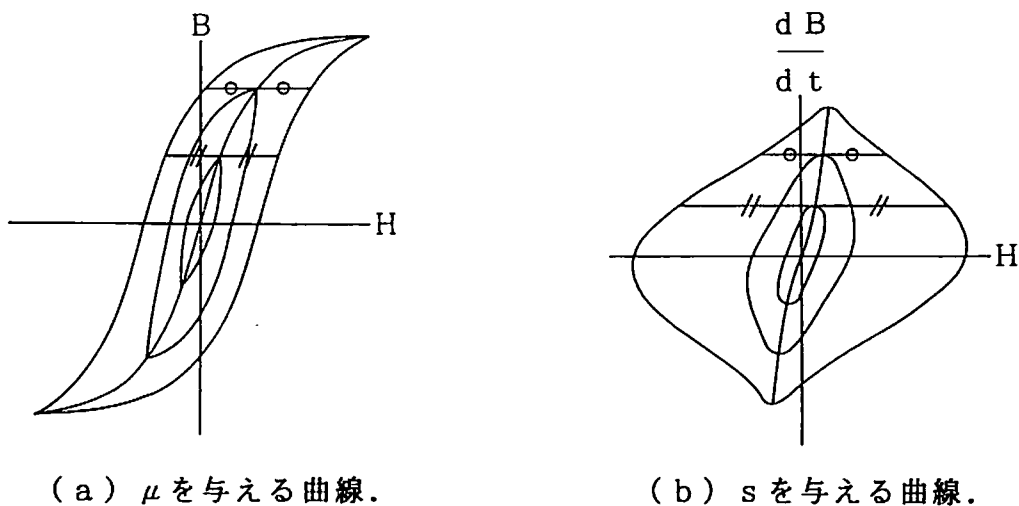
の関係が得られる。(3.12)式は、磁束密度  $B$  が正弦波状に変化しているとき、周期的磁化状態の  $B-H$  ループ群の頂点を結んで得られる特性、すなわち正規磁化曲線から得られる透磁率  $\mu$  が求まることを意味する。

また、(3.7)式で、 $\omega t = 0, \pi, 2\pi, \dots$  を考えると、

$$H = \pm \frac{\omega}{s} B_m, \quad (3.13)$$

の関係が得られる。(3.13)式は、磁束密度  $B$  が正弦波状に変化しているとき、周期的磁化状態の  $dB/dt$  対磁界  $H$  ループ群の頂点を結んで得られる曲線から、パラメータ  $s$  が求まることを意味する。

以上の、(3.10)式と(3.12)式の関係を図3.2(a)に示し、(3.11)式と(3.13)式の関係を図3.2(b)に示す。



(a)  $\mu$  を与える曲線.

(b)  $s$  を与える曲線.

図3.2

### 3.2. 新 Chua 型構成方程式

#### 3.2.1. 磁化特性構成方程式の導出

図3.3に示すような短冊状磁区モデルを考える。外部磁界  $H$  が加わった場合、短冊状磁区の全個数  $N$  の内  $N'$  個が方向を一致させたとき、 $N'/N = n$  と正規化すれば、磁束密度  $B$  は(2.24)式で与えられる[4]。すなわち、

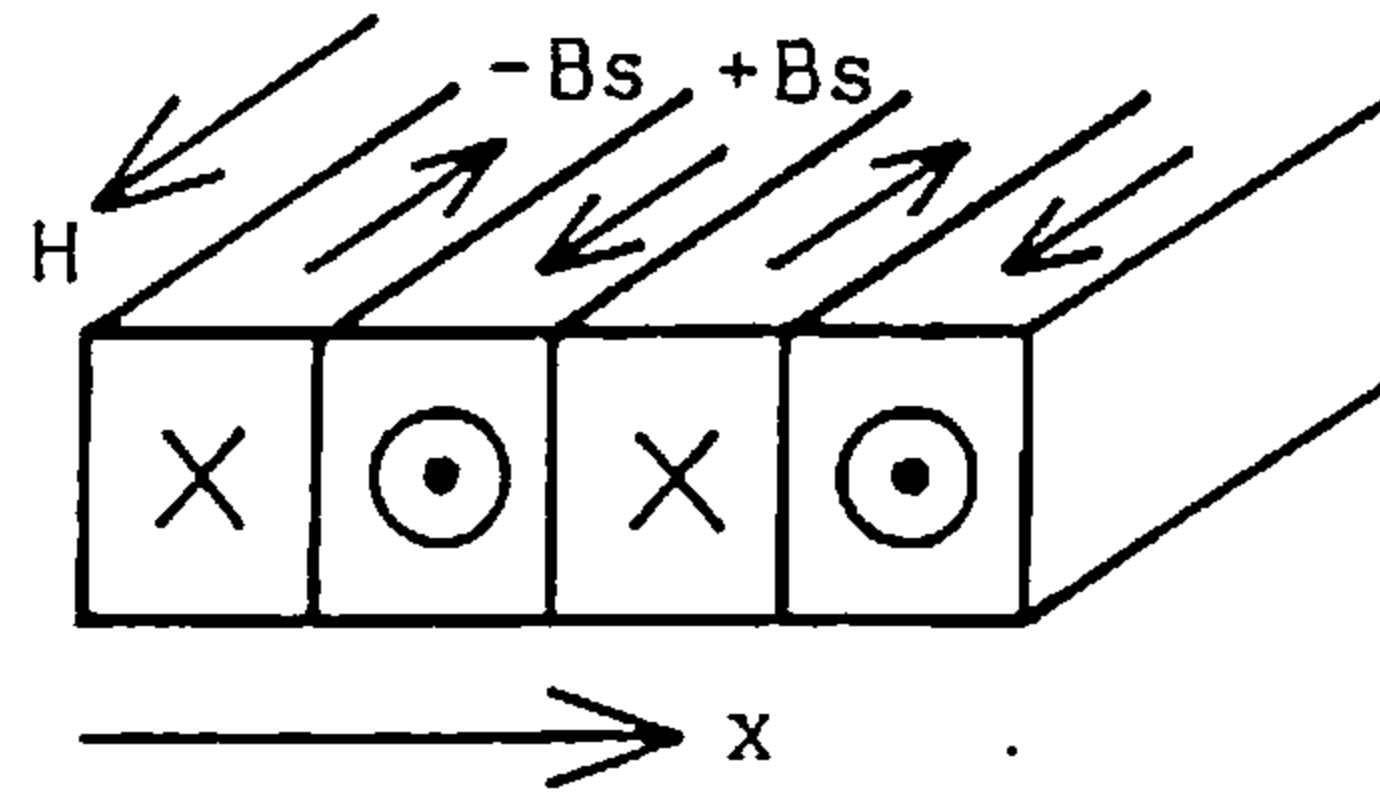


図 3. 3 短冊状磁区モデル.

$$B = \mu_0 H + n B_s = \mu_0 H + M . \quad (2. 24)$$

上式は、磁化率  $\chi_m = M / \mu_0 H$  を導入することで、

$$B = \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu H , \quad (2. 25)$$

と変形される。さて、(2. 25) 式で透磁率  $\mu$  が過去の磁気履歴と無関係にユニークな値となる場合は、正方向と負方向の交流磁界で磁気履歴を打ち消して得られる理想磁化曲線の場合である。(2. 25) 式では、この理想磁化曲線から得られる透磁率  $\mu$  をパラメータとして採用する。これは、磁化特性を表す構成方程式は結果として磁気履歴特性を呈示するものであり、構成方程式のパラメータが過去の磁気履歴を含んでいてはならないためである。このとき、(2. 25) 式は明らかに静的な磁化特性を表すものであることに注意しなければならない[5-21]。

次に、動的な磁化特性を導入するために、ある磁区状態から他の磁区状態へ移行する場合を考えると、(2. 27) 式は

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= \mu_0 \left( 1 + \frac{\partial n B_s}{\partial H \mu_0} \right) \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} , \\ &= \mu_r \frac{dH}{dt} + \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} , \end{aligned} \quad (3. 14)$$

であるから、磁壁の運動に起因する磁界は、パラメータとして  $s [\Omega / m]$  を導入して

$$\frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) = \frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} , \quad (3. 15)$$

の関係を得る[14,16-21]。ここで、 $s$ は結果として磁気履歴特性を表現するパラメータであるため、ヒステリシス係数と呼ぶ。さらに、可逆透磁率 $\mu_r$ は磁気履歴に無関係になるため、理想磁化曲線測定時に得られるものであり、また、理想磁化曲線測定時に使われる交流磁界の周波数は、磁壁の運動速度 $dx/dt$ が無視できる程充分低くなければならない。(3.15)式は、明らかに動的な磁化特性を表しているから、同式と静的磁化特性を表す(2.25)式の和が全体の磁化特性を表すこととなる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{static}} &= \frac{1}{\mu} B, \\ H_{\text{dynamic}} &= \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) = \frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

であるから、 $H_{\text{static}} + H_{\text{dynamic}}$ は、

$$H_{\text{total}} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt}, \quad (3.17)$$

または、

$$H_{\text{total}} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right), \quad (3.18)$$

で与えられることとなる。ここで、 $H_{\text{total}}$ を一般的な形 $H$ で書き直すと、

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right), \quad (3.19a)$$

あるいは、

$$H + \frac{\mu_r dH}{s dt} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}, \quad (3.19b)$$

と書くことができる。この(3.19)式が本論文で提唱する磁化特性の構成方程式であり、新Chua型構成方程式と呼ぶ[5-21]。

また、(3.17)式から、

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} B_s \frac{\partial n dx}{\partial x dt}, \quad (3.20)$$



となる。(3.20)式は明らかに動的な磁化状態が、磁壁の運動速度  $v = dx/dt$  に依存する項と、静的な磁区状態を表す右辺第1項からなることを意味する。

### 3.2.2. 透磁率 $\mu$ とヒステリシス係数 $s$

(3.19)式の新Chua型構成方程式で、透磁率  $\mu$  や可逆透磁率  $\mu_r$  さらにパラメータ  $s$  はそれぞれ一定値でなく、 $\mu$  と  $\mu_r$  は理想磁化曲線測定時のバイアス(直流)磁束密度  $B$  の一価関数で表される。このことは、パラメータ  $s$  は、磁束密度の時間変化  $dB/dt$ 、磁界の時間変化  $dH/dt$  さらに磁束密度  $B$  ( $\mu_r$  が関数となるため)の一価関数で与えられることを意味する。実際に  $\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}$  対  $H$  の関係を実測すると、図3.4のようになる。パラメータ  $s$  は、 $B = 0$  のとき、

$$s = \frac{\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}}{H} = \frac{1}{H} \frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt}, \quad (3.21)$$

で与えられるから、 $\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}$  の小さい部分ではパラメータ  $s$  が極めて小さい値となる。これは、磁壁の運動速度  $v = dx/dt$  が零に近いとき、ある種の閾値の磁界が存在することを意味し、物理的には各磁壁状態の静止摩擦に対応し、電気的には直流保磁力と呼ばれる磁界  $H$ 。

に対応することを意味している。(3.6)式で与えられる古典Chua型構成方程式では、可逆透磁率  $\mu_r$  を無視していることが(3.19)式で与えられる新Chua型構成方程式との本質的な違いである。換言すれば、新Chua型構成方程式は、古典Chua型構成方程式を包含していることを意味する。従って、新Chua型構成方程式が、最も厳密な磁化特性を表し、本論文で提唱する構成方程式である。

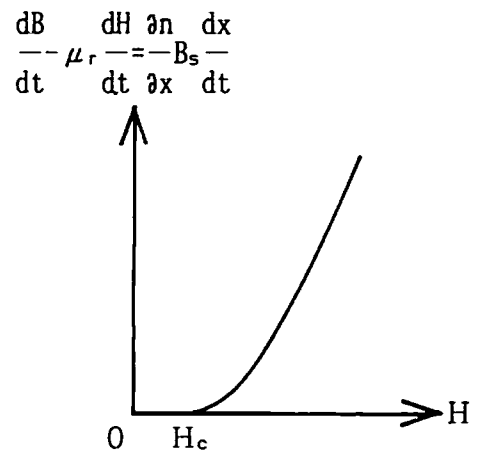


図3.4 ヒステリシス係数  $s$  を与える曲線。

### 3.2.3. 複素透磁率

#### (a) 線形化Chua型構成方程式と複素透磁率

各種機器の小型軽量化の要求から、磁気装置の高周波化が推進されている。高周波領域では、磁性材料を時間  $t$  に対して正弦波状に変化する磁界  $H$  で励磁したとき、磁束密度  $B$  も正弦波状に変化し線形な動作となり、 $B-H$  ループは比較的低磁束密度領域のため、一般に楕円形となり磁気飽和は無視することができる。このような線形動作を考える場合、新Chua型構成方程式 (3.19a) 式のパラメータ  $\mu$ ,  $\mu_r$ ,  $s$  は一定値となる。

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right), \quad (3.19a)$$

また、磁界  $H$  と磁束密度  $B$  が共に時間  $t$  に対して正弦波状に変化することから、複素記号法  $d/dt = j\omega$  を (3.19a) 式に適用し変形すると、

$$\left(1 + j\omega \frac{\mu_r}{s}\right) \hat{H} = \left(\frac{1}{\mu} + j\omega \frac{1}{s}\right) \hat{B}, \quad (3.22)$$

を得る。(3.22) 式が線形化Chua型構成方程式である。ここで、 $\hat{\phantom{x}}$  は複素量であることを示している。(3.22) 式から複素透磁率  $\hat{\mu}(\omega)$  を求めると、

$$\hat{\mu}(\omega) = \hat{B} / \hat{H} \quad (3.23a)$$

$$= \mu \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} - j \frac{\omega (\mu - \mu_r) s}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\}, \quad (3.23b)$$

$$= \mu_R(\omega) - j \mu_I(\omega) \quad (3.23c)$$

となる[21, 38-45]。(3.23b) 式が線形化Chua型構成方程式より得られる複素透磁率であり、 $j$  は虚数、 $\mu_R(\omega)$ ,  $\mu_I(\omega)$  はそれぞれ実数部、虚数部である。

#### (b) 磁気余効から導かれる複素透磁率

ここでは、磁気余効現象から複素透磁率を導き、線形化Chua型構成方程式から得られた複素透磁率と比較検討する。

磁気余効が、緩和時間を  $\tau$  として指数関数状の変化で表されるとすれば、磁化ベクトル  $M$  は次式で表される[2, p.321], [3, p.298]。

$$M = \chi_m H (1 - \varepsilon^{-t/\tau}) . \quad (3.24)$$

ここで、 $\chi_m$ は磁化率である。(3.24)式を時間 $t$ で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \frac{1}{\tau} \chi_m H \varepsilon^{-t/\tau} \\ &= \frac{1}{\tau} (\chi_m H - M) , \end{aligned} \quad (3.25)$$

の関係が得られる。ここで、磁性体を交流磁界 $H = H_0 \varepsilon^{j\omega t}$ で磁化したとする。磁化 $M$ は $M = \hat{\chi}(\omega) H_0 \varepsilon^{j\omega t}$ で、 $\chi_m H = \chi_m H_0 \varepsilon^{j\omega t}$ に各瞬間において追従しようとするから、これらを(3.25)式に代入して、

$$j\omega \hat{\chi}(\omega) H_0 \varepsilon^{j\omega t} = \frac{1}{\tau} \{ \chi_m H_0 \varepsilon^{j\omega t} - \hat{\chi}(\omega) H_0 \varepsilon^{j\omega t} \} , \quad (3.26)$$

を得る。ここで、 $\hat{\chi}(\omega)$ は複素磁化率である。(3.26)式を整理すると

$$\hat{\chi}(\omega) = \frac{\chi_m}{1 + j\omega\tau} , \quad (3.27)$$

となり、複素磁化率 $\hat{\chi}(\omega)$ と磁気余効から導かれる複素透磁率 $\hat{\mu}_a(\omega)$ の関係は

$$\hat{\mu}_a(\omega) = \mu_0 + \mu_0 \hat{\chi}(\omega) \quad (3.28a)$$

$$= \mu_0 \left\{ \frac{1 + \chi_m + (\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} - j \frac{\omega\tau\chi_m}{1 + (\omega\tau)^2} \right\} \quad (3.28b)$$

$$= \frac{\mu + \mu_0(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} - j \frac{\omega\tau(\mu - \mu_0)}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3.28c)$$

$$= \mu_{aR}(\omega) - j\mu_{aI}(\omega) , \quad (3.28d)$$

となる。ここで、 $\mu_0$ は真空の透磁率であり、 $\mu = \mu_0 + \mu_0\chi_m$ としている。

(3.28)式の磁気余効から導かれた複素透磁率と(3.23b)式の線形化Chua型構成方程式より導かれた複素透磁率を比較するために、(3.23b)式を $\tau_c = \mu/s$ として変形すると、

$$\hat{\mu}(\omega) = \frac{\mu + \mu_r (\omega \tau_c)^2}{1 + (\omega \tau_c)^2} - j \frac{\omega \tau_c (\mu - \mu_r)}{1 + (\omega \tau_c)^2}, \quad (3.29a)$$

$$= \mu_R(\omega) - j \mu_I(\omega) \quad (3.29b)$$

となる。(3.28c)式と(3.29a)式において、 $\mu_0$ と $\mu_r$ 、 $\tau$ と $\tau_c$ がそれぞれ対応することがわかる。従って、両式の複素透磁率は、大きさは異なるが同様な周波数特性を示すこととなる。すなわち、定性的な性質は同じである[38, 39]。

### (c)周波数特性

複素透磁率が周波数によって変化することは、(3.23b)，(3.28b)式から明かである。ここでは、新Chua型構成式および磁気余効から導かれた複素透磁率の周波数特性を吟味する。

まず、実数部について新Chua型構成方程式よりの複素透磁率(3.23b)式の右辺第1項の $\omega$ の極値をとると、

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \mu \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} = \mu, \quad (3.30a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} = \mu_r, \quad (3.30b)$$

となる。磁気余効からの複素透磁率(3.28c)式も同様にして、

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\mu + \mu_0 (\omega \tau)^2}{1 + (\omega \tau_c)^2} = \mu, \quad (3.31a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\mu + \mu_0 (\omega \tau)^2}{1 + (\omega \tau)^2} = \mu_0, \quad (3.31b)$$

となる。(3.30a)，(3.31a)式より、低周波領域ではいずれの複素透磁率の実数部も、透磁率 $\mu$ によって支配されることがわかる。一方、高周波領域では、新Chua型構成方程式による(3.30b)式では可逆透磁率 $\mu_r$ 、磁気余効による(3.31b)式では真空の透磁率 $\mu_0$ により支配されることがわかる。しかし、実際には $\omega \rightarrow \infty$ とすると、表皮効果のため磁束が磁性体内部まで浸透しないため、可逆透磁率 $\mu_r$ は真空の透磁率 $\mu_0$ に等しくなり、両者とも $\mu_0$ によって支配されることとなる。

次に、損失に直接関係する複素透磁率の虚数部の周波数特性について調べる。新Chua型構成方程式による複素透磁率(3.23b)式右辺第2項の $\omega$ の極値をとると、

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \mu \left\{ \frac{\omega (\mu - \mu_r) s}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} = 0, \quad (3.32a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu \left\{ \frac{\omega (\mu - \mu_r) s}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} = 0, \quad (3.32b)$$

となる。磁気余効からの複素透磁率(3.28c)式も同様にして、

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\omega \tau (\mu - \mu_0)}{1 + (\omega \tau)^2} = 0, \quad (3.33a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\omega \tau (\mu - \mu_0)}{1 + (\omega \tau)^2} = 0, \quad (3.33b)$$

となり、両者共同じ周波数特性となり低周波領域および高周波領域で共に支配的でない。さらに、線形化Chua型構成方程式による(3.29a)式右辺第2項の虚数部を変形すると、

$$\begin{aligned} \mu_1(\omega) &= \frac{\tau_c (\mu - \mu_r)}{\omega \tau_c^2 + \frac{1}{\omega}} \\ &= \frac{\tau_c (\mu - \mu_r)}{(\sqrt{\omega} \tau_c - \frac{1}{\sqrt{\omega}})^2 + 2 \tau_c}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

となるから、 $\frac{d\{\mu_1(\omega)\}}{d\omega} = 0$  のとき、すなわち、

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau_c} = \frac{s}{\mu}, \quad \text{あるいは、} \quad f_1 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{s}{\mu} \right), \quad (3.35)$$

で最大となる。

以上の複素透磁率の周波数特性から、線形化Chua型構成方程式のパラメータは

$$\mu = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mu_R(\omega), \quad (3.36a)$$

$$\mu_r = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mu_R(\omega), \quad (3.36b)$$

$$s = \omega_i \mu = 2\pi f_i \mu, \quad (3.36c)$$

として与えられる[38-40,43]。

#### (d)損失係数

線形化Chua型構成方程式による複素透磁率の一形式(3.29)式から、損失係数  $\tan \delta$  は次式により定義される。

$$\tan \delta = \frac{\mu_i(\omega)}{\mu_R(\omega)} = \frac{(\mu - \mu_r) \omega \tau_c}{\mu + \mu_r (\omega \tau_c)^2}. \quad (3.37)$$

(3.37)式の損失係数  $\tan \delta$  は、高周波領域でも低周波領域でも零となり、

$$\tan \delta = \frac{\mu - \mu_r}{\mu_r \omega \tau_c + \frac{\mu}{\omega \tau_c}}, \quad (3.38a)$$

$$= \frac{\mu - \mu_r}{\left(\sqrt{\mu_r \omega \tau_c} - \sqrt{\frac{\mu}{\omega \tau_c}}\right)^2 + 2\sqrt{\mu \mu_r}}, \quad (3.38b)$$

と変形できるから、 $\tan \delta$  が最大となる周波数  $\omega_m$  は、 $\frac{d(\tan \delta)}{d\omega} = 0$  より、

$$\omega_m = \frac{1}{\tau_c} \sqrt{\frac{\mu}{\mu_r}} = \frac{s}{\sqrt{\mu \mu_r}}, \quad \text{あるいは、} \quad f = \frac{s}{2\pi \sqrt{\mu \mu_r}}, \quad (3.39)$$

と表され、その値は、

$$\tan \delta \Big|_{\text{MAX}} = \frac{\mu - \mu_r}{2\pi \sqrt{\mu \mu_r}}, \quad (3.40)$$

となる。(3.39)式は、最大損失係数を与える周波数 $\omega_m$ がヒステリシス係数 $s$ の大きさに比例することを意味し、(3.40)式は、最大損失係数そのものはヒステリシス係数 $s$ に無関係で、透磁率 $\mu$ と可逆透磁率 $\mu_r$ に依存することを意味している。

さて、(3.37)式を(3.39)式を使って変形すると、

$$\tan \delta = \frac{\omega}{\omega^2 + \omega_m^2} \cdot \frac{\mu - \mu_r}{\tau_c \mu_r}, \quad (3.41)$$

となるから、

$$\omega < \omega_m \text{ のとき } \tan \delta = \frac{\omega}{\omega_m^2} \cdot \frac{\mu - \mu_r}{\tau_c \mu_r}, \quad (3.42a)$$

$$\omega = \omega_m \text{ のとき } \tan \delta = \frac{\mu - \mu_r}{2\sqrt{\tau_c \mu_r}}, \quad (3.42b)$$

$$\omega > \omega_m \text{ のとき } \tan \delta = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\mu - \mu_r}{\tau_c \mu_r}, \quad (3.42c)$$

と近似できる。従って、損失係数 $\tan \delta$ は低周波領域では周波数に比例して増加し、 $\omega = \omega_m$ で最大となり、高周波領域では周波数に反比例して減少する。

ここで、磁束密度 $B$ が与えられたときの電力を計算するために(3.22)式を変形すると、

$$\hat{H} = \frac{B}{\mu} \left\{ \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu_r)^2} - j \omega \frac{s(\mu - \mu_r)}{\omega^2 + (\omega \mu_r)^2} \right\}, \quad (3.43)$$

となり、損失となる電力は

$$\frac{1}{2} \hat{H}(j \omega B)^* = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\omega^2 s(\mu - \mu_r)}{s^2 + (\omega \mu_r)^2} - j \omega \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu_r)^2} \right\} \frac{B^2}{\mu}, \quad (3.44)$$

の実数部である。ただし、上添字 $*$ は共役複素数を示し、 $B$ は磁束密度の最大値である。従って、単位体積当りの損失 $P_e$  [W/m<sup>3</sup>]は次式で与えられる[39, 43]。

$$P_e = \frac{B^2}{2\mu} \cdot \frac{\omega^2 s(\mu - \mu_r)}{s^2 + (\omega \mu_r)^2}. \quad (3.45)$$

(3.45)式は、複素透磁率を採用した場合の損失が、周波数一定では磁束密度Bの最大値の自乗に比例することを意味し、磁束密度一定の場合は周波数 $\omega < s / \mu_r$ のとき周波数の約自乗に比例し、 $\omega > s / \mu_r$ のときにはほぼ一定値となることを意味する。すなわち、

$$P_e | \quad \propto B^2, \quad (3.46a)$$

$\omega = \text{const}$

$$P_e | \quad \propto \omega^2, \quad (3.46b)$$

$\omega < s / \mu_r$

$$P_e | \quad \underset{\omega > s / \mu_r}{\doteq} \frac{s (\mu - \mu_r)}{2 \mu \mu_r^2} B^2 \quad (3.46c)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau_c} \cdot \frac{\mu - \mu_r}{\mu_r^2} B^2, \quad (3.46d)$$

となる。従って、高周波における損失を減少させるには、 $\mu_r \doteq \mu$ とするか、あるいは、 $\tau_c = \mu / s$ を大きくするかとなる[39]。

### 3.2.4. Hodgedon の数学的モデル

M. Hodgedonは、強磁性体の磁化特性が次の構成方程式で数学的に与えられることを提唱している[46]。

$$\frac{dH}{dt} = \alpha \left| \frac{dB}{dt} \right| \left[ f(B) - H \right] + g(B, \frac{dB}{dt}) \frac{dB}{dt}, \quad (3.47)$$

ここで、 $\alpha$ は材料に依存して決まるパラメータであり、 $f$ は磁束密度Bの一価関数、さらに $g$ は磁束密度とその時間微分 $dB/dt$ の一価関数である。

(3.47)式を変形すると、

$$H = f(B) + \frac{g(B, dB/dt)}{\alpha |dB/dt|} \left[ \frac{dB}{dt} - \frac{1}{g(B, dB/dt)} \frac{dH}{dt} \right], \quad (3.48)$$

を得る。(3.47)式で、 $f(B) > H$ であり、



$$\left. \begin{aligned}
 f(B) &= \frac{1}{\mu} B, \\
 \frac{1}{g(B, dB/dt)} &= \mu_r, \\
 \frac{g(B, dB/dt)}{\alpha |dB/dt|} &= \frac{1}{s},
 \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

と対応すると仮定すれば、(3.48)式は新Chua型構成方程式(3.19)式と同じ形となるが、両者の違いは可逆透磁率 $\mu_r$ とヒステリシス係数 $s$ のパラメータにある。新Chua型構成方程式では可逆透磁率 $\mu_r$ を磁束密度 $B$ の一価関数としているが、Hodgedonのモデルではこの可逆透磁率 $\mu_r$ を磁束密度 $B$ とその時間微分 $dB/dt$ の関数としている。また、新Chua型構成方程式ではヒステリシス係数を磁束密度 $B$ とその時間微分 $dB/dt$ さらに磁界 $H$ の時間微分 $dH/dt$ の関数として決定されるが、Hodgedonのモデルではヒステリシス係数が磁束密度 $B$ とその時間微分 $dB/dt$ の関数として決定されている。このような違いはあるが、ある範囲での線形化モデルを考えたとき両者は本質的に同一であり、結局、Hodgedonの数学的モデルは実質的に本論文で提唱する(3.19)式の新Chua型構成方程式の一種であることがわかる[14,16,18,20]。

### 3. 3. Preisach型構成方程式

#### 3.3.1. 古典Preisach型構成方程式

##### (a) 単一磁区モデル

1935年 Preisach は、ヒステリシスループが、図3. 5 (a) 斜線部の四辺形で示される単位ヒステリシスループを組合せることで表されることを指摘した[47]。これは、磁性体が単位磁区を持ち、それぞれの単位磁区が図3.

5 (a) 中の斜線部で示される四辺形の単位角形磁化特性を持つと仮定したモデルを想定している。

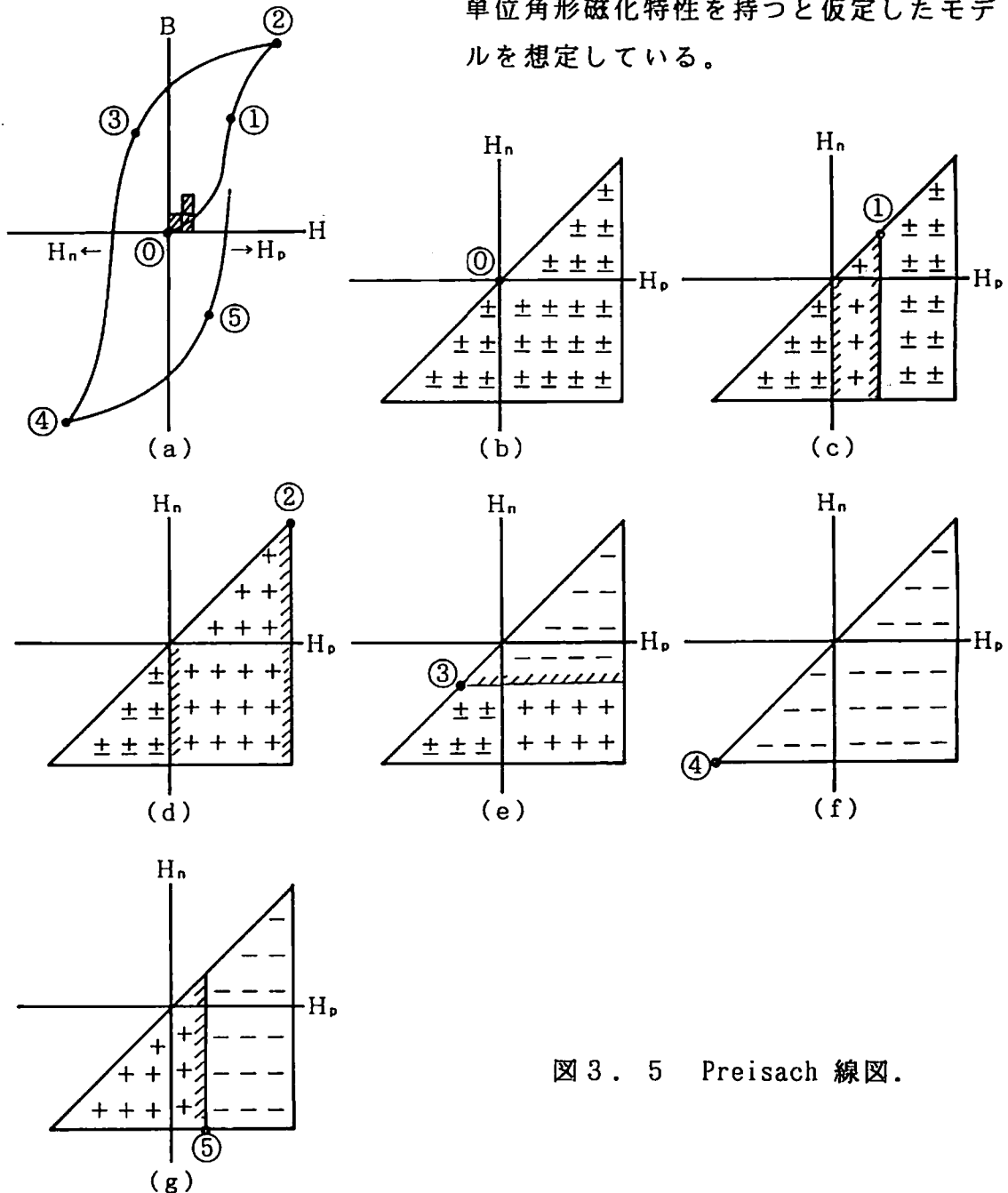


図3. 5 Preisach 線図.

(b) Preisach 線図

図 3. 5 (a) で、磁界  $H$  が正方向を  $H_p$ 、負方向を  $H_n$  とすれば、原点 ① の消磁状態は、+ を正の単位磁化、- を負の単位磁化として同図 (b) の状態で表される。この同図 (b) の状態は、+ の数と- の数が等しく三角形全体として磁化は零である。同図 (a) の点 ① の磁化状態は、磁界が正方向、すなわち  $H_p$  方向に加わった状態であるから、負の磁化が正に反転して同図 (c) のように表される。同様に、同図 (a) の点 ② ~ ⑤ の点はそれぞれ同図 (d) ~ (g) のように表される。このようにして、磁化状態を表す分布図を Preisach 線図という。

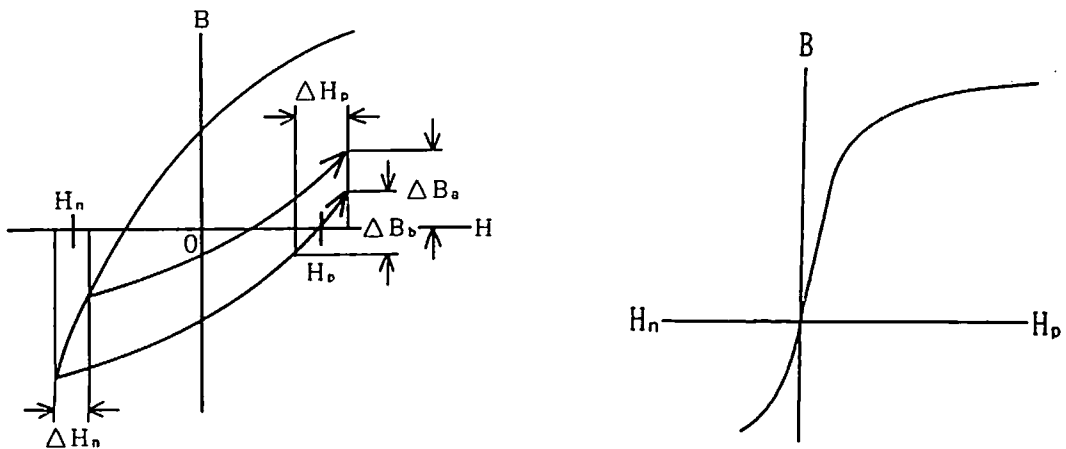
(c) Preisach の分布関数

Preisach 線図では、磁化特性が単位磁化を持つ単位磁区から成っていると仮定している。しかし、実際の磁性体では磁区は塊になって存在する。このため、各磁区が単位磁化を持つとは限らないから、Preisach 線図の座標  $H_p, H_n$  に対応する点の磁化の値 (磁化の個数) を実験的に求めることが必要となる。さて、Preisach 線図全体の磁化が磁性体の磁化特性を表すから、

$$B = \iint \psi (H_p, H_n) dH_p dH_n, \quad (3. 50)$$

によって各点の磁束密度を知ることができる。(3. 50) 式から、

$$\psi (H_p, H_n) = \frac{\partial^2 B}{\partial H_p \partial H_n}, \quad (3. 51)$$



(a) Preisach の分布関数の導出.

(b) ヒステリシスがない場合.

図 3. 6

が得られる。(3.51)式の $\psi$ は、Preisach線図上の磁化の分布を表すパラメータであるから、Preisachの分布関数と呼ばれる。図3.6(a)から、Preisach線図の $(H_p, H_n)$ 点のPreisachの分布関数を、(3.51)式に基づいて計算すると、

$$\frac{\partial^2 B}{\partial H_p \partial H_n} = \frac{\frac{\Delta B_b}{\Delta H_p} - \frac{\Delta B_a}{\Delta H_p}}{\Delta H_n}, \quad (3.52)$$

で与えられる。さらに、(2.3)式で与えられるRayleigh loopの上昇曲線から、Preisachの分布関数 $\psi$ を求めると、

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{\partial^2}{\partial H_p \partial H_n} \left\{ (\mu_i + \nu H_n) H_p + \frac{1}{2} \nu (H_p^2 - H_n^2) \right\}, \\ &= \nu, \end{aligned} \quad (3.53)$$

の関係を得る。すなわち、Rayleigh範囲におけるPreisachの分布関数 $\psi$ はRayleighの定数 $\nu$ に等しい。このことは、古典Preisach型構成方程式は、Rayleighの定数 $\nu$ が一定値でなくなる高磁束密度領域まで拡張した、Rayleighの構成方程式であることを意味する[8, 10, 13, 14, 16, 18, 29]。

さらに、(3.53)式の結果は、Preisachの分布関数 $\psi$ が透磁率とは無関係となることから、(3.50)式から磁束密度 $B$ を求める場合何らかの方法で透磁率を導入しなければならないことを意味する。

さて、図3.6(b)に示すような、磁気ヒステリシスの影響のない磁気飽和のみの場合について古典Preisach型構成方程式を適用すると、明らかに磁束密度 $B$ は現時点の磁界 $H_p$ のみの関数となり、(3.51)式で与えられるPreisachの分布関数 $\psi$ は零となる。このことは、古典Preisach型構成方程式は磁気ヒステリシスのみを表す構成方程式であり、磁気飽和特性を表現できないことを意味している[18, 28, 32, 33]。

### 3. 4. 新 Preisach 型構成方程式

#### 3.4.1. 古典Preisach型と新Chua型の構成方程式の関係

古典Preisach型と新Chua型の構成方程式の関係を調べるため、図3. 7に示す磁化状態を新 Chua 型構成方程式 (3. 19 b) で表すと、

$$H_p + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH_p}{dt} = \frac{B_a}{\mu} + \frac{1}{s} \frac{dB_a}{dt}, \quad (3. 54)$$

$$H_p + \frac{\mu_r}{s} \frac{dH_p}{dt} = \frac{B_b}{\mu} + \frac{1}{s} \frac{dB_b}{dt}, \quad (3. 55)$$

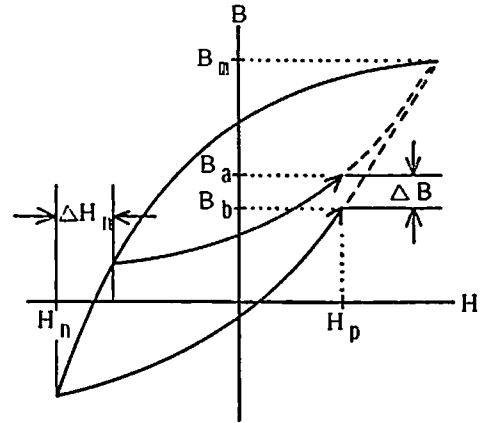


図3. 7 反転磁化状態.

となる。ここで、 $\mu$ 、 $\mu_r$  および  $s$  は  $\Delta B = B_a - B_b$  が充分小さく、従って、両式に共通な一定値をとるものとする。(3. 55) 式から (3. 54) 式を引き算し変形すれば、次の関係を得る。

$$\frac{\Delta B}{\mu} = \frac{1}{s} \left( \frac{dB_b}{dt} - \frac{dB_a}{dt} \right) = \frac{1}{s} \left( \frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p} \right) \frac{dH_p}{dt}, \quad (3. 56 a)$$

または、

$$\frac{s}{\frac{dH_p}{dt}} = \frac{\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p}}{\frac{\Delta B}{\mu}}. \quad (3. 56 b)$$

ここで、図3. 7で  $\Delta H_n \rightarrow 0$  のとき、 $\Delta B / \mu$  も零に近づくから、 $\Delta H_n$  が充分小さいとき、 $\Delta H_n \cong \Delta B / \mu$  と仮定すると、

$$\lim_{\Delta H_n \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial B_b}{\partial H_p} - \frac{\partial B_a}{\partial H_p}}{\Delta H_n} = \frac{\partial^2 B}{\partial H_n \partial H_p} = \psi, \quad (3. 57)$$

が成り立つ。よって、(3. 56) 式と (3. 57) 式から Preisach の分布関数と新Chua型構成方程式のパラメータ  $s$  は、

$$s = \psi \frac{dH}{dt}, \quad (3.58)$$

で関係付けられる[5, 6, 14, 16, 18, 28, 29, 32-34]。但し、 $dH_p/dt$ は $dH/dt$ と一般化してある。

### 3.4.2. 新Preisach型構成方程式と磁化特性

(a) Rayleigh の法則

(3.58)式の関係を使い、(3.19)式の新Chua型構成方程式を変形すると、

$$H + \frac{\mu_r}{\psi} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{\psi} \frac{dB}{dH}, \quad (3.59)$$

の関係が得られる。(3.59)式が古典Preisach型と新Chua型との複合構成方程式であり[6, 8-10, 13, 14, 16, 18]、本論文では新Preisach型構成方程式と呼ぶ。

(3.59)式を $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $\psi$ を一定値、磁束密度 $B$ の初期値を零として解くと、

$$B = \mu H + \frac{\mu^2}{\psi} \left\{ \exp\left(-\frac{\psi}{\mu} H\right) - 1 \right\} + \frac{\mu \mu_r}{\psi} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\psi}{\mu} H\right) \right\}, \quad (3.60)$$

の結果を得る。ここで、磁界 $H$ が極めて小さいと仮定し、 $\mu \gg \mu_r$ とすれば、

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{\psi}{\mu} H\right) &= 1 - \frac{\psi}{\mu} H + \frac{1}{2} \left(\frac{\psi}{\mu} H\right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{\psi}{\mu} H\right)^3 + \dots \\ &\doteq 1 - \frac{\psi}{\mu} H + \frac{1}{2} \left(\frac{\psi}{\mu} H\right)^2, \end{aligned} \quad (3.61)$$

と近似できるから、

$$B = \mu_r H + \frac{1}{2} \psi H^2 \left(1 - \frac{\mu_r}{\mu}\right) \doteq \mu_r H + \frac{1}{2} \psi H^2, \quad (3.62)$$

となる。

(3.62)式と(2.1)式の Rayleigh の初期磁化曲線、および(3.53)式の関係から、新Preisach型構成方程式(3.59)は Rayleigh の初期磁化曲線を再現することが判る。さらに、(3.59)式を磁束密度の最大値と最小値の絶対値が等しくなる条件で解くと、上昇曲線 $B_u$ と下降曲線 $B_d$ は、

$$\begin{aligned}
B_u &= \mu (H_n + H_p) + \frac{\mu^2}{\psi} \left(1 - \frac{\mu_r}{\mu}\right) \left[\exp\left\{-\frac{\psi}{\mu} (H_p + H_n)\right\} - 1\right] - B_n \exp\left\{-\frac{\psi}{\mu} (H_p + H_n)\right\}, \\
B_d &= \mu (H_p - H_n) + \frac{\mu^2}{\psi} \left(1 - \frac{\mu_r}{\mu}\right) \left[\exp\left\{\frac{\psi}{\mu} (H_p - H_n)\right\} - 1\right] - B_n \exp\left\{\frac{\psi}{\mu} (H_p - H_n)\right\}, \\
B_n &= \mu H_n + \left(\mu H_n - \frac{\mu^2}{\psi} + \frac{\mu \mu_r}{\psi}\right) \tanh \frac{\psi}{\mu} H_n, \quad (3.63)
\end{aligned}$$

で与えられる。また、Rayleigh範囲を想定して、次の近似式が成り立つとする。

$$\begin{aligned}
\exp\left\{-\frac{\psi}{\mu} (H_p + H_n)\right\} &\cong 1 - \frac{\psi}{\mu} (H_p + H_n) + \frac{1}{2} \left(\frac{\psi}{\mu}\right)^2 (H_p + H_n)^2, \\
\exp\left\{\frac{\psi}{\mu} (H_p - H_n)\right\} &\cong 1 + \frac{\psi}{\mu} (H_p - H_n) + \frac{1}{2} \left(\frac{\psi}{\mu}\right)^2 (H_p - H_n)^2, \\
\tanh \frac{\psi}{\mu} H_n &\cong \frac{\psi}{\mu} H_n - \frac{1}{3} \left(\frac{\psi}{\mu} H_n\right)^3, \\
\left|\frac{\psi}{\mu} H_n\right| &\ll 1.
\end{aligned} \quad (3.64)$$

(3.64) 式を (3.63) 式に代入し、 $\mu \gg \mu_r$  とすれば、

$$\begin{aligned}
B_u &= (\mu_r + \psi H_n) H_p + \frac{\psi}{2} (H_p^2 - H_n^2), \\
B_d &= (\mu_r + \psi H_n) H_p - \frac{\psi}{2} (H_p^2 - H_n^2), \quad (3.65)
\end{aligned}$$

を得る。(3.65) 式は明らかに、(2.3) 式の Rayleigh loop に対応していることがわかる。

以上の結果は、古典Preisach型と新Chua型の構成方程式の関係を結ぶ(3.58)式、新Preisach型構成方程式(3.59)、さらに新Chua型構成方程式(3.19)が、Rayleighの関係が成り立つ比較的低磁束密度領域でも妥当なものであることを証明している。また、(3.6)式で与えられる古典Chua型構成方程式は可逆透磁率 $\mu_r$ が無視されているため、低磁束密度領域では、その精度は低いものとなることがわかる。

(b) 正規磁化曲線

第2章で述べた正規磁化曲線は、周期的磁化状態を満足する一連のヒステリシスループの頂点を結んで得られる曲線である。これは、磁束密度の最大値と最小値の絶対値が等しくなる条件であるから、新Preisach型構成方程式による正規磁化曲線は(3.63)式から、

$$B = \mu H + \left( \mu H - \frac{\mu^2}{\psi} + \frac{\mu \mu_r}{\psi} \right) \tanh \frac{\psi}{\mu} H, \quad (3.66)$$

で与えられる。

(c) 理想磁化曲線

直流に交流を重ねて磁化し、交流の振幅を飽和値に達する大きな値から零まで減少して得られる点をトレースする曲線は、理想磁化曲線である。第2章で述べたように、この理想磁化曲線は、飽和領域まで達した周期的ヒステリシスループの上昇曲線と下降曲線で同一磁束密度Bに対する磁界Hの平均値をトレースして得られる曲線と一致することがBozorthによって指摘されている[1, p.8]。この実験的事実を新Preisach型構成方程式(3.59)式を使って考える。(3.59)式で上昇曲線 $H_u$ と下降曲線 $H_d$ は、 $\psi = s / (\partial H / \partial t)$ を考慮して、

$$\left. \begin{aligned} H_u + \frac{\mu_r}{\psi} B &= \frac{B}{\mu} + \frac{1}{\psi} \frac{dB}{dH_u}, \\ H_d - \frac{\mu_r}{\psi} B &= \frac{B}{\mu} - \frac{1}{\psi} \frac{dB}{dH_d}, \end{aligned} \right\} \quad (3.67)$$

であるから、(3.67)式と(3.63)式の関係から、

$$\begin{aligned} \frac{H_u + H_d}{2} &= \frac{B}{\mu} + \frac{1}{2\psi} \left( \frac{dB}{dH_u} - \frac{dB}{dH_d} \right) \\ &= \frac{B}{\mu} + \frac{\epsilon}{2\psi} \left( \epsilon^{\frac{\psi}{\mu} H_n} - \epsilon^{\frac{\psi}{\mu} H_d} \right) \left[ \mu \left( 1 - \frac{\mu_r}{\mu} \right) + \frac{\psi}{\mu} B_n \right], \quad (3.68) \end{aligned}$$

の関係を得る。従って、反転時の磁界 $H_n$ が充分大きく、 $\exp\left(-\frac{\psi}{\mu} H_n\right) \cong 0$ のとき、新Preisach型構成方程式(3.59)はBozorthの関係を満足する[6]。



(d)磁気余効

(3.19)式の新Chua型構成方程式では、時間に関する項を陽的に含んでいるため、時間変化に伴う磁化過程、すなわち磁気余効を容易に再現できる[5,6]。第2章2.1.5.節で述べたように、磁気余効には磁界を印加した場合と取り去った場合があるが、これらの諸特性は $\mu$ ,  $\mu_r$ ,  $s$ さらに $\psi$ などのパラメータに非線形性を導入しなければ再現できない。このため、ここでは初期磁化に伴う磁気余効特性を考える。初期磁化特性は、(3.58)式より、

$$B = \mu H + \frac{\mu^2}{\psi} \left(1 - \frac{\mu_r}{\mu}\right) \left\{ \exp\left(-\frac{\psi}{\mu} H\right) - 1 \right\}, \quad (3.69)$$

で与えられる。ここで、磁界 $H$ が時間 $T$ で最大値 $H_m$ に達する ramp function で与えられるとすれば、

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{H_m}{T} t, \\ \psi &= \frac{s}{\frac{\partial H}{\partial t}} = \frac{s}{H_m}, \end{aligned} \right\} \quad (3.70)$$

であるから、(3.70)式を(3.69)式に代入して、

$$B = \mu \frac{H_m}{T} t + \frac{H_m \mu}{T s} (\mu - \mu_r) \left\{ \exp\left(-\frac{s}{\mu} t\right) - 1 \right\}, \quad (3.71)$$

が得られる。(3.71)式は、初期磁化に伴う磁気余効特性が、時間に比例する項と指数関数状に変化する項の和から成り、時間 $t$ が充分大きいとき、

$$\begin{aligned} B &\doteq \mu \frac{H_m}{T} \left( t - \frac{\mu - \mu_r}{s} \right) \\ &\doteq \mu \frac{H_m}{T} t = \mu H, \end{aligned} \quad (3.72)$$

となり、定常値に達することとなる。

### 3. 5. 損 失

#### 3.5.1. ヒステリシス損 (hysteresis loss)

磁性材料は、図3. 8に示すような磁気飽和と磁気履歴特性を呈するが、同図のB-Hループで囲まれる部分は磁性体内の損失となる。これを鉄損 (iron loss) と呼ぶ。さて、B-Hループを周波数を変えて測定すると、一般に周波数が高くなる程ループ幅が増加し、結果として鉄損も増加する。逆に周波数を下げるとループ幅が狭くなり、ある周波数以下ではほとんどループ幅が変化しなくなる[13]。このときのループを直流ヒステリシスループと呼んでいる。

図3. 8で、 $f_1$ がその下限の周波数とすれば、斜線部の面積に周波数を掛けたものをヒステリシス損 (hysteresis loss) と呼ぶ。また、同図で、 $f_2$ の周波数で磁化した場合ループ幅が広がるが、広がった $f_2$ によるループと、下限の幅を持つ $f_1$ によるループ幅の差の部分を渦電流損 (eddy current loss) と呼ぶ。従って、鉄損 $P_i$ は、ヒステリシス損 $P_h$ と渦電流損 $P_e$ の和から成り、

$$P_i = P_h + P_e, \quad (3. 73)$$

で表す。ここで、ヒステリシス損 $P_h$ は次式で与えられる。

$$P_h = f_1 \int H dB \quad [W/m^3]. \quad (3. 74)$$

新Chua型構成方程式(3.19)式と(3.20)式から、鉄損を考えてみると、単位体積当たりの電力は、 $\frac{\partial n}{\partial x} B_s \frac{dx}{dt} \sim \frac{2n}{b} B_s \frac{dx}{dt}$  (平均値) として、

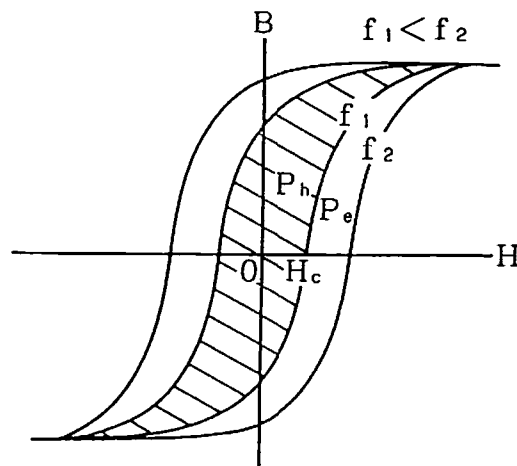


図3. 8 ヒステリシス損と渦電流損。

$$P_m = H \frac{dB}{dt} = \frac{1}{\mu} B \frac{dB}{dt} + \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \frac{dB}{dt}$$

$$= \frac{1}{\mu} B \frac{dB}{dt} + \frac{1}{s} \left( \frac{2n}{b} \right) B_s \frac{dx}{dt} \left( \mu_r \frac{dH}{dt} + \frac{2n}{b} B_s \frac{dx}{dt} \right), \quad (3.75)$$

で与えられる。(3.75)式の右辺第1項は、磁束Bとその時間微分 $\frac{dB}{dt}$ の時間位相が $\pi/2$ 異なるため無効電力(磁性体に蓄えられる磁気エネルギーに対応する)となり、鉄損に寄与する項は右辺第2項である。さて、パラメータsの特性を表す $\left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt}\right)$  vs. H) 曲線は、通常図3.9のようになるから、下限のヒステリシスループ幅の保磁力 $H_c$ を与える閾値が図3.8のそれと一致する。従って、ヒステリシス損 $P_h$ は、 $H_c$ が一定であるとすれば図3.9の斜線部に対応し、渦電流損 $P_e$ は図3.9中のそれに対応することとなる。物理的な磁壁の運動で考えれば、(3.58)式( $s = \phi \frac{dH}{dt}$ )より、

$$\frac{1}{s} \frac{2n}{b} B_s \frac{dx}{dt} \left( \mu_r \frac{dH}{dt} + \frac{2n}{b} B_s \frac{dx}{dt} \right) = \frac{\mu_r}{\phi} \frac{2n}{b} B_s \frac{dx}{dt} + \frac{1}{s} \left( \frac{2n}{b} B_s \frac{dx}{dt} \right)^2, \quad (3.76)$$

と変形できる。磁壁の運動速度 $\frac{dx}{dt}$ は励磁周波数fに比例するから、右辺第1項は周波数fに比例するヒステリシス損 $P_h$ 、第2項は周波数fの自乗に比例する渦電流損 $P_e$ に対応する。

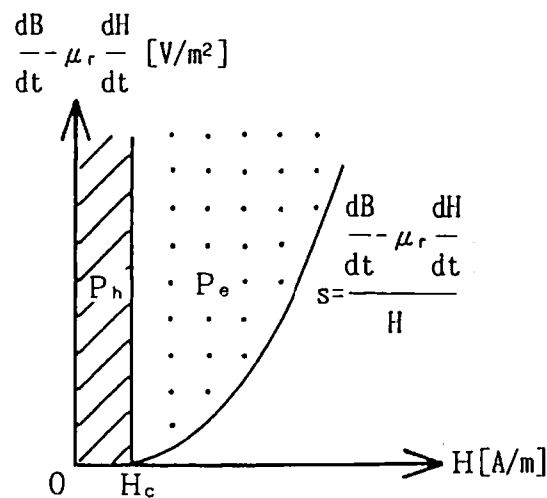


図3.9 パラメータsを表す曲線と $P_h$ 、 $P_e$ 。

### 3.5.2. 渦電流損失

#### (a) 磁壁が存在しない場合

図3.10に示すように磁性体に磁区が存在せず、板厚 $d$ で幅が無限大の材料を仮定する。この場合の渦電流損失はBozorth, Brailsfordの研究による[1, p.778][22]。抵抗率を $\rho$  [ $\Omega\cdot\text{m}$ ]とし、磁界 $H$ は $z$ 方向に加わり、時間に対して正弦波状に変化しているものとする。この時、電界 $E(y)\mathbf{a}_x$ と磁束密度 $B_{az}$ は、

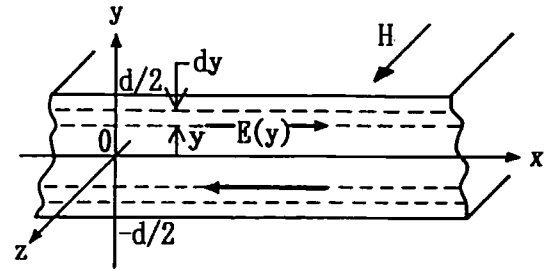


図3.10 磁区が存在しない場合。

$$\nabla \times E(y)\mathbf{a}_x = -\frac{\partial E(y)}{\partial y}\mathbf{a}_z = -\frac{\partial B}{\partial t}\mathbf{a}_z, \quad (3.77)$$

で関係するから、 $y$ 方向について積分して、

$$E(y) = -y \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (3.78)$$

を得る。ここで、 $\mathbf{a}_x$ と $\mathbf{a}_z$ はそれぞれ $x$ と $z$ 方向の単位ベクトルである。この電界によって、渦電流 $i(y)$ が $x$ 方向に流れる。すなわち、

$$i(y) = \frac{E(y)}{\rho} = \frac{y}{\rho} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (3.79)$$

である。よって、単位体積当たりの渦電流損失は、

$$\begin{aligned} P_{e1} &= \frac{2}{d} \int_0^{d/2} E(y) i(y) dy = \frac{2}{d} \int_0^{d/2} \frac{1}{\rho} y^2 \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dy \\ &= \frac{d^2}{12\rho} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2, \end{aligned} \quad (3.80)$$

となり、 $B = B_m \sin(\omega t)$ とすれば、渦電流損の平均値は、

$$P_{e1} = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{d^2 \omega^2}{12\rho} \right) B_m^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{(\pi d B_m f)^2}{6\rho}, \quad (3.81)$$

で与えられる。(3.81)式は、磁区が存在しない場合の渦電流損失 $P_{e1}$ が板厚 $d$ によってのみ低減できることを意味している。

(b)磁壁が存在する場合

図3. 11に示す有限幅の短冊状磁壁モデルを仮定したとき、渦電流  $i$  は図3. 10のように全体に分布して流れず、主に磁壁に沿って集中的に流れる。この場合の渦電流損失は、Pry and Bean および榊等の研究成果による[23-25]。

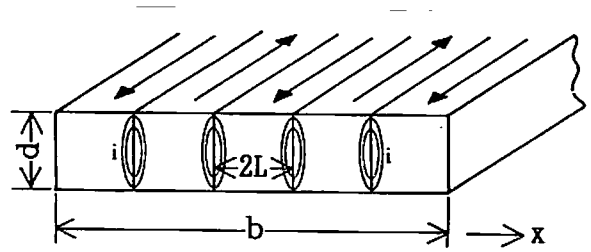


図3. 11 磁区が存在する場合。

図3. 12のような、厚さ  $d$  の無限幅板状磁性体に、板面に直角で  $z$  軸に平行な短冊状磁壁が並んでいるモデルを考える。同図 (a) は、互いに逆方向の平行な飽和した磁区が等しい幅  $2L$  で並んでおり、全体としての見かけの磁束が零の消磁状態である。同図 (b) は、磁界が印加されたために、磁壁が消磁状態の位置から印加磁界と同一方向の磁区の体積が増すように移動したときの状態である。

この場合、各磁区内では電流密度  $i$  が閉ループを構成せずに、磁壁間で閉ループを構成するとすれば、

$$\nabla \times i = 0, \quad \nabla \cdot i = 0, \quad (3.82)$$

であり、各磁壁内では、

$$\rho \nabla \times i = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \nabla \cdot i = 0, \quad (3.83)$$

である。また、境界条件を

- (1)板面に垂直な電流  $i_n = 0$ ,
  - (2)磁壁に垂直な電流成分は連続,
  - (3)磁壁の両側に流れる電流の差は  $2 B_s v / \rho$ ,
- ここで  $v$  は磁壁の移動速度,

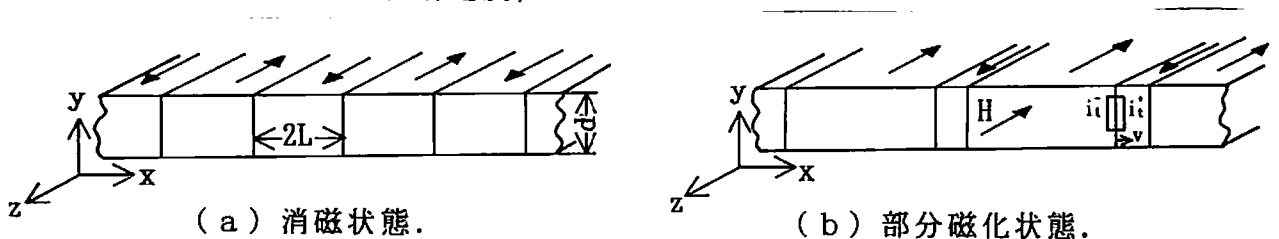


図3. 12

として解き、磁束Bが時間に対して正弦波状に変化している場合、単位体積当りの渦電流損失は、

$$P_{e2} = \frac{8 d^2 q}{\rho} \left( \frac{B_m f}{\pi} \right)^2 \sum_{\substack{k=1 \\ k:\text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{k^3} \left[ \coth k q + \frac{2 I_1 [k q B_m / B_s]}{k q (B_m / B_s) \text{sinc } k q} \right] \quad [\text{W/m}^3], \quad (3.84)$$

となる。ここで、 $q = 2\pi L/d$ であり、 $I_1 [ ]$ は1次の変形Bessel関数である。 $2L \rightarrow 0$ とした場合は、磁壁数が無限大になったことと等価であり、このとき(3.84)式は(3.81)式と一致する。(3.84)式の[ ]内は相互作用の項で、磁壁移動によって生じた渦電流がその磁壁の両隣の磁区のみならず、他の多数の磁区まで流れることによる。しかし、磁区の幅が板厚程度以上であれば( $2L \geq d$ )、[ ] = 1としても大きな誤差は生じない。

いま、図3.11のように磁性体が有限幅bで、その中にn個の短冊上磁区が存在する場合、 $2L \geq d$ の条件下では

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k:\text{odd}}}^{\infty} \frac{1}{k^3} \cong 1.05, \quad (3.85)$$

の関係を用いると、(3.84)式は

$$P_{e2} = \frac{8.4 d b f^2 B_m^2}{n \pi \rho} \quad [\text{W/m}^3], \quad (3.86)$$

となる。(3.86)式は、渦電流損失 $P_{e2}$ が板厚dだけでなく、板幅bに関係し、さらに磁壁数nが多い程小さくなることを意味している。

#### (c) ヒステリシス係数 s と渦電流損失 $P_{e2}$ の関係

通常、強磁性体では、大部分磁区構造を持つために(3.86)式による渦電流損失 $P_{e2}$ だけを考える。また、ヒステリシス損失に寄与する直流保磁力が無視できるものとするれば、(3.76)式右辺は、

$$\frac{1}{s} \left( \frac{2n}{b} \right) B_s \frac{dx}{dt} = \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}, \quad (3.87)$$

となる。これは、明らかに(3.19b)式左辺の $\frac{1}{s} \mu_r \frac{dH}{dt}$ を無視することに他ならない。換言すれば、 $\frac{1}{s} \mu_r \frac{dH}{dt}$ の項が直流保磁力に対応することを意味する。

すなわち、(3.58)式から、この項は

$$\frac{1}{s} \mu_r \frac{dH}{dt} = \frac{\mu_r}{\psi}, \quad (3.88)$$

と変形され、(3.59)式の新Preisach型構成方程式では、見かけ上入力となるためである。(3.87)式から、渦電流損失 $P_e$ は、

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2, \\ B &= B_m \sin \omega t, \\ P_e &= \frac{1}{2} \frac{(\omega B_m)^2}{s}, \quad : \text{平均値} \end{aligned} \right\} (3.89)$$

となる。この渦電流損失が(3.86)式と等しいとすれば、パラメータ $s$ は

$$s = \frac{\pi^3 \rho n}{4.2 b d}, \quad (3.90)$$

で与えられることとなる[10,13]。従って、パラメータ $s$ は磁壁数 $n$ に比例することがわかる。

図3.13および図3.14は、楯等が、表3.1に示す材料についてパラ

表3.1 試料の諸定数.

記号	試料	板厚 [mm]	板幅 [mm]
○	Grain oriented 3Si97Fe	0.3	10
△	Square loop 50Ni50Fe	0.05	10
▽	Amorphous $Fe_{70}Ni_{18}Si_{10}B_{12}$	0.02	5
□	Super malloy 5Mo79Ni16Fe	0.025	5
▲	Amorphous $Fe_{40}Co_{66}Si_{17}B_{13}$	0.02	10
■	Amorphous $(Fe_{0.925}Cr_{0.075})_{83}Si_5B_{12}$	0.02	5
●	Super malloy 5Mo79Ni16Fe	0.004	5

メータ  $s$  と渦電流損失  $P_e$  の関係、渦電流損失  $P_e$  と周波数  $f$  および最大磁束密度の関係を実験的に測定した結果を示す [25, 10, 13]。図 3. 13 から、パラメータ  $s$  が大きい、すなわち磁壁数  $n$  が多いほど渦電流損失が少ないことがわかる。また、図 3. 14 から、パラメータ  $s$  および磁壁数  $n$  は周波数の関数であることがわかる。

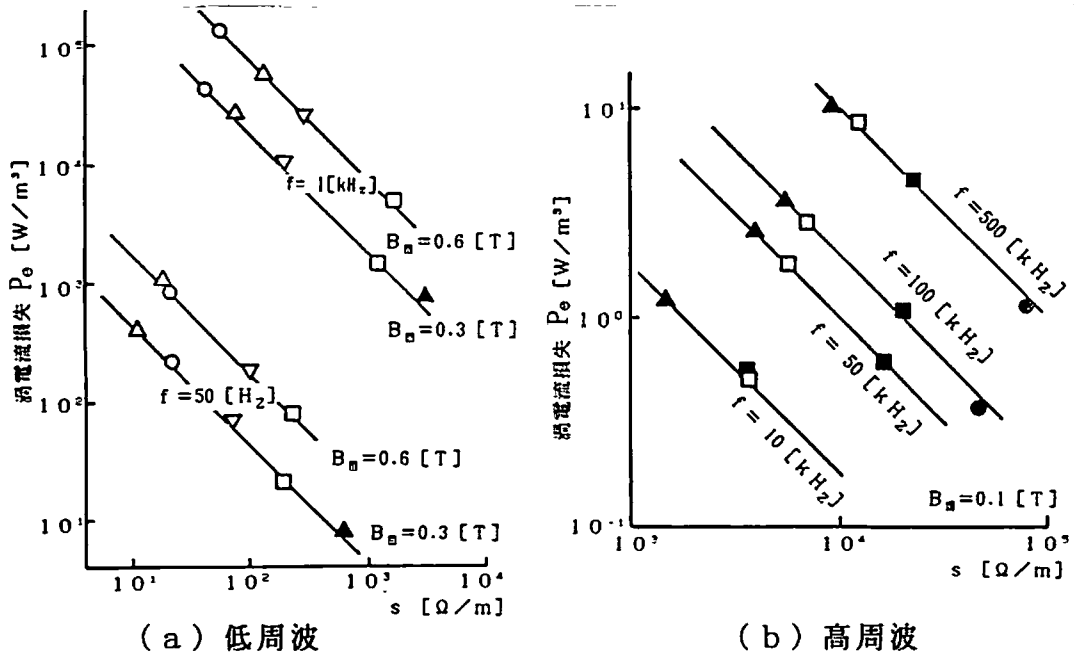


図 3. 13 パラメータ  $s$  と渦電流損失  $P_e$  の関係。

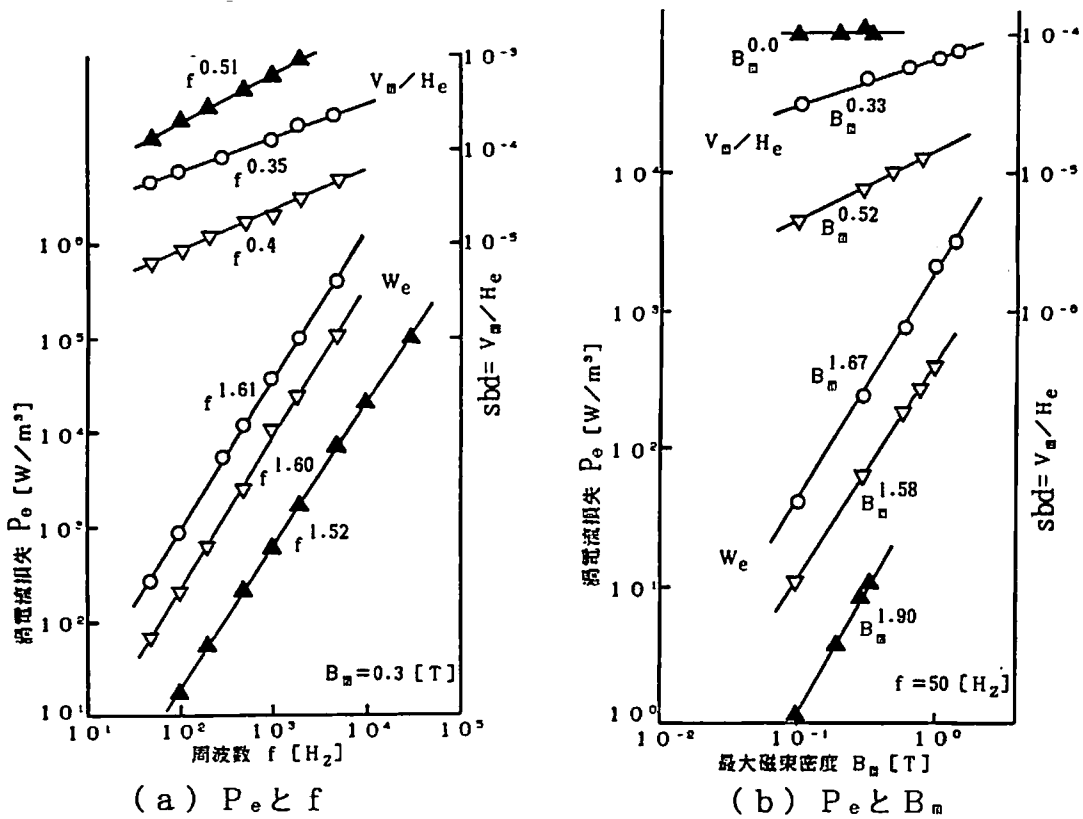


図 3. 14 渦電流損失  $P_e$  と周波数  $f$  および最大磁束密度  $B_m$  の関係。



### 3.5.3. 鉄損の近似式

新Chua型構成方程式は次式で与えられる。

$$H + \frac{\mu_r d H}{s d t} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1 d B}{s d t}, \quad (3.19b)$$

$s$ ,  $\mu$ ,  $\mu_r$ を一定値として  $H = H_m \varepsilon^{j\omega t}$  の入力进行を考えると、

$$B = \frac{1 + j \omega \frac{\mu_r}{s}}{\frac{1}{\mu} + j \frac{\omega}{s}} H_m \varepsilon^{j\omega t} = \frac{s + j \omega \mu_r}{s + j \omega \mu} H_m \varepsilon^{j\omega t}, \quad (3.91)$$

で磁束密度  $B$  は与えられる。従って、鉄損  $P_i$  は、

$$P_i = \frac{1}{2} P_e [H \cdot (j \omega B)^*] = \frac{1}{2} \frac{\mu (\mu - \mu_r)}{s^2 + (\omega \mu)^2} s \omega^2 H_m^2, \quad (3.92)$$

となる。ここで、 $*$  は共役複素数を示す。このとき、保磁力  $H_c$  が

$$H_c = \frac{\omega}{s} (B_m - \mu_r H_m), \quad (3.93)$$

と近似されるとすれば、パラメータ  $s$  は、

$$s = \frac{\omega}{H_c} (B_m - \mu_r H_m) \doteq \omega \frac{B_m}{H_c}, \quad (3.94)$$

となる。これを (3.92) 式に代入して、 $B_m \doteq \mu H_m$ ,  $H_m \gg H_c$  とすれば、

$$P_i = \frac{1}{2} \frac{\mu \omega B_m H_c H_m^2 (\mu - \mu_r)}{B_m^2 + (\mu H_c)^2} \doteq \pi f B_m H_c, \quad (3.95)$$

を得る。(3.95) 式は、図3.15に示すように、 $B-H$ ループの面積を、長軸を  $B_m$ 、短軸を  $H_c$  とする楕円の面積 ( $\pi B_m H_c$ ) で近似した鉄損を表している[8,16]。

また、図3.16は、保磁力  $H_c$  を  $H_c = a + b B_m$  と近似し (3.95) 式から計算した鉄損と、実測値の比較を示している[9]。

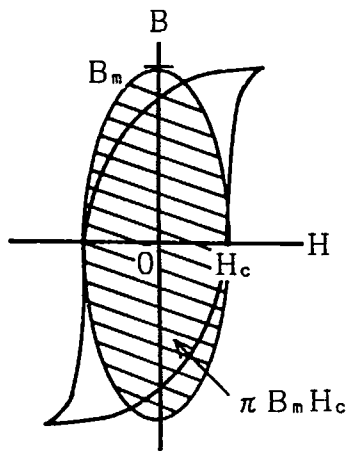


図 3. 1 5 楕円近似鉄損.

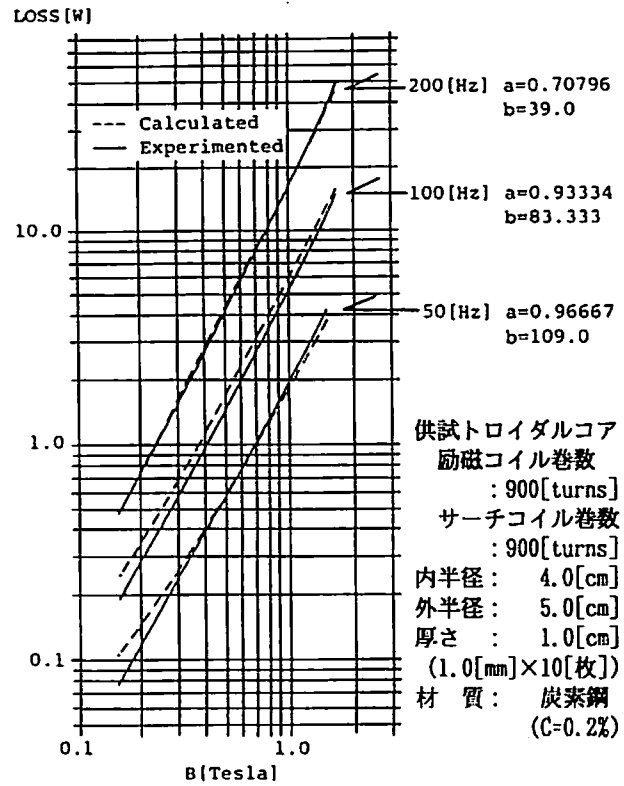


図 3. 1 6 鉄損の計算値と実測値.

### 3. 6. まとめ

本章では、磁性体の磁化特性を表す新しい巨視的構成方程式の提案を行い、従来から知られているモデルとの関係について述べた。

3.1.節では、磁束密度が時間に対して正弦波状に変化する場合、磁界は歪波となるがこれをフーリエ級数で表し、磁束密度と磁界間のパラメータを透磁率、磁束密度の時間微分と磁界間のパラメータをヒステリシス係数として構成方程式を導き、古典Chua型構成方程式を提唱した。

3.2.節では、短冊状磁区モデルを用いて、静的な磁化特性を表すパラメータを透磁率、動的な磁化特性すなわち磁区状態の変化を表すパラメータを可逆透磁率およびヒステリシス係数とした構成方程式を導き、新Chua型構成方程式として提唱した。また、高周波領域における線形動作を前提として、線形化Chua形構成方程式から複素透磁率を導き、その周波数特性、損失について述べた。さらに、新Chua型構成方程式とHodgedonの数学的構成方程式との関係を調べ、そのパラメータの対応性から、Hodgedonの構成方程式は新Chua型構成方程式と実質的に同一であることを示した。

3.3.節では、磁性体が単位磁化ベクトルを持つと仮定して導かれた古典Preisach型構成方程式について述べ、Preisachの分布関数は初期磁化過程のRayleigh範囲ではRayleighの定数に等しいことを示した。また、古典Preisach型構成方程式では磁気ヒステリシスは表現できるが磁気飽和は表せないことを示した。

3.4.節では、新Chua型構成方程式と古典Preisach型構成方程式の関係を調べ、新Chua型構成方程式のヒステリシス係数とPreisachの分布関数が直接関係づけられることを示し、両者を複合した新Preisach型構成方程式を導いた。さらに、この新Preisach型構成方程式によって正規磁化曲線、理想磁化曲線、磁気余効を表した。

3.5.節では、新Chua型構成方程式を用いて鉄損を表し、磁壁の運動を考えるとにより周波数に比例するヒステリシス損、周波数の自乗に比例する渦電流損からなる式を導き、それらの関係を述べた。また、榊等が提唱した渦電流損失を評価する式を引用し、これにおけるパラメータが新Chua型構成方程式のヒステリシス係数と密接な関係があることを示した。さらに、新Chua型構成方程式を線形化して鉄損の近似式を導いた。

## 第4章 実験的検証と数値シミュレーション

本章では、本論文で提唱する新Chua型構成方程式の実験的検証と数値シミュレーションを行った結果について述べている。

### 4. 1. 新Chua型構成方程式

#### 4.1.1. トロイダルコアの電気的等価回路

図4. 1 (a) のトロイダルコアの電気的等価回路を、(3. 19) 式の新Chua型構成方程式を使って導く[7, 11, 12, 14, 15, 17]。トロイダルコアのコイルの抵抗を  $r$ 、断面積を  $A$ 、さらに平均磁路長を  $\ell$  とする。電源電圧が印加されたとき流れる電流を  $i$  とすれば、(3. 19 b) 式の右辺および左辺それぞれを磁路長  $\ell$  について積分すると、

$$H + \frac{\mu_r d H}{s d t} = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{d B}{d t}, \quad (3. 19 b)$$

$$\int_0^{\ell} H d \ell + \int_0^{\ell} \frac{\mu_r d H}{s d t} d \ell = n i + n \frac{\mu_r d i}{s d t}, \quad (4. 1)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} \frac{1}{\mu} B d \ell + \int_0^{\ell} \frac{1}{s} \frac{d B}{d t} d \ell &= \frac{\ell}{\mu A} \phi + \frac{\ell}{s A} \frac{d \phi}{d t} \\ &= \frac{1}{L_i} \phi + \frac{1}{R_i} \frac{d \phi}{d t}, \end{aligned} \quad (4. 2)$$

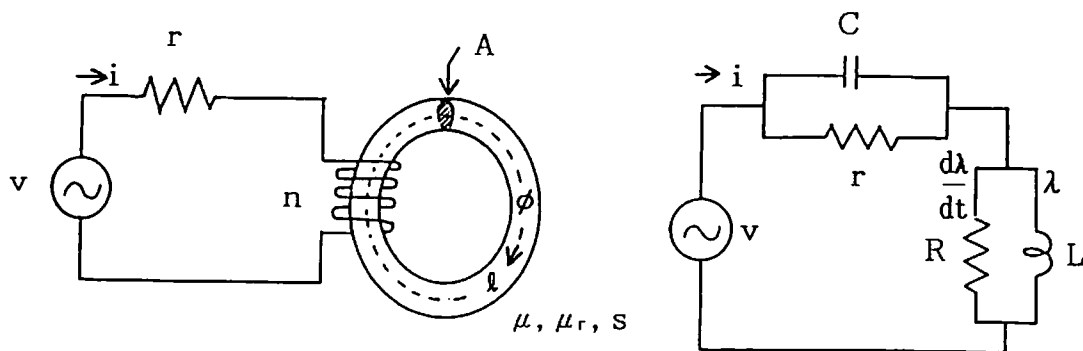


図4. 1 (a) トロイダルコア. 図4. 1 (b) 電気的等価回路.

の関係が成り立つ。ここで、 $\phi$ 、 $L_i$ 、 $R_i$ は、それぞれ磁束、コイル1巻当りのインダクタンスと等価抵抗である。印加電圧は $v$ であるから、電流 $i$ とその時間微分 $d i / d t$ は、

$$i = \frac{1}{r} \left( v - n \frac{d \phi}{d t} \right), \quad (4.3)$$

$$\frac{d i}{d t} = \frac{1}{r} \left( \frac{d v}{d t} - n \frac{d^2 \phi}{d t^2} \right), \quad (4.4)$$

で与えられる。(4.3)、(4.4)式を(4.1)式の対応する項へ代入すれば、(4.1)式と(4.2)式は等しいから、

$$\frac{n}{r} \left( v + \frac{\mu_r d v}{s d t} \right) = \frac{n^2 \mu_r d^2 \phi}{r s d t^2} + \left( \frac{n^2}{r} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{d \phi}{d t} + \frac{1}{L_i} \phi, \quad (4.5)$$

の関係を得る。ここで、磁束鎖交数 $\lambda$ 、インダクタンス $L$ 、抵抗 $R$ 、およびキャパシタンス $C$ を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \lambda = n \phi = n A B, \quad L = n^2 L_i = \frac{n^2 \mu A}{l}, \\ R = n^2 R_i = \frac{n^2 s A}{l}, \quad C = \frac{\mu_r}{r s}. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

これらのパラメータを使って、(4.5)式は次のように書ける。

$$\frac{1}{r} \left( v - \frac{d \lambda}{d t} \right) + C \frac{d}{d t} \left( v - \frac{d \lambda}{d t} \right) = \frac{\lambda}{L} + \frac{1}{R} \frac{d \lambda}{d t}. \quad (4.7)$$

(4.7)式から、図4.1(a)のトロイダルコアの等価回路は、同図(b)のように書ける。図4.1(b)の等価回路から得られる電流 $i$ と磁束鎖交数 $\lambda$ の関係は、等価回路定数が一定であれば、楕円 $B-H$ ループを呈示し、電流 $i$ と磁束鎖交数 $\lambda$ が非常に小さい領域では Rayleigh loopを呈示する[8]。

透磁率 $\mu$ 、可逆透磁率 $\mu_r$ 、パラメータ $s$ を一定値とし、(4.7)式で入力電圧を $v = V_m \cos \omega t = \operatorname{Re} (V_m e^{j \omega t})$ 、 $d / d t = j \omega$ とすれば、

$$\left\{ \frac{1}{r} + j \omega C \right\} V_m e^{j \omega t} = \left\{ j \omega \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right) + \left( \frac{1}{L} - \omega^2 C \right) \right\} \lambda, \quad (4.8)$$

より、

$$\lambda = \operatorname{Re} \left\{ \left[ \frac{\frac{1}{r} + j \omega C}{\left(\frac{1}{L} - \omega^2 C\right) + j \omega \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)} \right] V_m e^{j \omega t} \right\}$$

$$= \frac{\frac{1}{r}}{\left(\frac{1}{L} - \omega^2 C\right)^2 + \omega^2 \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)^2} \cdot V_m \cos(\omega t - \psi), \quad (4.9)$$

$$\psi = \tan^{-1}(r \omega C) - \tan^{-1} \left( \frac{\frac{1}{r} + \frac{1}{R}}{\frac{1}{L} - \omega^2 C} \right),$$

を得る。(4.9)式から、磁束鎖交数 $\lambda$ を得ることができ、この磁束鎖交数 $\lambda = n \phi$ を(4.3)式に代入し電流 $i$ を得ることができる。磁束鎖交数 $\lambda$ とこの電流 $i$ の関係を図示すれば、図4.2に示すように楕円となり、楕円の面積が鉄損に対応することとなる[8]。実際には、図4.3に示すように透磁率 $\mu$ 、可逆透磁率 $\mu_r$ 、パラメータ $s$ は一定値ではなく、磁束密度 $B$ やその時間微分 $d B / d t$ さらに磁界の時間変化率 $d H / d t$ の関数となる[5, 7, 8, 11, 12, 14, 15, 18, 19, 21]。

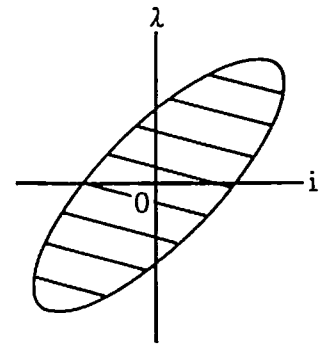


図4.2 磁束鎖交数 $\lambda$ と電流 $i$ 。

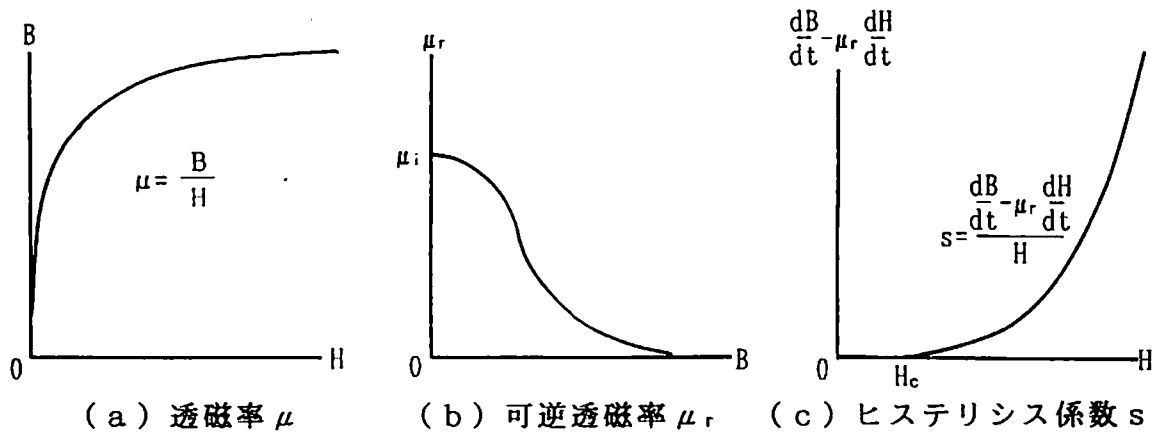


図4.3 新Chua型磁化特性構成方程式のパラメータの例。

#### 4.1.2. R-L回路

##### (a) B-Hループの周波数特性

B-Hループは、励磁周波数が高いとループ幅が広がり、励磁周波数が低いとループ幅が狭くなる特性を有することが知られている。この特性の再現性を調べるため、図4.1(a)について励磁周波数を変えた場合の計算例および実測値を図4.4に示す[11,12,15,21]。なお、供試トロイダルコアの各パラメータ $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $s$ を与える曲線を図4.5に示した。

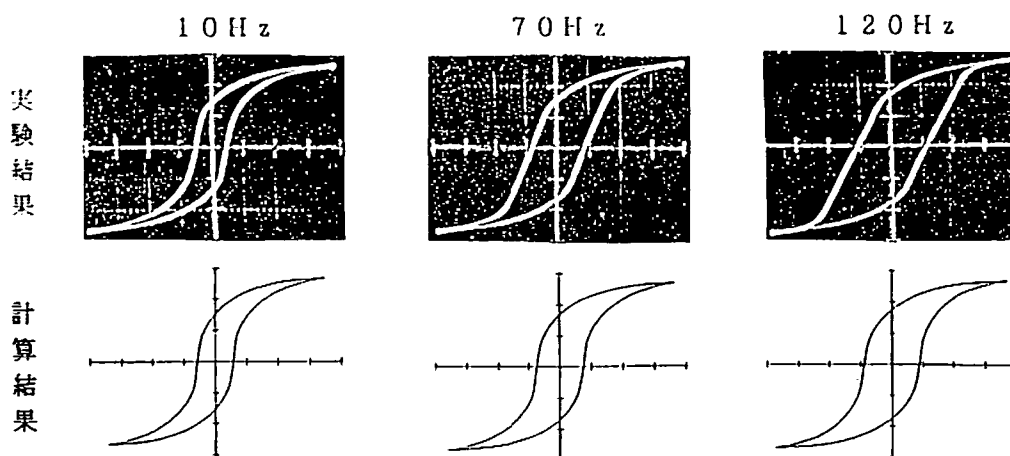
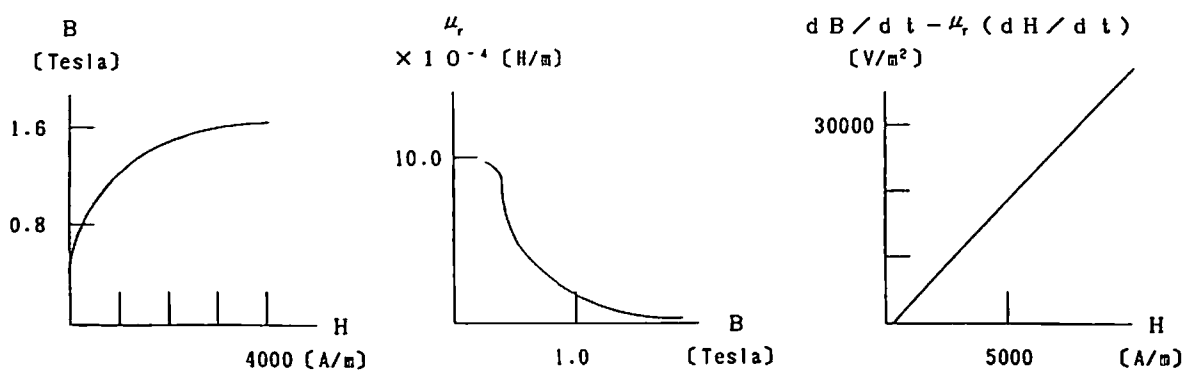


図4.4 B-Hループの周波数特性.

X: 0.2[A/div.], Y: 0.0552[mWb/div.]



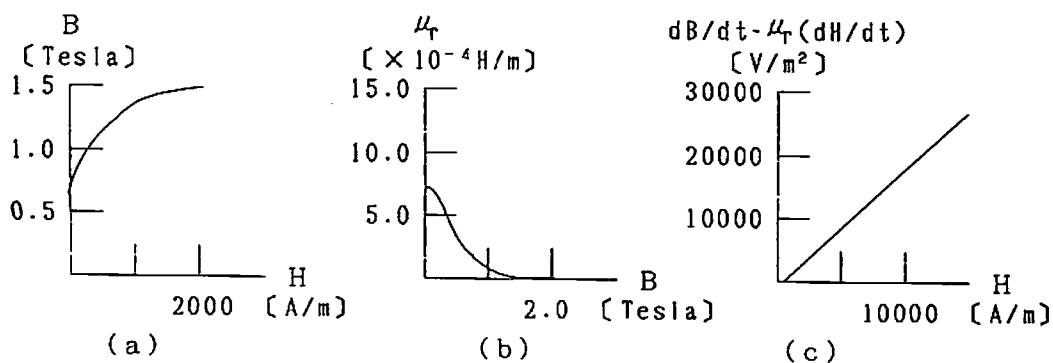
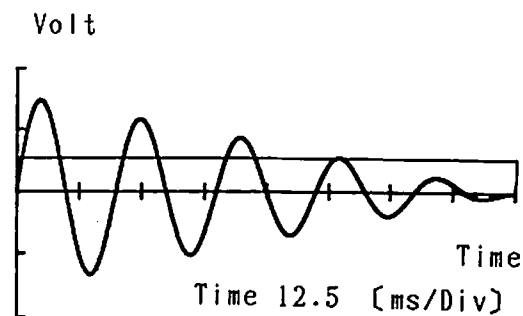
(a) 透磁率 $\mu$       (b) 可逆透磁率 $\mu_r$       (c) ヒステリシス係数 $s$

図4.5 各パラメータ(材質:炭素鋼(C=0.2%)).

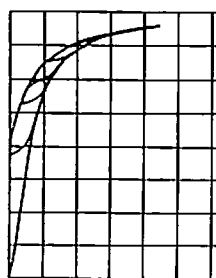
(b) マイナーループ

図4.6に示すような、一定値の直流磁界に直線的に減少する交流が重ねられた、交流磁気記録過程について検討する[12, 15, 18-20]。直流が信号分に相当

図4.6 合成入力波形。



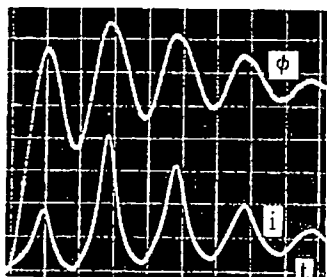
(d)



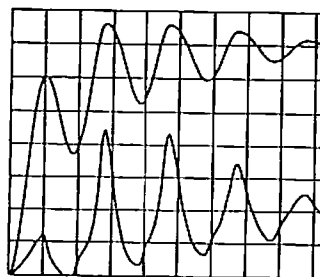
(e)

励磁電圧 ;  
 直流 = 5.03 [V]  
 交流 = 10.06 [V]

磁束  $\phi = 0.022$  [mWb/Div.]  
 電流  $i = 0.4$  [A/Div.]



(f)



(g)

時間  $t = 10$  [ms/Div.]  
 磁束  $\phi = 0.022$  [mWb/Div.]  
 電流  $i = 0.4$  [A/Div.]

図4.7 炭素鋼(C=0.2%)コアのパラメータと計算例。 (a) B vs. H, (b)  $\mu_r$  vs. B, (c)  $(dB/dt) - \mu_r(dH/dt)$  vs. H, (d) マイナーループ(実験値), (e) 同(計算値), (f) 交流バイアス特性(実験値), (g) 同(計算値)。



し交流磁界は動作点を決定するバイアスであり、マイナーループを含んだ比較的複雑な現象である。3種類の材質のコアについて検討を行ったが、その各パラメータを与える曲線、マイナーループ、および時間  $t$  対磁束  $\phi$  と電流  $i$  の計算値および実測値を図4. 7-9に示す。

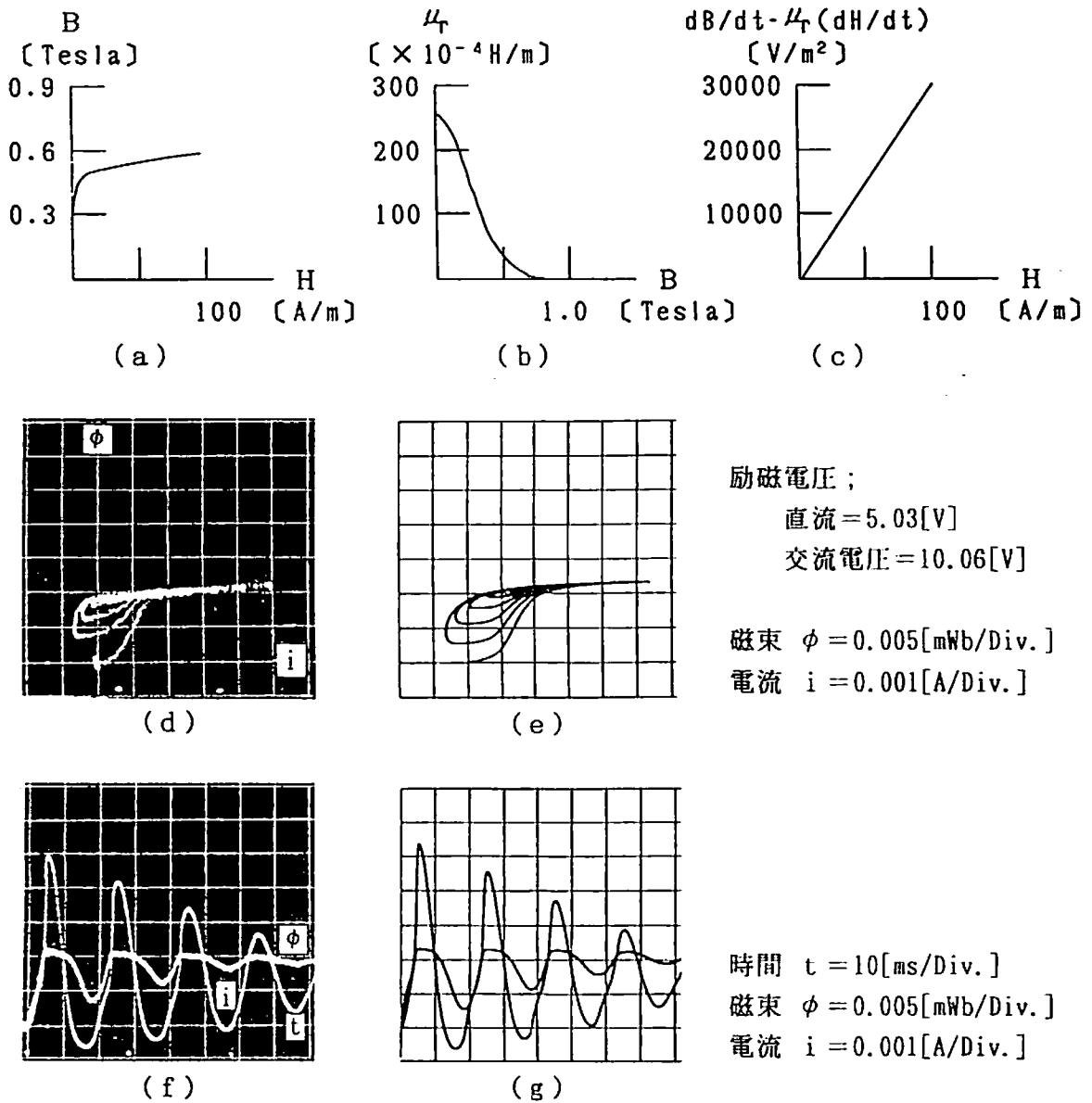
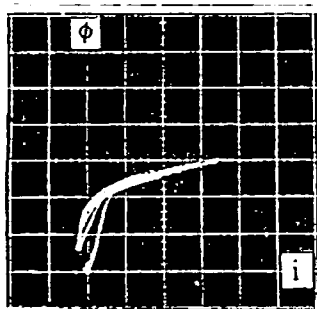
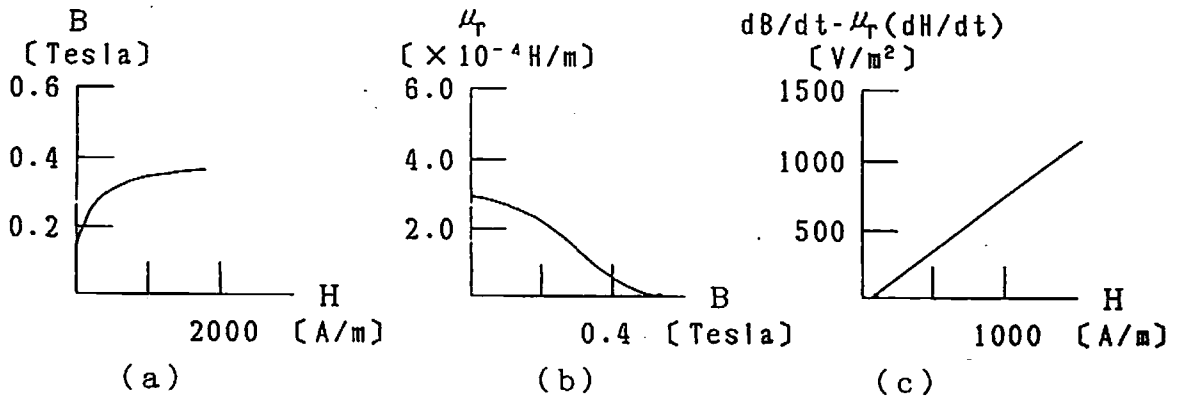
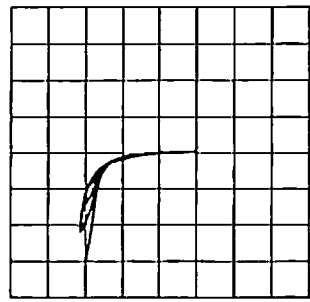


図4.8 MA1アモルファス ((CoFeNiNb)<sub>75</sub>(SiB)<sub>24</sub>) コアのパラメータと計算例.  
 (a)  $B$  vs.  $H$ , (b)  $\mu_r$  vs.  $B$ , (c)  $\frac{dB}{dt} - \mu_r \left( \frac{dH}{dt} \right)$  vs.  $H$ ,  
 (d) マイナーループ(実験値), (e) 同(計算値),  
 (f) 交流バイアス特性(実験値), (g) 同(計算値).



(d)



(e)

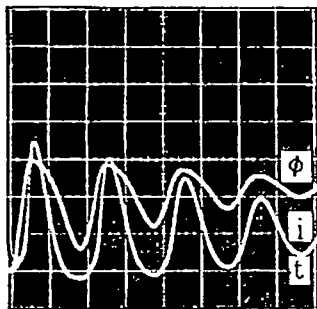
励磁電圧 ;

直流 = 1.35[V]

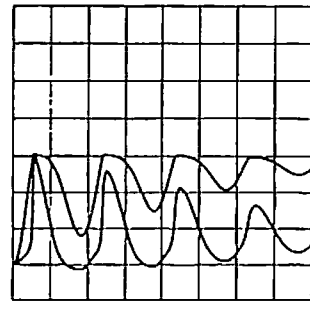
交流 = 2.7[V]

磁束  $\phi = 0.01$  [mWb/Div.]

電流  $i = 0.5$  [A/Div.]



(f)



(g)

時間  $t = 10$  [ms/Div.]

磁束  $\phi = 0.01$  [mWb/Div.]

電流  $i = 0.5$  [A/Div.]

図 4.9 K6Aフェライト ( $Ni_{0.60}Zn_{0.20}(Fe_2O_3)_{2.0}$ , at mol %) コアのパラメータと計算例. (a)  $B$  vs.  $H$ , (b)  $\mu_r$  vs.  $B$ , (c)  $(dB/dt) - \mu_r(dH/dt)$  vs.  $H$ , (d) マイナーループ(実験値), (e) 同(計算値), (f) 交流バイアス特性(実験値), (g) 同(計算値).

### 4.1.3. 半波整流回路

図4.1(a)の回路にダイオードを直列に接続した、図4.10に示すような半波整流回路について検討する[11,12,15]。この半波整流回路では電

流が不連続となり、磁気余効の影響も加味される比較的複雑な現象である。

計算におけるダイオードの抵抗は、電流  $i$  の関数とし、電流  $i$  が負の場合は  $10^{30}[\Omega]$  とし、正または零の場合は  $0[\Omega]$  とした理想的な特性を仮定した。

図4.11に時間対磁束、電流およびマイナーループの計算値と実測値を示す。なお、供試トロイダルコアの各パラメータは図4.5に示してある。

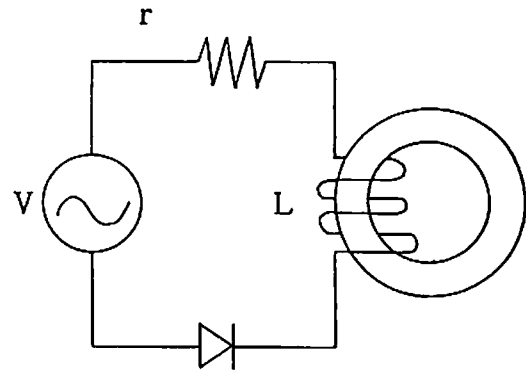
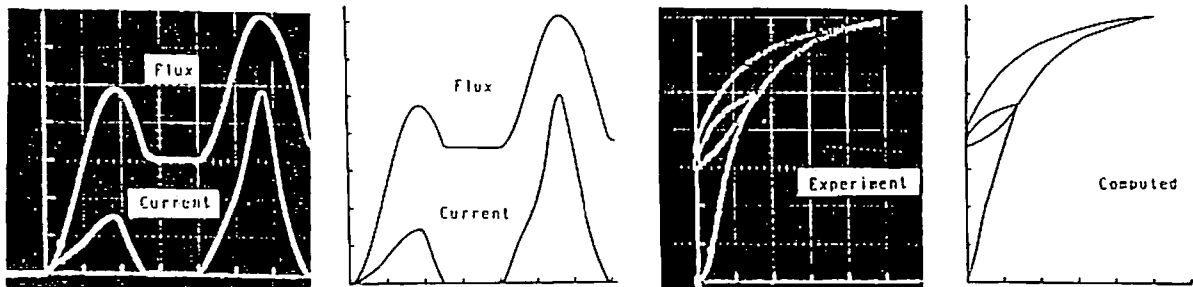


図4.10 半波整流回路。



実験結果

計算結果

実験結果

計算結果

(a) 時間-磁束, 電流

(b) 電流-磁束

図4.11 半波整流回路の解析。

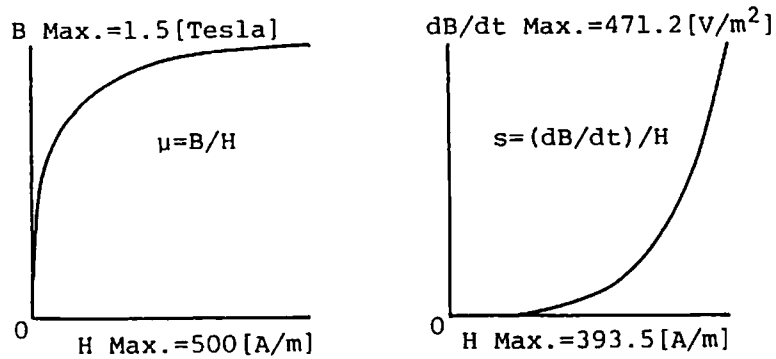
X:5.0[ms/div.], Y:0.022[mWb/div.], 0.2[A/div.]

#### 4.1.4. 磁気余効とスイッチングシミュレーション

磁気余効は磁気記録においては、書き込み速度や記録の再現性に直接関係する重要な特性である。磁気余効には、磁界を印加した場合と磁界を取り去った場合がある。特に、磁界を印加して磁性体の磁化をある方向に転ずることをスイッチングという。ここでは、磁気余効とスイッチングについてシミュレーションを行う[5,6]。供試トロダルコアの各パラメータは図4.12で与えられるが可逆透磁率 $\mu_r$ については、 $\mu_r = 100 \times \mu_0$  ( $\mu_0$ は真空の透磁率)なる一定値と仮定した。図4.13(a)に磁界を取り去った場合の計算例を示す。この結果は明らかに Richter型の磁気余効の傾向を示している[1, p.792], [3, p.302]。同図(b)に階段上の磁界が印加された場合の計算例を示す。同図(c)に、同図(b)で磁束密度Bが最終値の90%に達するまでの時間の逆数を縦軸とし、印加磁界を横軸としたものを描いてある。ここで、(3.19)式の新Chua型構成方程式において階段上磁界が印加された直後を考えると、次式が成り立つ。

$$H u(t) + \frac{\mu_r}{s} H \delta(t) = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} \cong - \frac{1}{s} \frac{dB}{dt}, \quad (4.10)$$

ここで、 $u(t)$ は単位ステップ関数、 $\delta(t)$ はデルタ関数である。(4.10)式の系の固有値は $s/\mu$ であり、磁界の印加直後は印加磁界の大部分は $\frac{1dB}{sdt}$ にかかる。図4.12(b)を観察すれば、 $dB/dt$ が大きくなる程 $s$ も大きくなる。従って、系の固有値 $s/\mu$ も大きくなり、結果として磁束密度Bの立ち上がりも速くなる。以上のことから、図4.13(c)の曲線は図4.12(b)と類似した曲線となることが理解される。さらに、図4.13(c)の曲線は、Bozorth等が測定した印加磁界に対する磁束の伝播速度の曲線(図2.13(d))とも極めて類似した傾向を示す[1, p.498]。これは、図4.13(c)の縦軸が単位長当りの速度とみなせるから、同図はBozorth等の実験結果を良く再現していると考えられる。以上の結果から、図4.12(b)はスイッチング速度に極めて深い関係を有する曲線であり、ヒステリシス係数 $s$ はスイッチング速度を表すパラメータと考えられる[6]。



(a) 透磁率. (b) ヒステリシス係数.

図 4. 1 2 各パラメータを与える曲線.

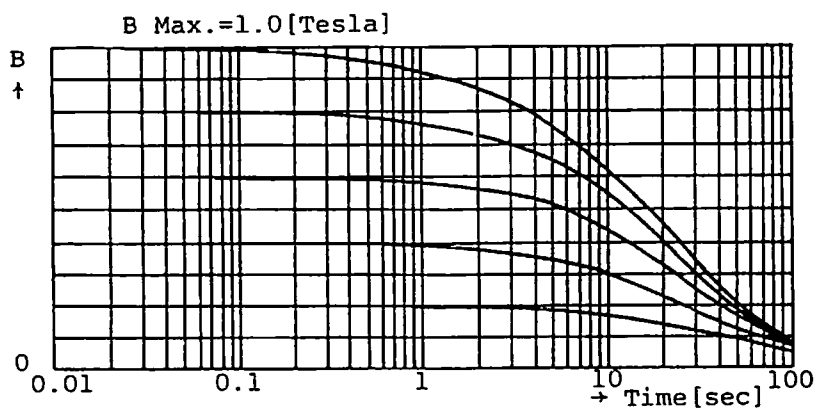


図 4. 1 3 (a) 磁界を取り去った場合の磁気余効.

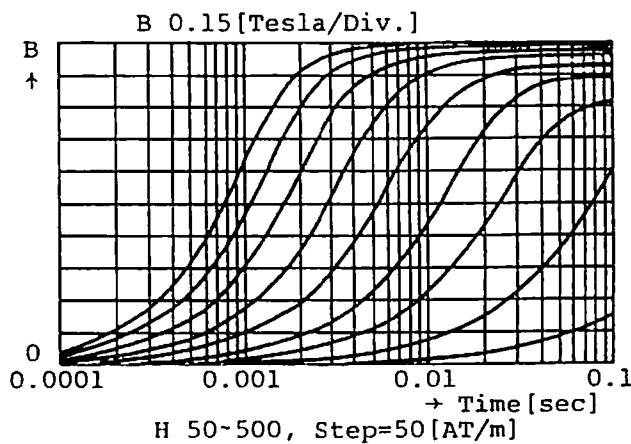


図 4. 1 3 (b) ステップ磁界が印加された場合の磁気余効.

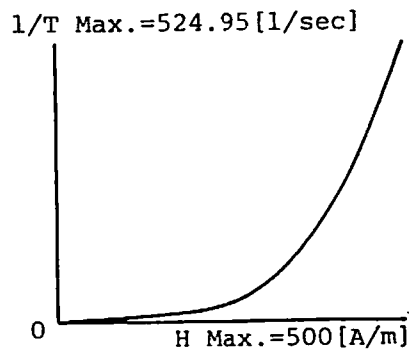


図 4. 1 3 (c) スイッチング特性.

#### 4.1.5. 鉄共振回路

図4.1(a)のトロイダルコアを含んだR-L回路に、直列にコンデンサー-Cを接続した図4.14のR-L-C直列回路では、通常のR-L-C直列回路とは異なった共振現象すなわち鉄共振(ferroresonance)現象を呈する。電源電圧を徐々に増加してゆくとある電圧 $v_r$ で急激に電流が増加し、直列共振が始まるが、この状態から電圧を下げてても直ちに共振は停止せずに持続し、履歴現象を呈する。あるいは、電圧一定で周波数を変化させた場合も同様の現象が起きる。図4.14の直列鉄共振回路に新Chua型構成方程式(3.19)を適用し解析する[12,14,17]。トロイダルコアの等価回路は4.1.1.の場合と同じであるが、電流 $i$ とその時間微分 $di/dt$ は、

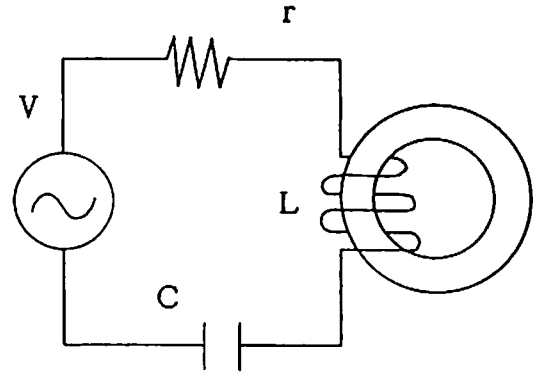


図4.14 R-L-C回路.

$$i = \frac{1}{r} \left( v - v_c - n \frac{d\phi}{dt} \right), \quad (4.11)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{r} \left( \frac{dv}{dt} - \frac{dv_c}{dt} - n \frac{d^2\phi}{dt^2} \right), \quad (4.12)$$

で与えられ、さらに電流 $i$ とコンデンサーの端子電圧 $v_c$ 間には、

$$C \frac{dv_c}{dt} = i, \quad (4.13)$$

の関係がある。(4.11)、(4.12)式を(4.1)式に代入し、(4.1)式と(4.2)式は等しいから

$$\frac{n}{r} \left( v - v_c - n \frac{d\phi}{dt} \right) + \frac{\mu_r n}{s r} \left( \frac{dv}{dt} - \frac{dv_c}{dt} - n \frac{d^2\phi}{dt^2} \right) = \frac{\phi}{L_i} + \frac{1}{R_i} \frac{d\phi}{dt} \quad (4.14)$$

を得る。整理して、

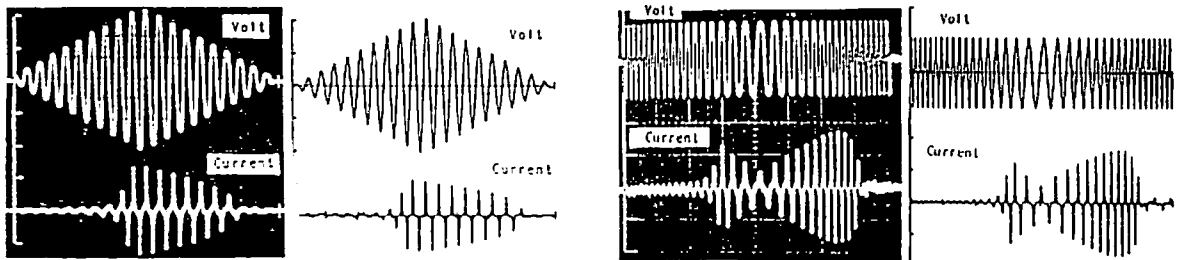
$$\begin{aligned} & \frac{n}{r} \left( v + \frac{\mu_r dv}{s dt} \right) \\ &= \frac{n}{r} \left( v_c + \frac{\mu_r dv_c}{s dt} \right) + \frac{\phi}{L_i} + \left( \frac{1}{R_i} + \frac{n^2}{r} \right) \frac{d\phi}{dt} + \frac{\mu_r n^2 d^2\phi}{s r dt^2}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

を得る。また、(4.11)式と(4.13)式から

$$C \frac{d v_c}{d t} = \frac{1}{r} \left( v - v_c - n \frac{d \phi}{d t} \right), \quad (4.16)$$

を得る。(4.15)式と(4.16)式から、磁束 $\phi$ とコンデンサーの端子電圧 $v_c$ について解くことができる。供試トロイダルコアの各パラメータは、図4.5により与えられる。

図4.15(a)に、電源電圧 $v$ を時間に対して直線的に増加、減少させた場合、同図(b)には、電圧一定で周波数を変化させた場合の実験結果と計算結果を示す。また、同図(c)は、ヒステリシス係数 $s$ を変えることにより鉄共振の履歴現象に及ぼす影響をシミュレーションした結果である。



実験結果

計算結果

実験結果

計算結果

X:50[ms/div.], Y:20[V/div.],  
5[A/div.]

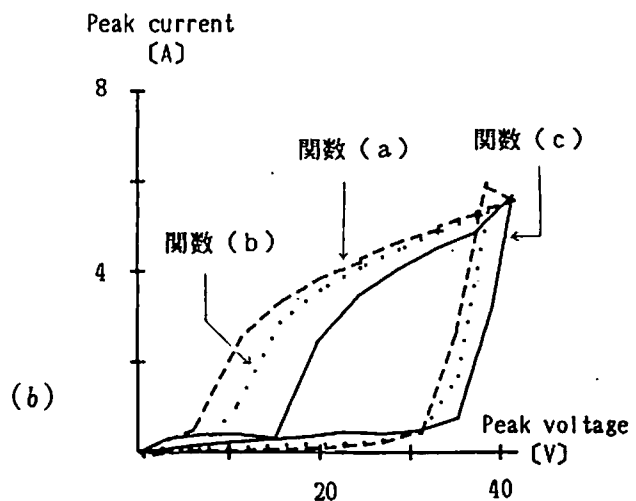
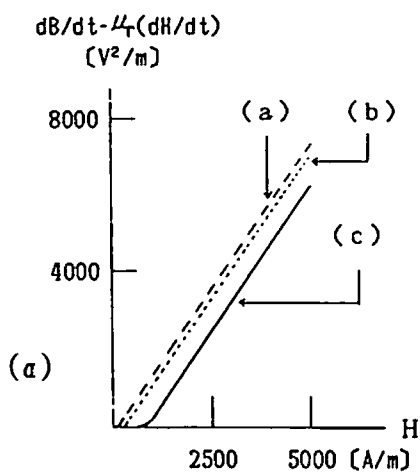
X:100[ms/div.], Y:20[V/div.],  
2[A/div.]

f=50[Hz], 終了0.4秒

f=70→20→70[Hz], 終了0.8秒

(a) 電圧を変化させた場合.

(b) 周波数を変化させた場合.



(c) ヒステリシス係数(a)の違いによる履歴現象(b)の変化. f=50[Hz]

図4.15 R-L-C鉄共振回路の解析.

#### 4.1.6. 磁性体中の B-Hループシミュレーション

磁性体中における B-Hループのシミュレーションのために、図 4. 16 に示す一次元問題に新Chua型構成方程式を適用する[18]。

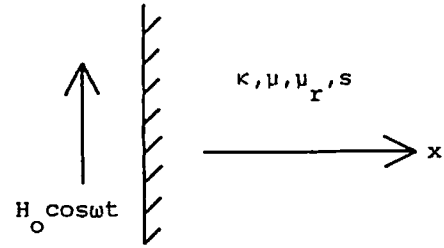


図 4. 16 一次元モデル。

低周波数領域における電磁界を支配する方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (4. 17 a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} , \quad (4. 17 b)$$

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{E} , \quad (4. 17 c)$$

である。(4. 17 a - c) 式より、次式の関係を得る。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = - \kappa \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (4. 18 a)$$

$$\nabla \times \nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = - \kappa \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} . \quad (4. 18 b)$$

また、新Chua型構成方程式(3. 19 b)式より、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} + \frac{\mu_r}{s} \nabla \times \nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \mathbf{B} + \frac{1}{s} \nabla \times \nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (4. 19)$$

が成り立つ。(4. 19)式に(4. 18 a, b)式を代入し、 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ の条件より、次の磁気履歴を考慮した支配方程式が得られる。

$$\nabla^2 \mathbf{B} + \frac{\mu}{s} \nabla^2 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \kappa \mu \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \kappa \frac{\mu \mu_r}{s} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} . \quad (4. 20)$$

ここでは、(4. 20)式の支配方程式を、空間 x 方向については 3 点有限差分近似、時間 t 方向については前進型 Euler法で離散化して、非線形一次元



問題として解く。パラメータ、 $\mu$ ,  $\mu_r$ ,  $s$  は4.1.2.(a)節の図4.5に示したものを使用したが、空間を離散化した時点で、各領域内では一定値をとることを前提としている。

結果を図4.17に示す。表皮効果のため、B-Hループは内部に行く程小さくなることが良く表されている。

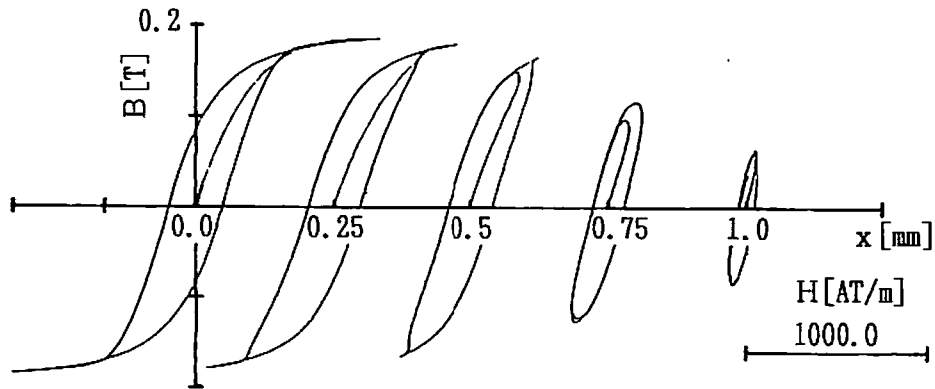


図4.17 磁性体中のB-Hループ。

## 4. 2. 線形化Chua型構成方程式

### 4.2.1. 複素透磁率

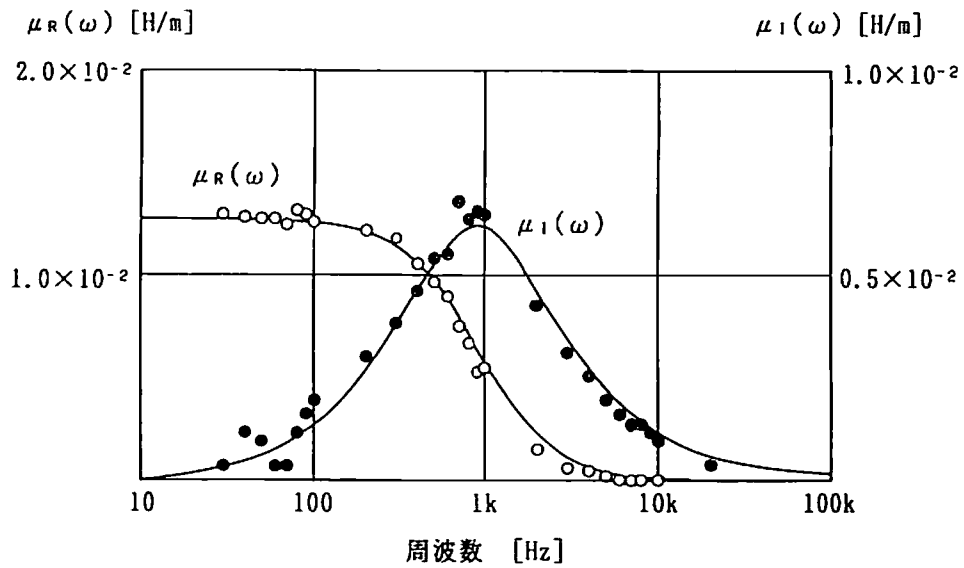
3.2.3.節で述べた、線形化Chua型構成式から導かれる複素透磁率の周波数特性を、高透磁率のフェライト（TDK社、H5c2）と、積層鉄心について吟味した。各パラメータは実験値から（3.36a-c）式を用いて決定され、その値を表4.1に示す。また、計算は表皮効果の影響のない集中定数モデルを仮定して行ったが、この仮定は後に4.2.2.(b)で述べる二次元モデルの有限要素解から妥当であることが示される。

図4.18に複素透磁率の周波数特性の計算値と実験値を示す[38,39]。さらに、集中定数モデルに、（3.22）式の線形化Chua型構成式を適用して得られるB-Hループの周波数特性を図4.19に示す[38,43]。なお、励磁は電圧一定の正弦波である。これらの結果から、計算値、実験値は比較的良好に一致していることがわかり、線形化Chua型構成式から導かれる複素透磁率および線形化Chua型構成式のパラメータ決定法は妥当であると言える。また、パラメータを一定とした線形化Chua型構成式は、高周波での磁性体の磁化特性を再現するのに優れていることがわかる。

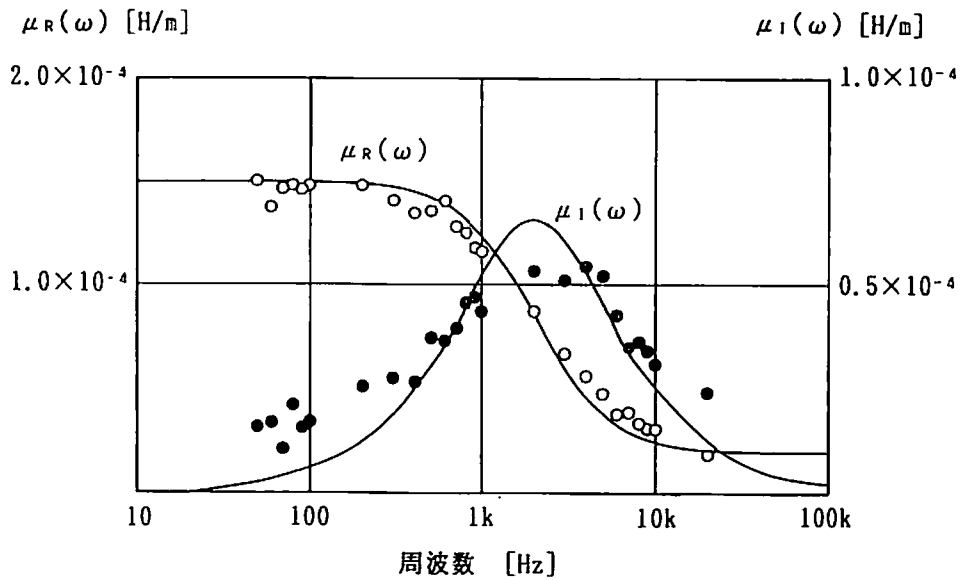
表4.1 線形化Chua型構成式のパラメータ。

	H5c2フェライト (MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> ) <sub>50</sub> (ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> ) <sub>50</sub> at mol %	積層鉄心 炭素鋼(C=0.2%) (1[mm]×10枚=1[cm])
$\mu$ [H/m]	$1.27 \times 10^{-2}$	$1.51 \times 10^{-4}$
$\mu_r$ [H/m]	$3.10 \times 10^{-5}$	$2.10 \times 10^{-5}$
$s$ [ $\Omega$ /m]	54.3	1.898

励磁コイル：900[turns]，サーチコイル：900[turns]



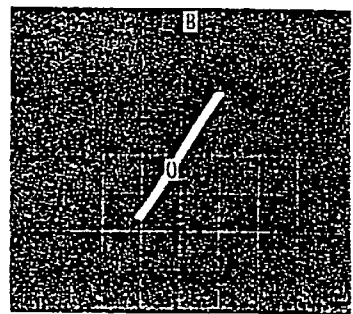
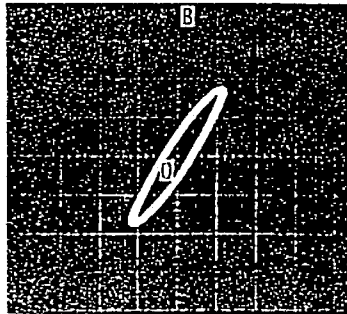
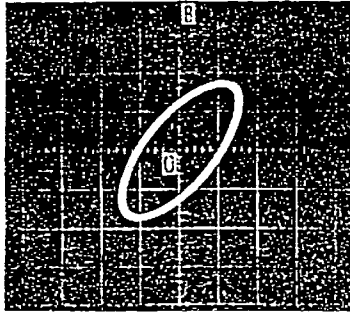
(a) H5c2フェライト.



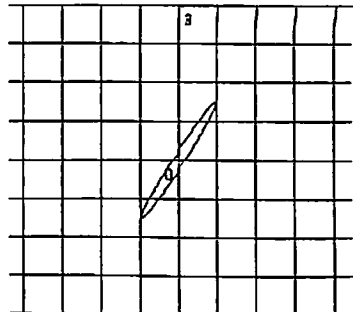
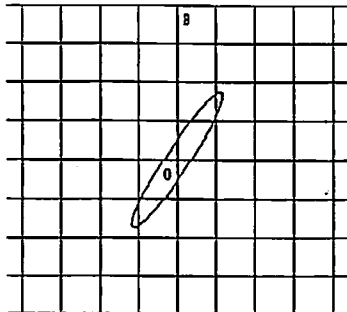
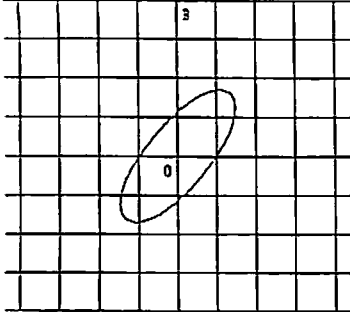
(b) 積層鉄心.

図4.18 複素透磁率の周波数特性。(○, ●: 実験値, -: 計算値)

実験値



計算値



H:0.79[A/m/div.]

B: $2.68 \times 10^{-3}$ [T/div.]

f=1[kHz]

B: $8.92 \times 10^{-4}$ [T/div.]

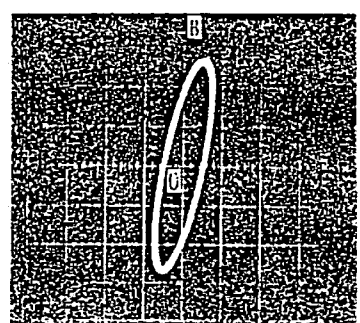
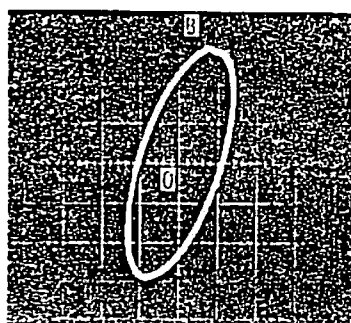
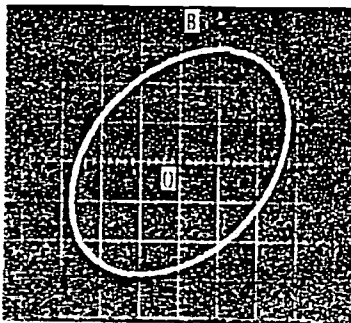
f=3[kHz]

B: $2.68 \times 10^{-4}$ [T/div.]

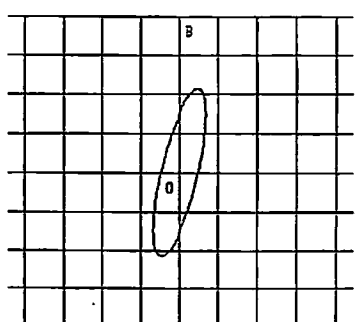
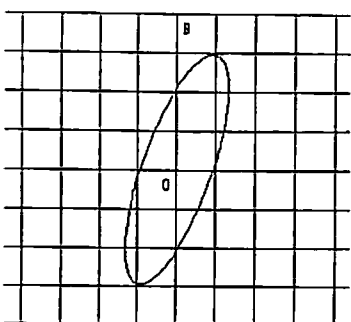
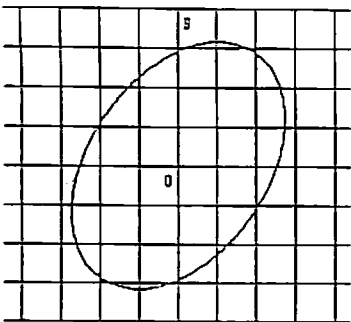
f=10[kHz]

(a) H5c2フェライト.

実験値



計算値



H:3.0[A/m/div.]

B: $3.54 \times 10^{-4}$ [T/div.]

f=1[kHz]

B: $1.18 \times 10^{-4}$ [T/div.]

f=3[kHz]

B: $3.54 \times 10^{-5}$ [T/div.]

f=10[kHz]

(b) 積層鉄心.

図4.19 B-Hループ.

#### 4.2.2. 表皮効果 (skin effect)

##### (a) 一次元解析解

磁性材料の履歴特性、磁壁間の渦電流を考慮した場合、表皮効果がどのように変化するかを調べる[6,9]。一次元モデルは4.1.6.節と同じ図4.16に示すものである。

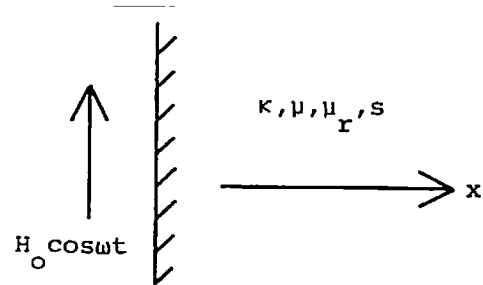


図4.16 一次元モデル.

前述のように、磁気履歴を考慮した支配方程式は、

$$\nabla^2 B + \frac{\mu}{s} \nabla^2 \frac{\partial B}{\partial t} = \kappa \mu \frac{\partial B}{\partial t} + \kappa \frac{\mu \mu_r}{s} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} . \quad (4.20)$$

として与えられる。ここで、パラメータ  $\mu, \mu_r, s$  を一定値とした場合、(3.19)式の新Chua型構成方程式はB-Hループを楕円で近似した線形モデルとなる。ここでは、定常状態を考えるから  $H_0 \cos \omega t = \text{Re} (H_0 e^{j\omega t})$  とし、時間微分は  $\partial / \partial t = j\omega$ ,  $\partial^2 / \partial t^2 = -\omega^2$  とする。また、境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } H = H_0 \cos \omega t, \\ x \rightarrow \infty \text{ で } H \rightarrow 0, \end{array} \right\} \quad (4.21)$$

とする。この問題に対して、(4.20)式は、

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + j\omega \frac{\mu}{s} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = j\omega \kappa \mu B - \omega^2 \kappa \frac{\mu \mu_r}{s} B , \quad (4.22)$$

となるから、これを変形して、

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - \omega \kappa \mu \left\{ \frac{(\mu - \mu_r)}{s^2 + (\omega \mu)^2} + j \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2} \right\} B = 0 , \quad (4.23)$$

が得られる。(4.23)式の一般解は

$$\begin{aligned}
B &= k_1 \varepsilon^{\sqrt{C_1+jC_2} x} + k_2 \varepsilon^{-\sqrt{C_1+jC_2} x} \\
&= k_1 \varepsilon^{\sqrt{W} x + j\sqrt{Y} x} + k_2 \varepsilon^{-\sqrt{W} x - j\sqrt{Y} x}, \\
C_1 &= \frac{\omega^2 \rho \mu (\mu - \mu_r)}{s^2 + (\omega \mu)^2} s, \quad C_2 = \omega \rho \mu \frac{s^2 + \omega^2 \mu \mu_r}{s^2 + (\omega \mu)^2}, \\
\sqrt{C_1 + j C_2} &= \sqrt{W} + j \sqrt{Y}, \\
W &= \frac{1}{2} \{C_1 + \sqrt{C_1^2 + j C_2^2}\}, \quad Y = \frac{1}{2} \{-C_2 + \sqrt{C_1^2 + j C_2^2}\},
\end{aligned}
\tag{4.24}$$

で与えられる。次に、磁界Hと磁束密度Bの関係は、

$$\begin{aligned}
H &= \frac{s + j \omega \mu}{s + j \omega \mu_r \mu} B \\
&= \left(\frac{1}{\mu}\right) \frac{s + j \omega \mu}{s + j \omega \mu_r} \left\{ k_1 \varepsilon^{\sqrt{W} x + j\sqrt{Y} x} + k_2 \varepsilon^{-\sqrt{W} x - j\sqrt{Y} x} \right\},
\end{aligned}
\tag{4.25}$$

で与えられる。さて、(4.21)式より、 $x \rightarrow 0$ ,  $H = H_0$  と  $x \rightarrow \infty$ ,  $H \rightarrow 0$  であるから、

$$\begin{aligned}
H_0 &= \left(\frac{1}{\mu}\right) \frac{s + j \omega \mu}{s + j \omega \mu_r} (k_1 + k_2), \\
k_1 &= 0 \quad \text{より、} \quad k_2 = \mu H_0 \frac{s + j \omega \mu}{s + j \omega \mu_r}, \\
B &= \mu H_0 \frac{s + j \omega \mu_r}{s + j \omega \mu} \varepsilon^{-\sqrt{W} x - j\sqrt{Y} x},
\end{aligned}
\tag{4.26}$$

を得る。よって、磁束密度Bは、

$$\begin{aligned}
 B &= \mu H_0 \sqrt{\frac{s^2 + (\omega \mu_r)^2}{s^2 + (\omega \mu)^2}} \varepsilon^{-\sqrt{W} x} \cos \left\{ \omega t - \sqrt{Y} x - \tan^{-1} \frac{\omega \mu}{s} + \tan^{-1} \frac{\omega \mu_r}{s} \right\} \\
 W &= \frac{\omega \kappa \mu}{2\{s^2 + (\omega \mu)^2\}} \left\{ (\mu - \mu_r) \omega s + \sqrt{(\mu - \mu_r)^2 \omega^2 s^2 + (s^2 + \omega^2 \mu \mu_r)^2} \right\}, \\
 Y &= \frac{\omega \kappa \mu}{2\{s^2 + (\omega \mu)^2\}} \left\{ -(\mu - \mu_r) \omega s + \sqrt{(\mu - \mu_r)^2 \omega^2 s^2 + (s^2 + \omega^2 \mu \mu_r)^2} \right\},
 \end{aligned}
 \tag{4.27}$$

で与えられる。(4.25)式と(4.27)式から、図4.16の磁性体中のB-Hループを描くと図4.20(a)のようになる。

また、磁束浸透の深さを表す skin depth  $S_d$  は、磁束密度Bが表面の値の  $1/\varepsilon = 1/2.71828$  になる深さと定義されるから、

$$S_d = \frac{1}{\sqrt{W}} = \frac{1}{\omega \kappa \mu} \frac{1}{\sqrt{(\mu - \mu_r) \omega s + \sqrt{(\mu - \mu_r)^2 \omega^2 s^2 + (s^2 + \omega^2 \mu \mu_r)^2}}}
 \tag{4.28}$$

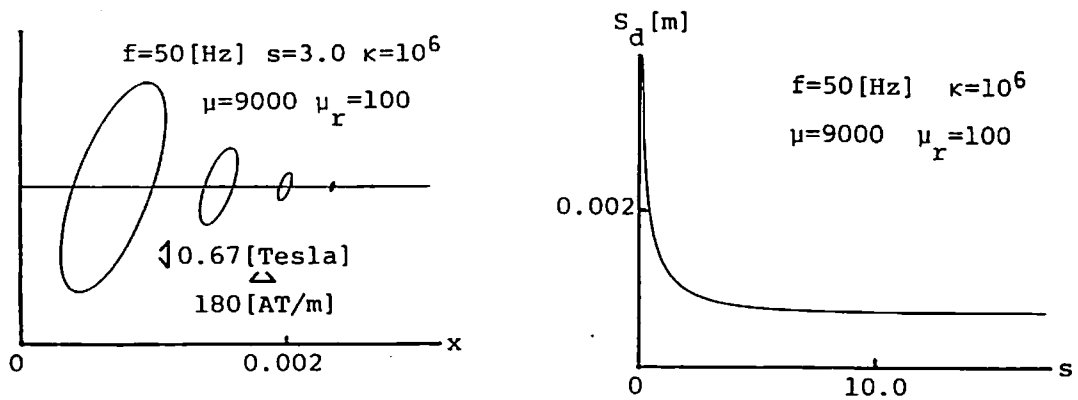
となる。(4.28)式による skin depth  $S_d$  の計算例を第4.20(b)図に示す。(4.28)式で、磁気履歴や渦電流が存在しない場合は、

$$S_d \Big|_{s \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu}},
 \tag{4.29}$$

となる。また、逆に磁気履歴や渦電流が極めて大きい場合は、

$$S_d \Big|_{s \rightarrow 0} = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa \mu_r}},
 \tag{4.30}$$

となる。一般に  $\mu > \mu_r$  であるため、磁気履歴や渦電流は skin depth を深くすることになる。



(a) 材料中の深さによる B-H ループ (b) skin depth とヒステリシス係数 s の関係.

図 4. 2 0 線形次元問題.

(b) 二次元数値シミュレーション

4.2.1. 節では、線形化 Chua 型構成方程式より導かれた複素透磁率の周波数特性を吟味し、これを用いて集中定数系と仮定した磁性体中の B-H ループを再現し実験値と比較したが、ここでは、同一試料 (TDK、H5c2) を二次元モデルとして有限要素法を適用し、変位電流を無視した場合の磁性体内部の B-H ループをシミュレーションし検討する [21, 38]。解析モデルは図 4. 2 1 に示すようなトロイダルコアの断面で、トロイダルコアの半径は充分大きく、コア部分から磁束が漏れないと仮定した x-y 平面である。なお、解析は対称性のため、同図斜線部の 1/8 領域について行った。

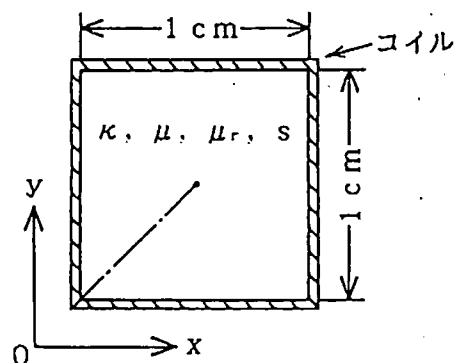


図 4. 2 1 二次元モデル.



i) 支配方程式

変位電流が無視できる場合の電磁界系は、次の Maxwell の方程式で表される。

$$\nabla \times \hat{E} = -j \omega \hat{B} , \quad (4.31a)$$

$$\nabla \times \hat{H} = -\hat{J} , \quad (4.31b)$$

$$\hat{J} = \kappa \hat{E} , \quad (4.31c)$$

$$\hat{B} = \hat{\mu}_c(\omega) \hat{H} , \quad (4.31d)$$

ここで、 $\hat{E}$ 、 $\hat{J}$ 、 $\kappa$  は、それぞれ複素電界、複素電流、および導電率である。また、 $\hat{\mu}_c(\omega)$  は (3.23) 式の線形化 Chua 型構成方程式から導かれる複素透磁率である。(4.31a) - (4.31d) 式から次の支配方程式が得られる。

$$\nabla^2 B + \alpha B = 0 , \quad (4.32a)$$

$$\alpha = \omega \kappa \mu \left( \frac{\omega \mu_r - j s}{s + j \omega \mu} \right) , \quad (4.32b)$$

(4.32) 式は、係数  $\alpha$  が複素数になっている同次型の Helmholtz の方程式であるから、通常有限要素法が適用できる [48]。なお、励磁コイルとコアの境界での磁束密度  $B$  の境界条件は、次式によるものとする。

$$\frac{1}{|\hat{\mu}_c(\omega)|} B \Big|_{\Gamma} = H_m \cos \omega t \Big|_{\text{コイル}} , \quad (4.33)$$

ii) B-Hループと表皮効果

以上の式を用いて、図 4.21 のトロダルコア断面の対角線  $k$  軸上における B-Hループ群を求めた結果を図 4.22 に示す。1~10kHz 程度の周波数帯ではコア表面、内部とも同じループを呈し、内部まで均一に磁化されており表皮効果は現れていないことがわかる。このことは、4.2.1. 節において複素透磁率の周波数特性を計算した際、集中定数モデルを仮定したこと（均一磁束分布）が妥当であることを示している。すなわち、1~10kHz 程度の周波数帯ではコア全体が機能していることがわかる。また、図 4.22 の B-Hループの周波数特性は、表皮効果等の分布定数的効果によるものではなく、複素透磁率  $\hat{\mu}_c(\omega)$  の周波数特性によるものである。

次に、周波数帯をさらに高くして表皮効果の影響を調べた結果を図4. 23に示す。100MHzでは表皮効果の影響が現れているのがわかる。試料H5c2フェライトの使用上限周波数は規格では100kHzとなっているが、図4. 23の結果はかなり余裕を持たせた規格であることがわかる。

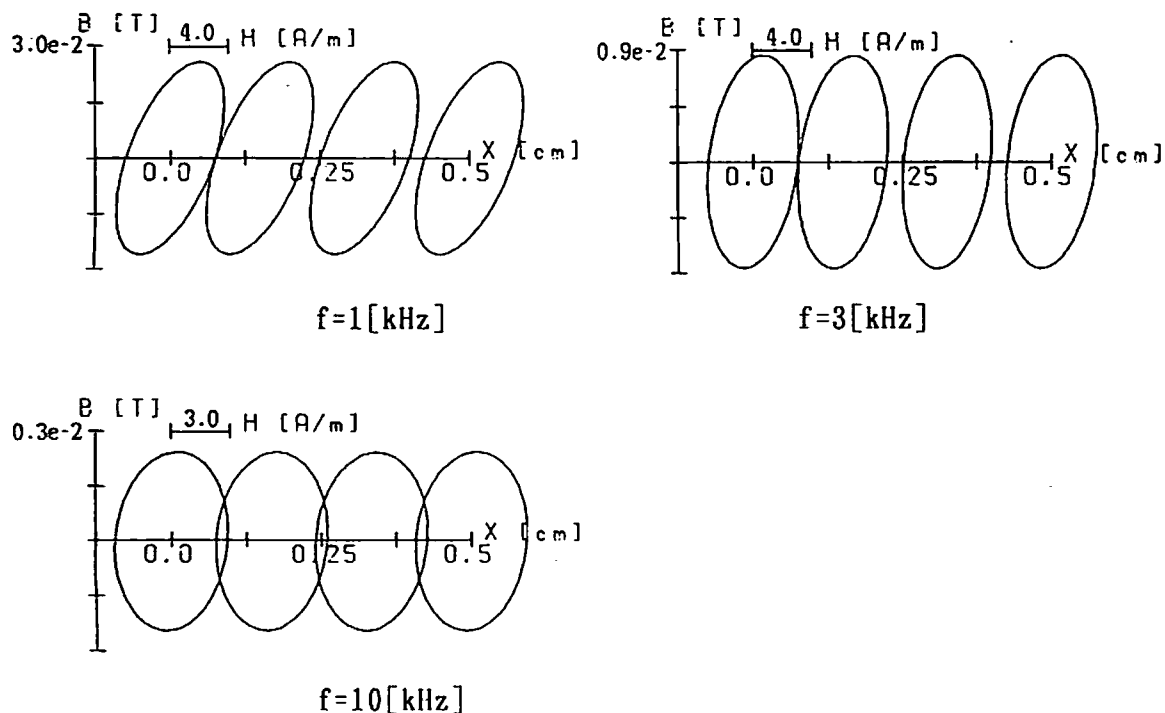


図4. 22 コア内部のB-Hループ。

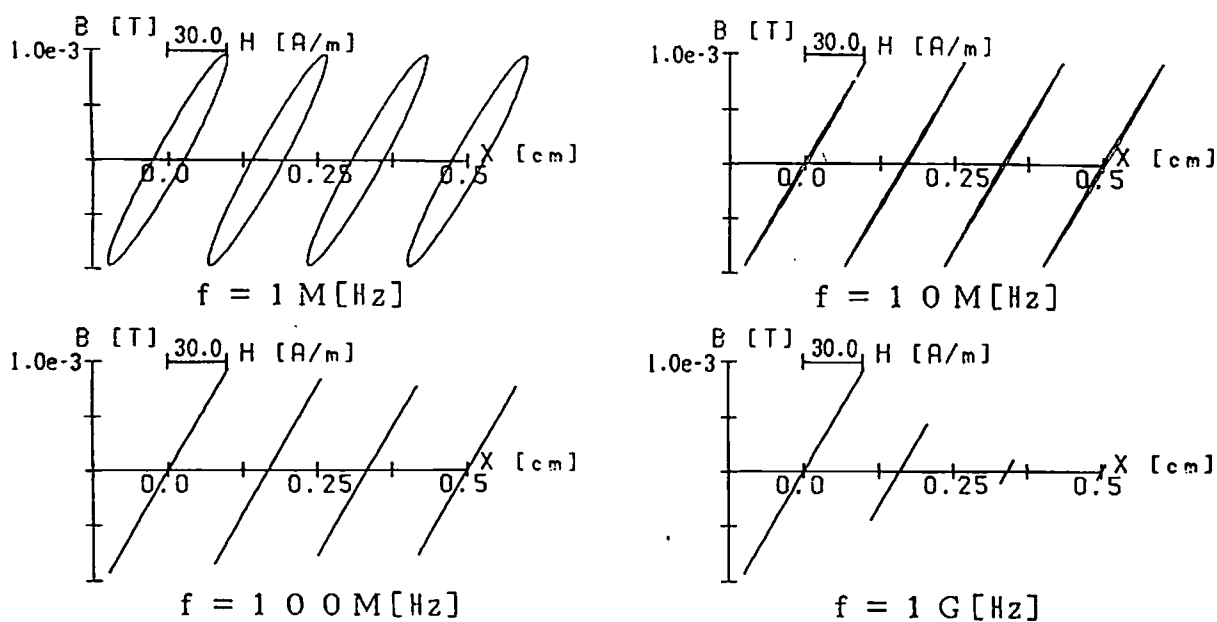


図4. 23 高周波における表皮効果。

#### 4. 3. まとめ

本章では、第3章で提案した新Chua型構成方程式を用いて実験的検証と数値シミュレーションを行った。

4.1.節では、まず、トロイダルコアの電氣的等価回路を新Chua型構成方程式より導いた。この等価回路の妥当性を検証するために、R-L回路を用いてリアクトル中のB-Hループの周波数特性や交流バイアスの加わった場合のマイナーループ、および半波整流回路の磁束の時間変化について実験値と解析値の比較を行い、さらに、磁気余効とスイッチングについてのシミュレーション結果を示した。次に、R-L-C直列の鉄共振回路についても実験値と解析値の比較を行った。その結果、新Chua型構成方程式は複雑な現象も良く表現できることを示した。

4.2.節では、線形化Chua型構成方程式から導かれる複素透磁率の周波数特性、および磁性体中のB-Hループの実験値と計算値を示し、線形化Chua型構成方程式は良好な再現性を有することを示した。また、線形化Chua型構成方程式を用いて表皮効果について検討し、一次元モデルにおける磁性体中の深さによるB-Hループの違いをシミュレーションした結果を示し、磁気履歴は表皮浸透を深くすることを示した。さらに、二次元モデルについてB-Hループの周波数特性および高周波における表皮効果をシミュレーションした結果を示した。

## 第5章 結 言

本論文では、現在広汎に使用されている電気・磁気装置の解析・設計において重要な課題である、数値解析に適した強磁性体の磁化特性を表す構成方程式を提案し、その妥当性について理論的、実験的に検証を行った。

第2章では、まず、磁性材料の特性を表す各種の磁化曲線すなわち初期磁化曲線、正規磁化曲線、理想磁化曲線それぞれの性質およびB-Hループとの関係について述べた。また、減磁曲線と永久磁石について述べた。さらに、磁気余効や周波数特性についても述べ、最後に磁化特性を表す主なパラメータとしての透磁率の定義づけを行った。

次に、強磁性体は自発磁化を持つ磁区から成り立ち、磁界の増減による磁区及び磁区内の自発磁化の方向の変化、あるいは磁区を取り囲む磁壁が移動する際の損失によるエネルギー変化を考えることによって磁気飽和現象、磁気履歴現象を説明でき、先に述べた各種磁化曲線の性質も、磁区及び磁壁の変化状態を考察する磁区理論によって説明できることを示した。また、短冊状磁区モデルを用いて磁区の挙動と透磁率、可逆透磁率の関係を調べ、透磁率は外部磁界に応じて変化する磁壁数に対応するパラメータ、可逆透磁率は外部磁界に対する磁壁数の変化率に対応するパラメータであることを明らかにした。

第3章では、磁性体の磁化特性を表す新しい巨視的構成方程式の提案を行い、従来から知られている構成方程式との関係について理論的吟味を行った。

まず、磁束密度が時間に対して正弦波状に変化する場合、磁界は歪波となるがこれをフーリエ級数で表し、磁束密度と磁界間のパラメータを透磁率、磁束密度の時間微分と磁界間のパラメータをヒステリシス係数として構成方程式を導き、これをフーリエ級数からの古典Chua型構成方程式として提案した。

次に、短冊状磁区モデルを用いて、静的な磁化特性を表すパラメータを透磁率、動的な磁化特性すなわち磁区状態の変化を表すパラメータを可逆透磁率およびヒステリシス係数とした構成方程式を導き、これを新Chua型構成方程式として提案した。また、高周波領域における線形動作を前提として、線形化Chua形構成方程式から複素透磁率を導き、その周波数特性、損失について述べた。さらに、新Chua型構成方程式とHodgedonの数学的構成方程式との関係を調べ、そのパラメータの対応性から、新Chua型構成方程式と実質的に同一であることを示した。

また、磁性体が単位磁化ベクトルを持つと仮定して導かれた古典Preisach型構成方程式について述べ、Preisachの分布関数は初期磁化過程のRayleigh範囲ではRayleighの定数に等しいことを示した。また、古典Preisach型構成方程式

では磁気ヒステリシスは表現できるが磁気飽和は表せないことを示した。

さらに、新Chua型構成方程式と古典Preisach型構成方程式の関係を調べ、新Chua型構成方程式のヒステリシス係数とPreisachの分布関数が直接関係づけられることを示し、両者を複合した新Preisach型構成方程式を導き、これによって正規磁化曲線、理想磁化曲線、磁気余効を説明した。

最後に、新Chua型構成方程式を用いて鉄損を表し、磁壁の運動を考えることにより、周波数に比例するヒステリシス損、および周波数の自乗に比例する渦電流損からなる式を導き、それらの関係を述べた。また、榊等が提唱した渦電流損失を評価する式を引用し、これにおけるパラメータが新Chua型構成方程式のヒステリシス係数と密接な関係があることを示した。さらに、新Chua型構成方程式を線形化して鉄損の近似式を導いた。

第4章では、前章で提案した新Chua型構成方程式を用いて実験的検証と数値シミュレーションを行った。

まず、トロイダルコアの電氣的等価回路を新Chua型構成方程式より導いた。この等価回路の妥当性を検証するために、R-L回路を用いてリアクトル中のB-Hループの周波数特性や交流バイアスの加わった場合のマイナーループ、および半波整流回路の磁束の時間変化について実験値と解析値の比較を行い、さらに、磁気余効とスイッチングについてのシミュレーション結果を示した。また、R-L-C直列の鉄共振回路についても実験値と解析値の比較を行った。その結果、新Chua型構成方程式は複雑な現象も良好に表現できることを示した。

次に、線形化Chua型構成方程式から導かれる複素透磁率の周波数特性、および磁性体中のB-Hループの実験値と計算値を示し、線形化Chua型構成方程式は良好な再現性を有することを示した。また、線形化Chua型構成方程式を用いて表皮効果について検討し、一次元モデルにおける磁性体中の深さによるB-Hループの違いをシミュレーションした結果を示し、磁気履歴は表皮浸透を深くすることを示した。さらに、二次元モデルについてB-Hループの周波数特性および高周波における表皮効果をシミュレーションした結果を示した。

以上、本論文で提案した新Chua型構成方程式は、電気・磁気装置において広汎に使用されている磁性体中の複雑な磁化特性の解析に有用であるとともに、機器の高周波化による線形動作における磁化特性も、良好にシミュレーションできることを示した。

## 謝 辞

本論文は、筆者が磁化特性の表現法の研究を思い立ってから12年来発表してきたものをまとめました。その間、内容は種々の変化を経てきましたが、常に熱心にご指導頂いた斎藤兆古教授に深く感謝致します。また、磁気工学の面白さを教えて頂き本論文をまとめる動機となった、元法政大学教授、東北大学名誉教授・津屋 昇先生のアドバイスに感謝いたします。さらに、磁区理論をはじめとしてご親切にご教授下さった電気学会マグネティックス技術委員会委員長、千葉大学教授・榎 陽先生には大変お世話をかけました。厚くお礼を申し上げます。大分大学助教授・榎園正人先生にも貴重なご助力を頂きました。お礼申し上げます。発表の機会を頂き、種々の有用なディスカッションをして頂いた、電気学会マグネティックス研究会の皆様にもお礼申し上げます。最後に、つたない原稿を読んで頂きました栗山一男教授および斎藤利通助教授に感謝致します。

## 参考文献

- [1] R.M. Bozorth, "Ferromagnetism" (Van Nostrand, 1951).
- [2] 太田恵造, 「磁気工学の基礎 II - 磁気の応用 -」 (共立出版, 昭和57年)
- [3] 近角聰信, 「強磁性体の物理 (下)」 (裳華堂, 昭和59年)
- [4] Y.Sakaki, "An approach estimating the number of domain walls and eddy current losses in grain-oriented 3 % Si-Fe tape wound cores," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-16, pp.569-572, 1980.
- [5] Y.Saito, S.Hayano, Y.Kishino, K.Fukushima, H.Nakamura and N.Tsuya, "A representation of magnetic aftereffect," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-22, No.5, pp.647-649, September 1986.
- [6] 斎藤兆古, 早野誠治, 福島一弘, 高橋和正, 木住野泰光, 「磁化特性のモデリング その2. 新Chua型モデルとその基本特性」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-86-110, 1986年10月17日.
- [7] 斎藤兆古, 奥野一巳, 早野誠治, 福島一弘, 「磁化特性のモデリング その3. 新Chua型モデルの応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-86-111, 1986年10月17日.
- [8] 斎藤兆古, 福島一弘, 早野誠治, 津屋 昇, 「楕円近似ヒステリシスモデルによる損失計算」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-63, 1986年6月24日.
- [9] Y.Saito, K.Fukushima, S.Hayano and N.Tsuya, "Application of a Chua type model to the loss and skin effect calculations," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-23, No.5, pp.2227-2229, September 1987.
- [10] 斎藤兆古, 早野誠治, 津屋昇, 榊 陽, 「磁化特性の表現法と磁区理論」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-88, 1988年4月22日.
- [11] 斎藤兆古, 並木 勝, 早野誠治, 「磁化特性の表現とその集中回路への応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-89, 1988年4月22日.
- [12] 並木 勝, 早野誠治, 斎藤兆古, 「新Chua型磁化特性モデルの集中定数モデルによる妥当性の吟味」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-174, 1988年10月12日.
- [13] Y.Saito, S.Hayano, and Y.Sakaki, "A parameter representing eddy current loss of soft magnetic materials and its constitutive equation," Journal of Applied Physics, Vol.64, No.10, pp.5684-5686, November 1988.
- [14] 並木 勝, 大原忠年, 早野誠治, 斎藤兆古, 「新Chua型モデルによる磁心

- 特性の表現と回路解析への応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-89-65, 1989年3月17日.
- [15] Y.Saito, M.Namiki, S.Hayano and N.Tsuya, "Experimental verification of a Chua type magnetization model," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.25, No.4, pp.2968-2970, July 1989.
- [16] 斎藤兆古, 早野誠治, 「磁化特性の表現とその応用」, 日本応用磁気学会誌, Vol.13, No.5, pp.594-597, 1989.
- [17] Y.Saito, M.Namiki, and S.Hayano, "A representation of magnetization characteristics and its application to the ferroresonance circuits," Journal of Applied Physics, Vol.67, No.9, pp.4738-4740, May 1990.
- [18] 早野誠治, 宮崎 淳, 並木 勝, 斎藤兆古, 「磁界計算のための構成式」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-90-33, RM-90-45, 1990年8月2日.
- [19] 早野誠治, 並木 勝, 宮崎 淳, 斎藤兆古, 「Chua型モデルのパラメータ決定法について」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-90-89, 1990年8月22日.
- [20] S.Hayano, M.Namiki, and Y.Saito, "A magnetization model for computational magnetodynamics," Journal of Applied Physics, Vol.69, No.8, pp.4614-4616, April 1991.
- [21] S.Hayano, H.Saotome, A.Miyazaki and Y.Saito, "A representation of magnetization characteristics for computational magnetodynamics," International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Vol.2, No.4, pp.353-358, April 1992.
- [22] F.Brailsford, "Investigation of the eddy current anomaly in electrical sheet steels," Journal of Institute of Electrical Engineers, Vol.75, pp.38-48, 1948.
- [23] R.H.Pry and C.P.Bean, "Calculation of the energy loss in magnetic sheet materials using a domain model," Journal of Applied Physics, Vol.29, No.3, pp.532-533, March 1958.
- [24] 榊 陽, 佐藤敏郎, 「磁心特性の一表現法と等価渦電流抵抗」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-89-64, 1989年3月17日.
- [25] Y.Sakaki and S.Imagi, "Relationship between eddy current losses and equivalent number of domain walls in polycrystalline and amorphous soft magnetic materials and its application to minor loop loss estimation," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-18, No.6,

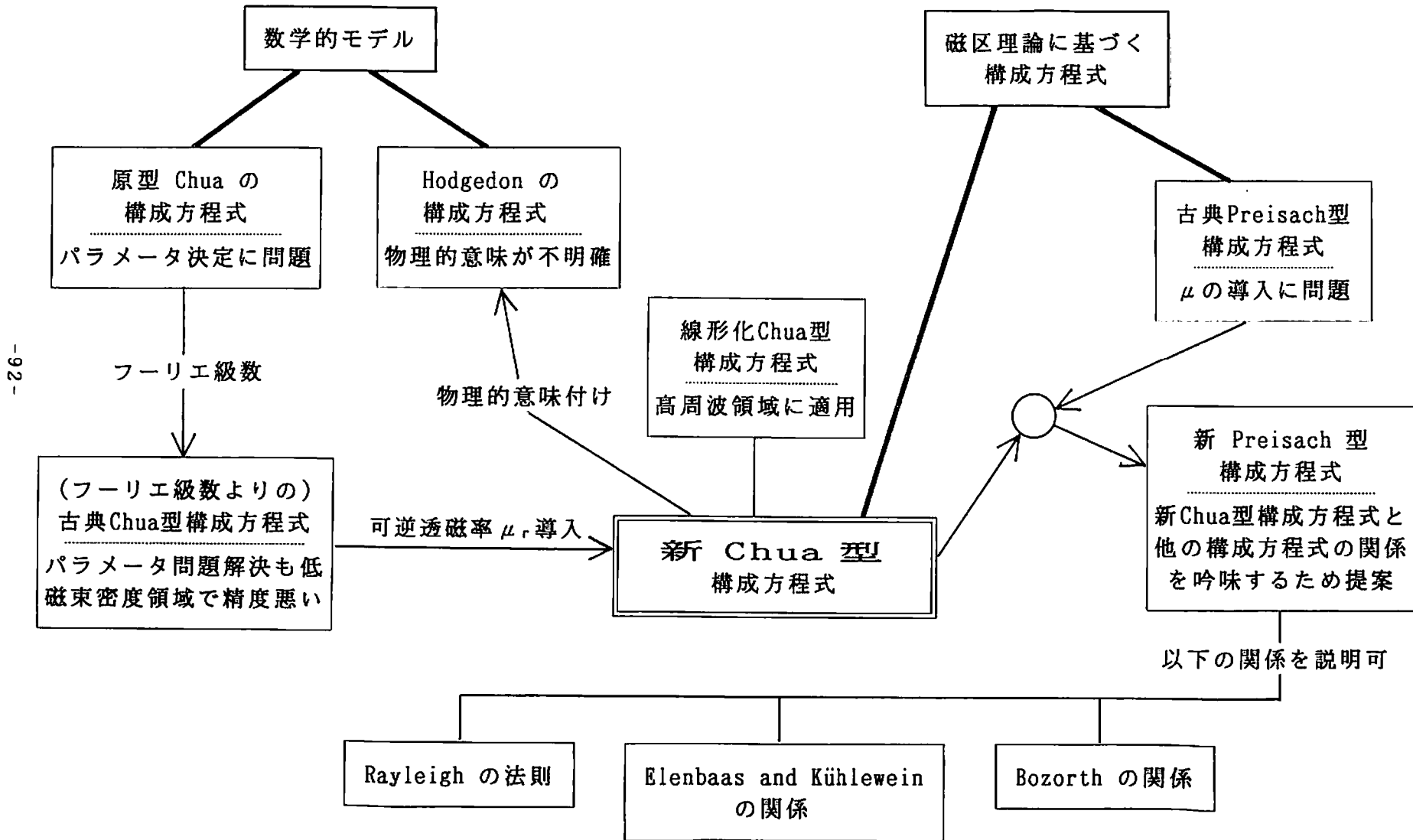


pp.1840-1842, (1982).

- [26] 斎藤兆古, 早野誠治, 中村秀男, 木住野泰光, 古郡淳司, 津屋 昇, 「フーリエ級数による磁化特性の表現」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-64, 1985年7月18日.
- [27] Y.Saito, S.Hayano, H.Nakamura, Y.Kishino and N.Tsuya, "A representation of magnetic hysteresis by Fourier series," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 54-57, pp.1613-1614, 1986.
- [28] 斎藤兆古, 早野誠治, 福島一弘, 木住野泰光, 津屋 昇, 「磁化特性のモデリング」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-86-109, 1986年10月17日.
- [29] Y.Saito, Y.Kishino, K.Fukushima, S.Hayano, and N.Tsuya, "Modelling of magnetization characteristics and faster magnetodynamic field computation," *Journal of Applied Physics*, Vol.63, No.8, pp.3174-3178, April 1988.
- [30] Y.Saito, H.Saotome, S.Hayano and T.Yamamura, "Modelling of non-linear inductor exhibiting hysteresis loops and its application to the single phase parallel inverters," *IEEE Transactions on magnetics*, Vol.MAG-19, No.5, pp.2189-22191, September 1983.
- [31] Y.Saito, H.Saotome, S.Hayano and T.Yamamura, "Modelling of hysteretic and anisotropic magnetic field problems," *IEEE Transactions on magnetics*, Vol.MAG-19, No.5, pp.2189-22191, September 1983.
- [32] 斎藤兆古, 早野誠治, 津屋 昇, 早乙女英夫, 「非線形インダクタのモデリングとその単相並列インバータへの応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-83-108, 1983年11月18日.
- [33] 斎藤兆古, 早野誠治, 津屋 昇, 「磁気ヒステリシスに関する一考察」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-84-5, 1984年1月26日.
- [34] Y.Saito, S.Hayano, T.Yamamura and N.Tsuya, "A representation of magnetic hysteresis," *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol.MAG-20, No.5, pp.1434-1436, September 1984.
- [35] Y.Saito, S.Hayano, T.Yamamura and H.Saotome, "Hysteretic field in toroidal reactor," *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol.MAG-20, No.5, pp.1965-1967, September 1984.
- [36] Y.Saito, S.Hayano and N.Tsuya, "Digital simulation of parallel inverters," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 49, pp.109-119, 1985.

- [37] L.O.Chua and K.A.Stromsmoe, " Lumped circuit models for nonlinear inductor exhibiting hysteresis loops, " IEEE Transactions on Circuit Theory, Vol.CT-17, No.4, pp.564-574, November 1970.
- [38] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「高周波における磁化特性と構成式」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-90-34, RM-90-46, 1990年8月2日.
- [39] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「線形化Chua型磁化特性モデルと複素透磁率について」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-90-90, 1990年8月22日.
- [40] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「複素透磁率を用いた開領域動磁界の有限要素解」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-85, 1991年8月22日.
- [41] 早野誠治, 宮崎 淳, 斎藤兆古, 「磁性薄膜磁化特性測定に関する考察」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-182, 1991年9月25日.
- [42] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「新方式薄膜磁化特性測定法の提案」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-183, 1991年9月25日.
- [43] S.Hayano, A.Miyazaki, and Y.Saito, " Frequency characteristics of the complex permeability and its application to the FEM solution," Journal of Applied Physics, Vol.69, No.8, pp.4838-4840, April 1991.
- [44] S.Hayano, A.Miyazaki and Y.Saito, " Finite element solution of the open boundary hysteretic field problems using complex permeability and its application to the high frequency characteristic measurements for the thin magnetic films, " Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, 3, pp.457-460, September 1992.
- [45] S.Hayano, I.Marinova, and Y.Saito, " New complex permeability measurement device for thin magnetic films, " Journal of Applied Physics, Vol.75, No.10, pp.6887-6889, May 1994.
- [46] M.L.Hodgedon, " Application of a theory of ferromagnetic hysteresis," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-24, No.1, pp.218-221, January 1988.
- [47] F.Preisach, " Über die magnetische nachwirkung, " Zeitschrift für Physik, Vol.94, No.5-6, pp.277, February 1935.
- [48] P.P.Silvester and R.L.Ferrari, " Finite element for electrical engineers," (Cambridge University Press. Cambridge, 1983).

新 Chua 型構成方程式 と 他の構成方程式 との 関係。



付録. 新 Chua 型構成方程式 と 他の構成方程式 との 関係.

## 研究業績

### 主著論文－（査読）

- [ 1 ] S.Hayano, M.Namiki and Y.Saito, " A magnetization model for computational magnetodynamics," Journal of Applied Physics, Vol.69, No.8, pp.4614-4616, April 1991.
- [ 2 ] S.Hayano, A.Miyazaki and Y.Saito, " Frequency characteristics of the complex permeability and its application to the FEM solutions of hysteretic fields," Journal of Applied Physics, Vol.69, No.8, pp.4838-4840, April 1991.
- [ 3 ] S.Hayano, Y.Nakajima, H.Saotome and Y.Saito, " A new type high frequency transformer," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.27, No.6, pp.5205-5207, November 1991.
- [ 4 ] S.Hayano, H.Saotome, A.Miyazaki and Y.Saito, "A representation of magnetization characteristics for computational magnetodynamics," International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Vol.2, No.4, pp.353-358. April 1992.
- [ 5 ] S.Hayano, A.Miyazaki and Y.Saito, " Finite element solution of the open boundary hysteretic field problems using complex permeability and its application to the high frequency characteristic measurements for the thin magnetic films, " Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.3, pp.457-460, September 1992.
- [ 6 ] S.Hayano, T.Kato and Y.Saito, " A designing strategy based on the inverse analysis, " Elsevier studies in applied electromagnetics in materials, Vol.5, pp.205-208, January 1994.
- [ 7 ] S.Hayano, Y.Midorikawa and Y.Saito, " The film transformer," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.5, pp.257-260, January 1994.
- [ 8 ] S.Hayano, I.Marinova, and Y.Saito, " New complex permeability measurement device for thin magnetic films, " Journal of Applied Physics, Vol.75, No.10, May 1994.

共著論文－（査読）

- [ 1 ] Y.Saito, H.Saotome, S.Hayano and T.Yamamura, " Modelling of nonlinear inductor exhibiting hysteresis loops and its application to the single phase parallel inverters," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-19, No.5, pp.2189-2191, September 1983.
- [ 2 ] Y.Saito, Saotome, S.Hayano and T.Yamamura, " Modelling of hysteretic and anisotropic field problems," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-19, No.6, pp.2510-2513, November 1983.
- [ 3 ] Y.Saito, S.Hayano, T.Yamamura and N.Tsuya, " A representation of magnetic hysteresis," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-20, No.5, pp.1434-1436, September 1984.
- [ 4 ] Y.Saito, S.Hayano, T.Yamamura and H.Saotome, " Hysteretic fields in a toroidal reactor," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-20, No.5, pp.1965-1967, September 1984.
- [ 5 ] Y.Saito, S.Hayano and N.Tsuya, "Digital simulation of parallel inverters," Computer Methods in Applied Mechanism and Engineering, Vol.49, No.1, pp.109-119, May 1985.
- [ 6 ] Y.Saito, S.Hayano and N.Tsuya, "Field computations by the complementary networks," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-21, No.6, pp.2280-2283, November 1985.
- [ 7 ] Y.Saito, S.Hayano, H.Nakamura, Y.Kishino and N.Tsuya, " A representation of magnetic hysteresis by Fourier series," Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol.54, pp.1613-1614, February 1986.
- [ 8 ] Y.Saito, S.Hayano, Y.Kishino, H.Nakamura and N.Tsuya, " A representation of magnetic aftereffect, " IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-22, No.5, pp.647-649, September 1986.
- [ 9 ] Y.Saito, Y.Kishino and S.Hayano, "Faster magnetic field computation using locally orthogonal discretizations," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-22, No.5, pp.1057-1059, September 1986.
- [10] Y.Saito, K.Fukushima, S.Hayano and N.Tsuya, " Application of a Chua type model to the loss and skin effect calculation," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.MAG-23, No.5, pp.2227-2229, September 1987.
- [11] Y.Saito, K.Takahashi and S.Hayano, " Finite element solution of open boundary magnetic field problems," IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-23, No.5, pp.3569-3570, September 1987.
- [12] Y.Saito, Y.Kishino, K.Fukushima, S.Hayano and N.Tsuya, " Modelling of magnetization characteristics and faster magnetodynamic field computation," Journal of Applied Physics, Vol.63, No.8, pp.3174-3178, April 1988.
- [13] Y.Saito, K.Takahashi and S.Hayano, " The strategic dual image method —An extremely simple procedure for open field problems—," Journal of Applied Physics, Vol.63, No.8, pp.3366-3368, April 1988.

- [14] Y.Saito, S.Ikeguchi and S.Hayano, " A meaningful post-processing method based on locally orthogonal discretization," Journal of Applied Physics, Vol.63, No.8, pp.3369-3371, April 1988.
- [15] Y.Saito, S.Hayano and Y.Sakaki, " A parameter representing eddy current loss of soft magnetic materials and its constitutive equation, " Journal of Applied Physics, Vol.64, No.10, pp.5684-5686, November 1988.
- [16] Y.Saito, K.Takahashi and S.Hayano, " Finite element solution of unbounded magnetic field problem containing ferromagnetic materials, " IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, No.6, pp.2946-2948, November 1988.
- [17] Y.Saito, S.Ikeguchi and S.Hayano, " An efficient computation of saturable magnetic field problem using locally orthogonal discretization, " IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, No.6, pp.3138-3140, November 1988.
- [18] Y.Saito, M.Namiki, S.Hayano and N.Tsuya, " Experimental verification of a Chua type magnetization model," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.25, No.4, pp.2968-2970, July 1989.
- [19] Y.Saito, K.Takahashi and S.Hayano, " Finite element solution of open boundary eddy current problems, " Proceedings of the First International Symposium on Applied Electromagnetics in Materials, pp.237-247, July, 1989.
- [20] Y.Saito, S.Ikeguchi and S.Hayano, " Faster eddy current computation using Voronoi- Delaunay transformation," Proceedings of the First International Symposium on Applied Electromagnetics in Materials, pp.271-282, July, 1989.
- [21] Y.Saito and S.Hayano, " Development of finite element approach for the electromagnetodynamic problems, " NSF Workshop on Future Direction in Electromagnetics Research Report, July 1989.
- [22] Y.Saito, Y.Nakazawa and S.Hayano, " Application of the Voronoi-Delaunay transformation method to eigen value problems," International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Vol.1, pp.59-64, May 1990.
- [23] Y.Saito, M.Namiki and S.Hayano, " A representation of magnetization characteristics and its application to the ferroresonance circuits," Journal of Applied Physics, Vol.67, No.9, pp.4738-4740, May 1990.
- [24] Y.Saito, Y.Nakazawa and S.Hayano, " Faster open boundary magnetic field computation using the strategic dual image and Voronoi-Delaunay transformation methods, " Journal of Applied Physics, Vol.67, No.9, pp.5824-5826, May 1990.
- [25] Y.Saito, E.Itagaki and S.Hayano, " A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields, " Journal of Applied Physics, Vol.67, No.9, pp.5830-5832, May 1990.
- [26] Y.Saito, S.Ikeguchi and S.Hayano, " Faster electromagnetic field computation using the Voronoi-Delaunay transformation, " Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol.4, No.11, pp.1107-1115, November 1990.

- [27] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 齋藤兆古, 「生体磁界における逆問題」, 電気学会論文誌A, 112巻4号, pp.279-286, 1992年4月.
- [28] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "An estimation of the current distributions in human heart by the factor analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.3, pp.73-76, September 1992.
- [29] K.Kitsuta, H.Saotome S.Hayano and Y.Saito, "An estimation of the neural behavior in the human brain by correlative analysis," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.3, pp.77-80, September 1992.
- [30] Y.Saito, H.Saotome, K.Kitsuta and S.Hayano, "Electromagnetic field source searching from the local field measurements," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.3, pp.185-188, September 1992.
- [31] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "Electromagnetic field source searching from the Local field measurement," International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Vol.3, pp.297-306, June 1993.
- [32] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 齋藤兆古, 「Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定」, 電気学会論文誌C, 113巻1号, pp.69-76, 1993年1月.
- [33] H.Saotome, K.Kitsuta, S.Hayano and Y.Saito, "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis," IEEE Transactions on Magnetics Vol.29, No.2, pp.1389-1394, March 1993.
- [34] H.Saotome, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Crack identification in metallic materials," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.29, No.2, pp.1861-1864, March 1993.
- [35] K.Takahashi, Y.Saito and S.Hayano, "The strategic dual image method for the open boundary electromagnetic field problems," International Journal of Applied electromagnetics in Materials, Vol.4, pp.179-184, 1993.
- [36] Y.Oohira, Y.Hirama, S.Hayano and Y.Saito, "Defect searching in ferromagnetic materials," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.5, pp.125-128, January 1994.
- [37] Y.Hirama, Y.Oohira, N.Sahoda, S.Hayano and Y.Saito, "An application of DC magnetic fields to eddy current sensor," Elsevier Studies in Applied Electromagnetics in Materials, Vol.5, pp.129-132, January 1994.
- [38] 土井達也, 早乙女英夫, 早野誠治, 齋藤兆古, 「試行パターン一致法による導体内の欠損推定」, 電気学会論文誌A, 114巻4号, pp.290-295, 1994年4月.
- [39] I.Marinova, S.Hayano, N.Ishida, Y.Saito, Y.Hirama, and M.Yamamoto, "Poly-phase eddy current testing," Journal of Applied Physics, Vol.75, No.10, pp.5904-5906, May 1994.
- [40] T.Doi, S.Hayano, I.Marinova, N.Ishida and Y.Saito, "Defect recognition in conductive materials by local magnetic field measurement," Journal of Applied Physics, Vol.75, No.10, pp.5907-5909, May 1994.
- [41] 早乙女英夫, 早野誠治, 齋藤兆古, 「静磁界系逆問題における一解法とその高速化」, 電気学会論文誌A, 114巻7/8号, pp.514-520, 1994年8月.

## 研究会論文

- [1] 斎藤兆古, 早野誠治, 津屋 昇, 早乙女英夫, 「非線形インダクターのモデリングとその単相並列インバータへの応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-83-108, 1983年11月.
- [2] 斎藤兆古, 早野誠治, 津屋 昇, 「磁気ヒステリシス特性に関する一考察」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-84-5, 1984年1月.
- [3] 斎藤兆古, 木住野泰光, 早野誠治, 中村秀男, 津屋 昇, 「Voronoi-Delaunay離散化法による磁界計算 その1. 理論的基礎」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-62, 1985年7月.
- [4] 斎藤兆古, 木住野泰光, 早野誠治, 中村秀男, 津屋 昇, 「Voronoi-Delaunay離散化法による磁界計算 その1. 応用例」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-63, 1985年7月.
- [5] 斎藤兆古, 早野誠治, 木住野泰光, 中村秀男, 津屋 昇, 「フーリエ級数による磁化特性の表現」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-64, 1985年 7月.
- [6] 斎藤兆古, 木住野泰光, 早野誠治, 中村秀男, 津屋 昇, 「Voronoi-Delaunay離散化法による磁界計算 その3. 動的問題の定式化」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-151, 1985年10月.
- [7] 斎藤兆古, 木住野泰光, 早野誠治, 中村秀男, 津屋 昇, 「Voronoi-Delaunay離散化法による磁界計算 その4. うず電流を生ずる系の磁界解析」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-152, 1985年10月.
- [8] 斎藤兆古, 早野誠治, 木住野泰光, 「双対Mesh法による高速Field計算」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-85-176, 1985年12月.
- [9] 斎藤兆古, 木住野泰光, 早野誠治, 福島一弘, 電気学会回転機・静止器合同研究会資料, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算 その1. 三次元静的問題」, RM-86-51, SA-86-44, 1986年 8月.
- [10] 斎藤兆古, 早野誠治, 高橋和彦, 木住野泰光, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算 その2. 二次元開領域問題への適用」電気学会回転機・静止器合同研究会資料, RM-86-52, SA-86-45, 1986年 8月.
- [11] 斎藤兆古, 早野誠治, 福島一弘, 木住野泰光, 津屋 昇, 「磁化特性のモデリング その1. Chua型モデルとPreisach型モデルの検討」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-86-109, 1986年10月.
- [12] 斎藤兆古, 早野誠治, 福島一弘, 高橋和正, 木住野泰光, 「磁化特性のモデリング その2. 新Chua型モデルとその基本特性」, 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-86-110, 1986年10月.
- [13] 斎藤兆古, 早野誠治, 福島一弘, 「磁化特性のモデリング その3. 新Chua型モデルの応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-86-111, 1986年10月.
- [14] 斎藤兆古, 早野誠治, 木住野泰光, 池口修一, 福島一弘, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算 その3. Voronoi-Delaunay線図の性質と応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-86-112, 1986年10月.



- [15] 斎藤兆古, 福島一弘, 早野誠治, 津屋 昇, 「楕円近似モデルによる損失計算」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-63, 1987年6月.
- [16] 斎藤兆古, 高橋和彦, 早野誠治, 「有限要素法による開領域電磁界計算」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-70, 1987年6月.
- [17] 斎藤兆古, 池口修一, 早野誠治, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算その4. Post-Processingとその反復解法への応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-71, 1987年6月.
- [18] 斎藤兆古, 高橋和彦, 早野誠治, 「双対映像法による開領域電磁界計算 —理論的基礎—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-125, 1987年10月.
- [19] 斎藤兆古, 高橋和彦, 早野誠治, 「双対映像法による開領域電磁界計算 —例題による理論の検証—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-126, 1987年10月.
- [20] 斎藤兆古, 池口修一, 早野誠治, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算その5. 非線形問題への応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-87-127, 1987年10月.
- [21] 斎藤兆古, 早野誠治, 津屋 昇, 榊 陽, 「磁化特性の表現法と磁区理論」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-88, 1988年4月.
- [22] 斎藤兆古, 並木 勝, 早野誠治, 「磁化特性の表現法とその集中定数回路への応用」電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-89, 1988年4月.
- [23] 斎藤兆古, 池口修一, 早野誠治, 「有限要素法による非線形静磁界分布算定への—反復解法」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-98, 1988年4月.
- [24] 斎藤兆古, 中沢良浩, 早野誠治, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算—固有値問題への応用と相互変換—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-99, 1988年4月.
- [25] 斎藤兆古, 高橋和彦, 早野誠治, 「双対映像法による開領域電磁界計算—磁性体を含む系—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-100, 1988年4月.
- [26] 高橋和彦, 早野誠治, 斎藤兆古, 「双対映像法による開領域電磁界計算 —非線形問題への適用と応用例の提案—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-147, 1988年8月.
- [27] 池口修一, 早野誠治, 斎藤兆古, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算—Voronoi-Delaunay相互変換—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-148, 1988年8月.
- [28] 中沢良浩, 早野誠治, 斎藤兆古, 「Voronoi-Delaunay離散化法による電磁界計算—開領域問題への応用—」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-171, 1988年10月.
- [29] 並木 勝, 早野誠治, 斎藤兆古, 「新Chua型磁化特性モデルの集中定数モデルによる妥当性の吟味」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-88-174, 1988年10月.
- [30] 並木 勝, 大原忠年, 早野誠治, 斎藤兆古, 「新Chua型モデルによる磁心特性の表現と回路解析への応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-89-65, 1989年3月.

- [31] 中沢良浩, 高橋和彦, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電磁界の高速数値解析手法の提案」  
電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-89-82, 1989年3月.
- [32] 池口修一, 早野誠治, 斎藤兆古, 「Voronoi-Delaunay変換による電磁界の高速計算」  
電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-89-88, 1989年4月.
- [33] 高橋和彦, 早野誠治, 斎藤兆古, 「双対映像法による開領域電磁界計算」, 電気学  
会マグネティックス研究会資料, MAG-89-89, 1989年4月.
- [34] 早野誠治, 板垣英美, 斎藤兆古, 「電磁界系における逆問題 ー静的電磁界系の定  
式化ー」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-89-162, 1989年9月.
- [35] 板垣英美, 菅原英樹, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電磁界系の逆問題 ー静的電磁界系  
に対するパターンマッチング法の提案ー」, 電気学会マグネティックス研究会資料,  
MAG-89-163, 1989年9月.
- [36] 斎藤兆古, 早野誠治, 「高速電磁界計算の一方法」, 電子情報通信学会技術研究報  
告, NLP90-6, Vol.90, 1990年6月.
- [37] 板垣英美, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電磁界系逆問題へのCauchy-Schwarzの不等式の  
応用」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-90-15, RM-90-27, 1990年8月.
- [38] 斎藤兆古, 中沢良浩, 早野誠治, 「渦電流問題の非スプリアス有限要素解」, 電気  
学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-90-20, RM-90-32, 1990年8月.
- [39] 早野誠治, 宮崎 淳, 並木 勝, 斎藤兆古, 「磁界計算のための磁性材料の構成式」  
電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-90-33, RM-90-45, 1990年 8月.
- [40] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「高周波における磁化特性と構成式」, 電気学会  
静止器・回転機合同研究会資料, SA-90-34, RM-90-46, 1990年8月.
- [41] 板垣英美, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電磁界系逆問題 ー電流分布推定方法についてー」,  
電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-90-88, 1990年8月.
- [42] 早野誠治, 並木 勝, 宮崎 淳, 斎藤兆古, 「Chua型モデルのパラメータ決定につ  
いて」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-90-89, 1990年8月.
- [43] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「線形化Chua型モデルと複素透磁率について」,  
電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-90-90, 1990年8月.
- [44] 板垣英美, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電流分布の一推定法」, 電気学会マグネティッ  
クス研究会資料, MAG-91-84, 1991年2月.
- [45] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「複素透磁率を用いた開領域動磁界の有限要素解」  
電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-85, 1991年2月.
- [46] 早野誠治, 宮崎 淳, 斎藤兆古, 「磁性薄膜磁化特性測定に関する考察」, 電気学  
会マグネティックス研究会資料, MAG-91-182, 1991年9月.
- [47] 宮崎 淳, 早野誠治, 斎藤兆古, 「新方式薄膜磁化特性測定法の提案」, 電気学会  
マグネティックス研究会資料, MAG-91-183, 1991年9月.
- [48] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, 「生体中の電流分布推定 ー理論的  
基礎ー」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-219, 1991年10月.
- [49] 橋田和泰, 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古, 「生体中の電流分布推定 ー心臓の  
電流分布ー」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-91-220, 1991年10月.

- [50] 早乙女英夫, 小川達成, 早野誠治, 斎藤兆古, 「高周波軽量トランスのDC/DCコンバータへの適用」, 電子情報通信学会電子通信用電源技術研究会資料, PE 91-54, 1992年1月.
- [51] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, 「静的電磁界系における逆問題」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-71, 1992年2月.
- [52] 早乙女英夫, 小川達成, 早野誠治, 斎藤兆古, 木脇久勝, 「高周波空心トランスの小型電源装置への適用」, 電子情報通信学会電子通信用電源技術研究会資料, PE 91-63, 1992年2月.
- [53] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, 「生体中の電流分布推定法の一考察」 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-79, 1992年3月.
- [54] 橋田和泰, 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古, 「脳内電流双極子分布について」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-80, 1992年3月.
- [55] 小川達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「高周波空心トランスを用いたDC/DCコンバータの負荷特性」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-132, 1992年7月.
- [56] 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古, 「局所直交座標系による磁界系逆問題解析」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-133, 1992年7月.
- [57] 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, 「発散系・回転系電磁界併用による逆問題解析」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-134, 1992年7月.
- [58] 山田尚生, 早野誠治, 斎藤兆古, 「三次元立方体中の電流分布推定」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-135, 1992年7月.
- [59] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電気ポテンシャル法を用いた欠損推定に関する一方法」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-136, 1992年7月.
- [60] 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古, 「磁界測定による金属の非破壊検査」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-92-9, RM-92-44, 1992年8月.
- [61] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「Sampled Pattern Matching法を用いた電気ポテンシャル法による欠損推定」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-92-26, RM-92-61, 1992年 8月.
- [62] 山田尚生, 早野誠治, 斎藤兆古, 「三次元電流分布推定の一考察」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-263, 1992年12月.
- [63] 小川達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「空心変圧器を用いたDC/DCコンバータの近似過渡解析」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-92-274, 1992年12月.
- [64] 緑川洋一, 早野誠治, 斎藤兆古, 「フィルム変圧器の試作」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-93-168, 1993年9月.
- [65] 石沢整, 早野誠治, 斎藤兆古, 「フィルムモータの試作」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-93-169, 1993年 9月.
- [66] 加藤俊行, 早野誠治, 斎藤兆古, 「逆問題的手法による励磁コイルの設計」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-93-170, 1993年9月.
- [67] 早乙女英夫, 早野誠治, 斎藤兆古, 「静磁界系逆問題における Sampled Pattern Matching 解法とその高速化」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-93-224, 1993年11月.

- [68] 小川達成, 早野誠治, 斎藤兆古, 「空心変圧器を用いた共振型DC/DCコンバータ」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-9, 1994年3月.
- [69] 緑川洋一, 早野誠治, 斎藤兆古, 「導体間の分布容量を用いた共振回路の実験的検討」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-10, 1994年3月.
- [70] I. Marinova, Y. Midorikawa, S. Hayano, Y. Saito, "Electromagnetic analysis of the thin film transformer," 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-11, 1994年3月.
- [71] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電磁界併用による金属中の欠損探査」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-25, 1994年3月.
- [72] 加藤俊行, 石沢 整, 早野誠治, 斎藤兆古, 「励磁コイルの最適設計」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-26, 1994年3月.
- [73] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「心電図・心磁図併用による心臓診断」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-46, 1994年3月.
- [74] 早野誠治, 斎藤兆古, 「磁化特性の表現とその応用」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-114, 1994年9月.
- [75] 吉田悟史, 早野誠治, 斎藤兆古, 「心磁図測定における最適センサー数とその配置」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-115, 1994年9月.
- [76] 亀澤高志, 早野誠治, 斎藤兆古, 「多相交流センサーによる金属のたわみ・ゆがみセンシング」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-94-116, 1994年9月.

#### 解説記事

- [1] 斎藤兆古, 早野誠治, 「磁化特性の表現とその応用」, 日本応用磁気学会誌, Vol. 13, No. 5, pp. 594-597, 1989年5月.