

法政大学 博士(工学)論文

電磁界系逆問題解析とその応用に  
関する研究

---

土井 達也

---

## 電磁界系逆問題解析とその応用に関する研究

一般に、原因から結果を求める順問題に対して、結果からその原因を求める問題は、逆問題と呼ばれている。この逆問題の定義は、分野・取り扱われる問題によって多少異なるようである。本論文では、電磁界系逆問題を対象とし、ある系の出力の一部からその系の入力を推定する問題、または、ある系の入力と出力から系のパラメータを推定する問題を逆問題と定義する。

逆問題の基本的な発想の原点は、観測された自然現象または物理現象から何等かの法則・定理を導き出そうとするところにある。このため、逆問題解析は、地球物理学、資源探査、医用工学、工業製品の設計など非常に広範な分野で必要とされる。しかし、本質的に逆問題は、局所的な情報からその情報源を求めるため、多くの場合、解は一意的に決まらず、曖昧さを含んだ形になることが知られている。これが、逆問題解析の難しさの最大の要因となっている。

逆問題の歴史は古く、数学者 N.H.Abel が 19 世紀初めに取り上げたのが最初であると言われている。これに対して、逆問題解析技術の工学的応用に関する研究は比較的近年になってから発展してきた。X線などを用いた Computed Tomography (CT) は、工学的成功例の 1 つである。

本論文で対象とする電磁界系逆問題は、局所的に測定されたフィールド分布からフィールド源を推定するフィールド源推定に関する逆問題と、外部から既知フィールドを対象に加え、その応答として得られるフィールド分布から対象の媒質を推定する媒質推定に関する逆問題に分類される。媒質推定に関する逆問題は、外部から既知のフィールドを対象に加えることができ、さらに、その応答を理想的に測定可能であれば一意的な解が期待できる。他方、理想的な測定が不可能な場合の媒質推定に関する逆問題やフィールド源推定に関する逆問題は、測定されるフィールドが局所的であるために一意的な解は期待できない。逆問題は、多くの場合、不適切問題を解くことに帰し、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない。このため、拘束条件によって異なる多くの逆問題解析法が提案されてきた。しかし、現在活用できる大部分の理論的な基礎が順問題を前提として確立しているために、電子計算機の強力な計算能力を前提としても、逆問題解析法の大幅な進歩は成されていないように考えられる。

逆問題は、不適切問題を解くことに帰し、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解が期待できない問題である。このため、逆問題解析法として Sampled Pattern Matching 法 (試行パターン一致法, 以下 SPM法と略記) が提唱され、生体系逆問題、最適化問題等への有効性が確認されている。

本研究の主目的は、媒質推定およびフィールド源推定に関する逆問題の実用的な問題を取り上げ、SPM法を用いた逆問題解析法の確立とその有効性を検証することである。

本論文は、7章で構成される。第1章は序論であり、主に本研究の目的と位置付けを示す。また、本論文の構成も示す。第2章では、SPM法の数学的・物理的意味を示す。第3章では、媒質推定に関する逆問題の例題として、導電性材料中の異媒質推定を取り上げる。第4章では、フィールド源推定を高精度に行う方法として、磁界・電界測定を併用する方法を提案し、心臓内の電気信号径路推定問題を検討する。第5章では、高周波フィールド源推定に関する逆問題を取り上げ、ノートパソコンからの漏洩磁界源推定を行う。第6章では、ウェーブレット変換を用いた新しい逆問題解析法を提唱し、その可能性を検討する。第7章は、本研究のまとめであり、得られた研究成果を総括する。

以下に、各章の概要を示す。

## **第2章 SPM法とその理論的背景**

逆問題は不適切問題であるため、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加して解く必要がある。当然、付加される拘束条件は、一般的でなければならない。SPM法では、可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさを1または0に限定する。

この拘束条件は、パワーエレクトロニクスにおける電圧や電流の振幅をパルス幅で表す時比率(Pulse width modulation、以下 PWMと略記)制御に対応する”空間に関するPWM表現”であることを述べる。また、数学的には、このPWM表現がしきい値を持つ最小2乗法近似の反復によって行われることを示す。このPWM表現への変換プロセスは、しきい値演算を必要とすることからホップフィールド型 Neural Networks 理論で表されることも示す。

## **第3章 導電性材料中の異媒質推定**

外部から対象領域内部の亀裂または欠損の探査を行う非破壊検査技術は航空機・建造物等の安全対策上重要な技術であり、渦電流探傷法、X線CT、超音波探傷法、電気ポテンシャル法などの多くの非破壊試験法が提案され利用されている。非破壊試験の一方法である電気ポテンシャル法の原理は、欠損または亀裂を含む被検査導体に対して外部から電流を流し、欠損または亀裂によって生じた電気ポテンシャルの変化を被検査導体表面で測定する試験法である。

本章では、電気ポテンシャル法の原理を用いて、導電性材料中の欠損位置・形状・大きさを推定する Projective SPM (PSPM) 法を提案し、計算機シミュレーションを行う。その結果、複数の欠損が存在する場合でも比較的良好な推定結果が得られることを示す。電気ポテンシャル法では、直接接触によって電位を測定しなければならないために接触抵抗による影響を受けやすい。このため、非接触で測定可能である磁界分布から PSPM 法を用いて欠損推定を行う方法も提案する。さらに、電気ポテンシャルと磁界測定を併用することで高精度に欠損推定を行う方法についても検討する。その結果、電気ポテンシャル・磁界測定併用法を用いることで、信頼性の高い欠損推定が可能であることを示す。

#### **第4章 電界・磁界併用法による心臓内電力分布推定**

近年、SQUID ( Superconducting Quantum Interference Device ) 磁束計によって測定された体表面上の磁界分布や心電図などの電位分布から生体内のフィールド源を推定し、生体の電磁現象を解明する研究が行われている。

人間のみならず多くの生物の心臓は、電気信号により心筋が収縮することによって血液の循環を司る役割を担っている。心臓の電気活動に起因する電界または磁界分布から心筋活動や興奮伝導経路を推定することは、心臓の電気現象を知る上で重要である。

本章では、独立に測定された磁界および電界分布からその電磁界源を高精度に推定する方法を提案し、心臓内部の電気信号経路推定問題へ適用する。

この方法では最初に、心磁図を用いた心臓内の電流分布推定、次に心電図を用いた心臓内の電圧分布を推定する。さらに、推定された心臓内の電流および電圧分布を併用することで、心臓内部の電力分布を計算する。この心臓内電力分布の時間変化から、心臓内の電気信号経路を推定する。

簡単な有限要素法によるモデルを用いて検証実験を行い本手法の妥当性を検証する。さらに、実際に測定された心磁図および心電図を用いて心臓内の電力分布が推定可能であることを示す。その結果、正常な場合と伝導障害がある場合の心臓内電力分布の時間変化に相違があることを示す。

#### **第5章 高周波フィールド源推定**

従来、多くの電磁界系逆問題では、推定対象であるフィールド源が直流または生体系のように比較的low周波の場合に限られてきた。本章では、MHz帯以上の高周波磁界分布が測定された場合の磁界源分布推定問題を取り上げる。高周波磁界測定と低周波磁界測定との相違点は、高周波の場合は通常、測定がデシベル等の単位で行われるために測定磁界に位相の情報が含まれない点にある。換言すれば、高周波測定磁界分布から推定された電流ベクトルの方向は一意的に決まらないが、電流ベクトルの大きさは推定可能である。

高周波フィールド源推定に関する逆問題応用例として、ノートパソコンの漏洩磁界分布から磁界源(電流)分布を推定する問題を取り上げる。ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、SPM法を用いて漏洩磁界源(電流)分布の推定を行う。その結果、ノートパソコン内の漏洩磁界源は回路設計に依存し、主にCPUと電源であることを示す。

以上のことから、高周波磁界源を特定することが可能であり、本手法がEMC (Electromagnetic Compatibility)問題に対して有効であることを明らかにする。

#### **第6章 ウェーブレット変換を用いた逆問題解析**

近年、ウェーブレット変換は、画像データの圧縮、心電図のスペクトル解析等に用いられている。特に、離散値系ウェーブレット変換は、画像データ等のデータ圧縮に用いられている。

本章では、離散値系ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法の提案を行う。従来の逆問題解析法は、最も支配的な入力源のみを推定する方法と入力源の分布パターンを推定する方法である。これらに対して、離散値系ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法は、入力源の分布と大きさを近似的であるが、同時に推定可能とする方法である。この方法は、離散値系ウェーブレット変換のデータ圧縮の特徴を利用し、逆問題のシステム行列の逆行列を近似的に求め、近似解を得る方法である。

その結果、ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法は、フィールド源推定に関する逆問題に対しては、SPM法に比較して、解の分布パターンのみならず、解の大きさをも推定可能であることを示す。一方、媒質推定に関する逆問題に対しては、媒質そのものを再現しないが、等価な媒質推定が可能であることを明らかにしている。

## 第7章 まとめ

本論文では、媒質推定およびフィールド源推定に関する逆問題の実用的な問題を取り上げ、SPM法を用いた逆問題解析法の確立とその有効性の検証を行った。また、逆問題の有力な解析手法であるSPM法の数学的・物理的意味を示した。

SPM法の媒質推定に関する逆問題への応用例として、導電性材料中における異媒質推定問題を取り上げた。非破壊検査技術の一方法である電気ポテンシャル法の原理を用いて導電性材料中の欠損位置・形状・大きさを推定するPSPM法を提案し、その検証実験を行った。また、非接触で測定可能である磁界分布からPSPM法を用いて欠損推定を行う方法も提案した。さらに、電気ポテンシャルと磁界測定を併用することで高精度に欠損推定を行う方法を提案し、信頼性の高い欠損推定が可能であることを示した。

フィールド源推定に関する逆問題で、フィールド源推定を高精度に行う方法として、独立に測定された磁界および電界分布からそのフィールド源である電力分布を推定する磁界・電界併用法の提案を行った。簡単な計算機シミュレーションを行い本手法の妥当性を検証した。また、実際に測定された心磁図および心電図を用いて心臓内の電力分布が推定可能であることを示した。

対象が高周波磁界源分布であるフィールド源推定に関する逆問題を取り上げた。高周波フィールド源推定に関する逆問題の具体的応用例として、EMC問題であるノートパソコンの漏洩磁界分布から磁界源(電流)分布を推定する問題を取り上げた。ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、漏洩磁界源(電流)分布の推定を行った。その結果、ノートパソコン内の漏洩磁界源は回路設計に依存し、主にCPUと電源であることが判明した。

さらに、ウェーブレット変換を用いた新しい逆問題解析法を提唱した。この方法をフィールド源推定および媒質推定に関する逆問題へ適用し、その有効性を検証した。

---

## Summary

The basic concept of the inverse problems is that a theory or law is derived through a investigation of locally observed natural or physical phenomena. In general, the inverse problems are defined as problems for identifying a cause from observed effects. The inverse problems have been studying for over one hundred years. The first inverse problem was probably solved by N.H.Abel in 1823. With regard to applications for engineering, inverse analyses for solving the inverse problems have been studied in recent years. One of the success examples is the computed tomography (CT).

The inverse analyses are widely associated with geophysics, medical engineering, design of industrial products and non-destructive testing. But any inverse problems are reduced into solving an ill-posed system equation. Various inverse analyses were proposed and utilized, however most of the inverse analyses currently requires a great number of try and error iterations.

The subject of this study is the inverse problems in the electromagnetic fields. The inverse problems in the electromagnetic fields are classified into two major categories, i.e. one is the inverse parameter problem; the other is the inverse source problem. Previously, the sampled pattern matching (SPM) method has been proposed and utilized for the inverse problems in the electromagnetic fields.

This paper presents the novel approaches employing both the SPM method and the wavelet transform.

In this paper, at first, the physical and mathematical backgrounds of the SPM method are clarified.

Secondly, the defect estimation problem is taken up as an application of the SPM method for the inverse parameter problems. And this paper proposes the projective SPM (PSPM) method for the defect estimation problem in a conductive material. Numerical and experimental results demonstrate the validity of the PSPM method for the defect estimation problems. Because of the high electrical contact resistance, it is sometimes difficult to

measure the correct local electric potentials by direct contact. Therefore, this paper proposes the defect estimation from local magnetic field measurement, too. The comparison the method with the electric potential measurement demonstrates the usefulness of the defect estimation from local magnetic field measurement, especially for materials with low resistivity. Further, this paper investigates an approach utilizing both the electric potential and the magnetic field measurements. The estimated results show that the approach makes it possible to estimate even plural defects in a conductive material with relative high accuracy.

Third, this paper proposes a novel approach to estimate the electrical conducting path from both of locally measured electric and magnetic fields. By means of numerical results, it reveals that the global electric conducting path is able to be estimate as a power distribution. Further, the new approach is applied to an electrical conducting path in a human heart from both the magnetocardiogram (MCG) and electrocardiogram (ECG). As a result, it is revealed that the method makes it possible to show the distinguished different power distributions depending on the human heart conditions.

Fourth, the SPM method is applied to the leakage magnetic field source searching of the notebook computers. Because of the high frequency magnetic fields, the magnetic fields above the keyboard of a notebook computer are measured as a typical example of electronic devices. And this paper applies the inverse approach to the leakage magnetic field source searching of the notebook computers. As a result, it is found that the approach is quite effective for the leakage magnetic field source searching for the electronic devices. Thus, this paper has successfully established a methodology for the magnetic shielding in the EMC field.

Finally, a novel inverse approach employing the wavelet analysis is proposed, and clarified the validity of the new approach. Key idea is that the system matrix of the inverse problems is regarded as two-dimensional signal data. The two-dimensional wavelet transform is applied to this system matrix. As a result, an approximate inverse matrix of the system is obtained. This paper applies new approach to examples of both the inverse source and parameter problems. Simple examples demonstrate the validity of the approach.



# S P M法とその理論的背景

## 1.1. はじめに

近年の小型・高速デジタル計算機の普及は有限要素法や境界要素法等で代表される数値解析技術の進歩と普及を促し、その結果、既に数多くの商品化された技術計算用のソフトウェアが販売されるに至っている。このようなデジタル計算機を前提とする数値解析技術によって、多くの問題が解析可能となった。しかし、結果から原因を求め、設計等の最適化問題や逆問題に従来の解析技術を適用した場合、多くの経験的な反復計算が必要となる。これが逆問題解析技術の開発を促す一要素となった。また、超電導現象の量子効果を利用した高感度磁束計(SQUID)が開発され、生体の神経活動に伴う磁界測定が可能となった。このセンサ技術の進展が、人体の神経活動解明や磁気診断技術等の新しい学術分野開拓の引き金となり、現在、人間の脳機能解明や磁気測定による診断技術の臨床応用等が精力的に行われつつある。このような新しい技術は、測定された磁界から磁界源を探索する逆問題を解くことに帰し、逆問題解析は単なる構造物の非破壊検査だけでなく、多くの分野での広範な応用が期待される問題となりつつある。

このような現状に鑑み、逆問題解析の一方法としてS P M法が提唱されている[6,8-14]。S P M法は、主に生体系逆問題へ適用され、その理論的な確立および有効性の検証が行われている[8-14]。

以上のことから本章では、主にS P M法に関する

- 1) 物理的意味
- 2) 数学的意味

について述べる[19]。

一般に、逆問題は、不適切問題 (Ill posed problem) を解くことに帰する[1-6]。適切な問題とは、(1)解が存在すること (存在)、(2)解が一意的であること (一意性)、(3)解が入力に対して連続であること (連続性) の3条件を満たすことである[53]。従って、上記の条件のうち一つ以上が欠けているとき、不適切問題と呼ばれる。多くの電磁界系逆問題は、未知数が式の数よりも圧倒的に多いシステム方程式を解くことに帰する。換言すれば、多くの電磁界系逆問題では、同一の測定データに対して一つ以上の解が存在する問題を解くことに帰する。このため、多くの

電磁界系逆問題では解の存在を前提としており、ここで問題となるのは解の一意性と連続性となる。

以上のことから電磁界系逆問題では、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない。当然、付加される拘束条件は、一般的でなければならない。しかし、現在提唱されている多くの逆問題解析では、個々の問題に適合した拘束条件を付加することによって逆問題解析を行っているのが現状である[2-6]。これが逆問題解析の難しさの最大の要因となっている。S P M法では可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさを1または0に限定する[6,9-14]。

本章では、電磁界系逆問題が媒質推定およびフィールド源推定に関する逆問題に分類されることを示す。さらに、S P M法の拘束条件が、パワーエレクトロニクスにおける電圧や電流の振幅をパルス幅で表すPWM制御に対応する”空間に関するPWM表現”であることを示す。また、数学的には、このPWM表現がしきい値を持つ最小2乗法近似の反復によって行われることを示す[19]。このPWM表現への変換のプロセスはしきい値演算を必要とすることからホップフィールド型ニューラルネット理論で表わされることも示す[19,20]。

## 1.2. 電磁界系逆問題

### 1.2.1. 支配方程式

簡単のため、静磁界系の支配方程式について考える。クーロンゲージを仮定した静磁界系の支配方程式は

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)\nabla^2\mathbf{A} = -\mathbf{J}_s \quad (2.1)$$

で与えられる。ここで、 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{J}_s$ および $\mu$ はそれぞれ磁気ベクトルポテンシャル、電流密度および透磁率である。

空気中の透磁率を $\mu_0$ とすれば、(2.1)式は次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\mu_0}\right)\nabla^2\mathbf{A} &= -\mathbf{J}_s - \left[\left(\frac{1}{\mu}\right) - \left(\frac{1}{\mu_0}\right)\right]\nabla^2\mathbf{A} \\ &= -\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_E \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.2)式で、 $\mathbf{J}_E$ は媒質(透磁率)の違いに起因する等価電流密度である。

グリーン(Green)関数 $G$ を用いて(2.2)式のベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{A} = \int_V G\mu_0 \mathbf{J}_S dV + \int_V G\mu_0 \mathbf{J}_E dV \quad (2.3)$$

$\mathbf{X}, \mathbf{Y}_S, \mathbf{Y}_E$ をそれぞれフィールドベクトル、フィールド源ベクトル、および媒質の相違に起因する等価フィールド源ベクトルとすれば、(2.3)式は次式のように一般化される。

$$\mathbf{X} = \int_V G\mathbf{Y}_S dV + \int_V G\mathbf{Y}_E dV \quad (2.4)$$

ただし、(2.4)式で $G$ はグリーン関数またはその空間微分とする。

(2.4)式で、フィールド源ベクトル $\mathbf{Y}_S$ と等価フィールド源ベクトル $\mathbf{Y}_E$ 間には、

$$\mathbf{Y}_E = f(\mathbf{Y}_S) \quad (2.5)$$

が成り立つ。

### 1.2.2. 媒質推定に関する逆問題

いま、(2.4)式のベクトル $\mathbf{X}$ の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_P$ とフィールド源ベクトル $\mathbf{Y}_S$ が与えられ、対象空間で媒質の異なる領域を求める問題を考える。(2.4)式のベクトル $\mathbf{X}$ がフィールド源ベクトル $\mathbf{Y}_S$ と等価フィールド源ベクトル $\mathbf{Y}_E$ それぞれに起因するベクトル $\mathbf{X}_S$ と $\mathbf{X}_E$ に分けて書くと、

$$\mathbf{X}_S + \mathbf{X}_E = \int_V G\mathbf{Y}_S dV + \int_V G\mathbf{Y}_E dV \quad (2.6)$$

となる。(2.4)式と(2.6)式から、等価フィールド源 $\mathbf{Y}_E$ に起因するフィールドベクトル $\mathbf{X}_E$ の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_E$ は

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{X}_E &= \Delta\mathbf{X}_P - \Delta\mathbf{X}_S \\ &= \int_V G\mathbf{Y}_E dV \end{aligned} \quad (2.7)$$

で与えられる。(2.7)式で、 $\Delta\mathbf{X}_S$ は既知フィールド源 $\mathbf{Y}_S$ が対象空間をすべて既知媒質とした場合のフィールドベクトル $\mathbf{X}_S$ の部分ベクトルである。従って(2.7)式は、部分ベクトルフィールド $\Delta\mathbf{X}_E$ が与えられて等価フィールド源 $\mathbf{Y}_E$ を求める逆問題の支配方程式であり、(2.7)式の形式で記述される問題を媒質推定に関する逆問題(Inverse Parameter Problem)と呼ぶ。金属で構成される構造物等に対する多くの非破壊検査は、媒質推定に関する逆問題を解くことに帰する[6,21,22]。

### 1.2.3. フィールド源推定に関する逆問題

一方、(2.4)式で対象空間の媒質は全て既知とし、全ベクトル $\mathbf{X}$ の部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_P$ が与えられたとすれば、(2.4)式は

$$\Delta\mathbf{X}_P = \Delta\mathbf{X}_S = \int_V G\mathbf{Y}_S dV \quad (2.8)$$

となる。(2.8)式で、フィールド $\Delta\mathbf{X}_s$ はフィールド源 $\mathbf{Y}_s$ が対象空間をすべて既知媒質とした場合のフィールドベクトル $\mathbf{X}_s$ の部分ベクトルである。(2.8)式から、フィールド $\Delta\mathbf{X}_s$ と対象空間の媒質が与えられたとき、フィールド源 $\mathbf{Y}_s$ を求める問題をフィールド源推定に関する逆問題 (Inverse Source Problem) と呼ぶ。このフィールド源推定に関する逆問題は、媒質推定に関する逆問題のような拘束条件(2.5)式などがなく、部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_s$ しか与えられないため、解くことは困難であり、一意的な解 (フィールド源 $\mathbf{Y}_s$ ) を期待出来ない。しかし、生体系や環境電磁工学の多くの問題がこのフィールド源推定に関する逆問題を解くことに帰する[6,14,31]。また、媒質推定に関する逆問題で、(2.5)式の関係を満たす全ての部分ベクトル $\Delta\mathbf{X}_E$ が与えられない場合、フィールド源推定に関する逆問題と同様に一意的な解が期待出来ない。すなわち、逆問題は如何に個々の問題に対して拘束条件を設定するかで異なる解が得られることを意味する。

## 1.3. SPM法

### 1.3.1. システム方程式

ここでは、フィールド源推定に関する逆問題を対象としてSPM法を議論する。SPM法では可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさを単位値1または0に限定する。この拘束条件を導入するために、(2.8)式を次式のように変形する。

$$\Delta \mathbf{X}_p^{[N]} = \int_P G^{[N]} \delta dP \quad (2.9)$$

(2.9)式で、上添え[N]はノルムで正規化されていることを示し、 $\delta$  と  $P$  はそれぞれ、 $Y_s$  を表すベクトルデルタ関数と  $(|G|/|\Delta X_p|)V$  である。

(2.9)式で、問題領域  $V$  を  $m$  個の微小領域に分割し、各微小領域の中で正規化されたグリーン関数  $G^{[N]}$  を一定値として

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{X}_p^{[N]} &= \sum_{i=1}^m \Delta P_i \mathbf{G}_i^{[N]} \\ &= D\mathbf{P} \end{aligned} \quad (2.10)$$

を得る。 $n$  をフィールドの測定点数、すなわち  $\Delta X_p$  を  $n$  次のベクトルとすれば、 $D$  は  $n$  次の列行列  $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1,2,\dots,m)$  からなる  $n$  行  $m$  列の長方形列となる。また、 $\mathbf{P}$  は  $\Delta P_i (i=1,2,\dots,m)$  を要素とする  $m$  次の列ベクトルである。(2.10)式がフィールド源推定に関する逆問題の支配方程式である。

### 1.3.2. SPM変換

最小2乗法的方法で解ベクトル  $\mathbf{P}$  を求めるため、(2.10)式の両辺に転置したシステム行列  $D^T$  を掛け算する。すなわち

$$D^T \Delta \mathbf{X}_p^{[N]} = D^T D \mathbf{P} \quad (2.11)$$

を計算する。(2.11)式右辺の行列  $D^T D$  は、行列  $D$  を構成する列ベクトル  $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1,2,\dots,m)$  が線形独立であれば、逆行列を持ち、解ベクトル  $\mathbf{P}$  は、

$$\mathbf{P} = \left[ D^T D \right]^{-1} D^T \Delta \mathbf{X}_p^{[N]} \quad (2.12)$$

により得られる[54]。しかし、列ベクトル  $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1,2,\dots,m)$  は本来連続なグリーン関数を離散化して得られたものであるから、線形独立でないため(2.12)式の演算で解ベクトル  $\mathbf{P}$  は得られない。(2.12)式で行列  $D^T D$  は、システム行列  $D$  を構成する列ベクトル  $\mathbf{G}_i^{[N]} (i=1,2,\dots,m)$  がそれぞれのノルムで正規化されているため、対角要素が全て1、残りの非対角要素が1未満の  $m$  次の正方行列である。従って、行列  $D^T D$  を近似的に  $m$  次の単位行列

と見なせば、(2.11)または(2.12)式から解ベクトル  $\mathbf{P}$  が得られる。この近似解は因子分析法による結果と一致する。すなわち因子分析による解ベクトル  $\mathbf{P}$  の要素  $\Delta P_i (i = 1, 2, \dots, m)$  は

$$\Delta P_i = \frac{\Delta \mathbf{X}_p^T \cdot \mathbf{G}_i}{\|\Delta \mathbf{X}_p\| \|\mathbf{G}_i\|}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.13)$$

で与えられる。

(2.13)式で、解ベクトル  $\mathbf{P}$  を構成する要素  $\Delta P_i (i = 1, 2, \dots, m)$  をパターン一致指数と呼ぶ[6,8-14]。

S P M法は、このパターン一致指数の最大値をとる要素だけを単位値 1 とし、残りを全て零とする。このパターン一致指数が最大値をとる要素を  $\Delta P_h$  とすれば、(2.10)式は

$$\mathbf{D} \mathbf{P} = \mathbf{Y}_s \quad (2.14)$$

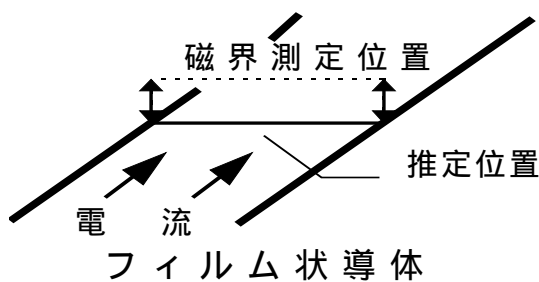
と変形できると仮定する。(2.14)式で  $\mathbf{D}$  と  $\mathbf{P}$  はそれぞれ  $n$  行  $m-1$  列の長方形行列と  $m-1$  次の列ベクトルである。 $\Delta P_h$  を求めたのと同様にして、

$$[\mathbf{D}]^T \mathbf{X}_p^{[N]} = [\mathbf{D}]^T \mathbf{D}' \mathbf{P}' \quad (2.15)$$

で最大値をとる要素を単位値 1 として、残りを全て零とする。(2.10)-(2.15)式と同様なプロセスを続けることでフィールド源  $\mathbf{Y}_s$  は単位パルスの組み合わせ、すなわち、PWM表現  $\mathbf{P}$  に変換される。この変換を S P M変換と呼ぶ[19]。

図 2.2 に S P M変換の例を示す。図 2.2 は、図 2.1 で電流分布領域をフィルム状の導体とし、フィルム状導体の上方に位置するフィルムと平行な線上の法線方向磁界分布を S P M変換して得られた PWM表現の電流分布である。電流密度が小さい部分はパルス数が疎になり、電流密度が大の領域はパルス数が密になっていることがわかる。

なお、この例題では、パルス数はパターンマッチング指数が最大になるまで S P M変換を行った。正規化された部分ベクトル  $\Delta \mathbf{X}_p^{[N]}$  とシステム行列  $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{D}'$  を用いて、最小 2 乗法的方法で S P M変換を行い、フィールド源  $\mathbf{Y}_s$  を PWM表現  $\mathbf{P}$  として求めた。ここでは、PWM表現  $\mathbf{P}$  から部分ベクトル  $\Delta \mathbf{X}_p^{[N]}$  の再現を考える。これは S P M変換によって得られたベクトル  $\mathbf{P}$  を(2.10)式に代入することで行われる。



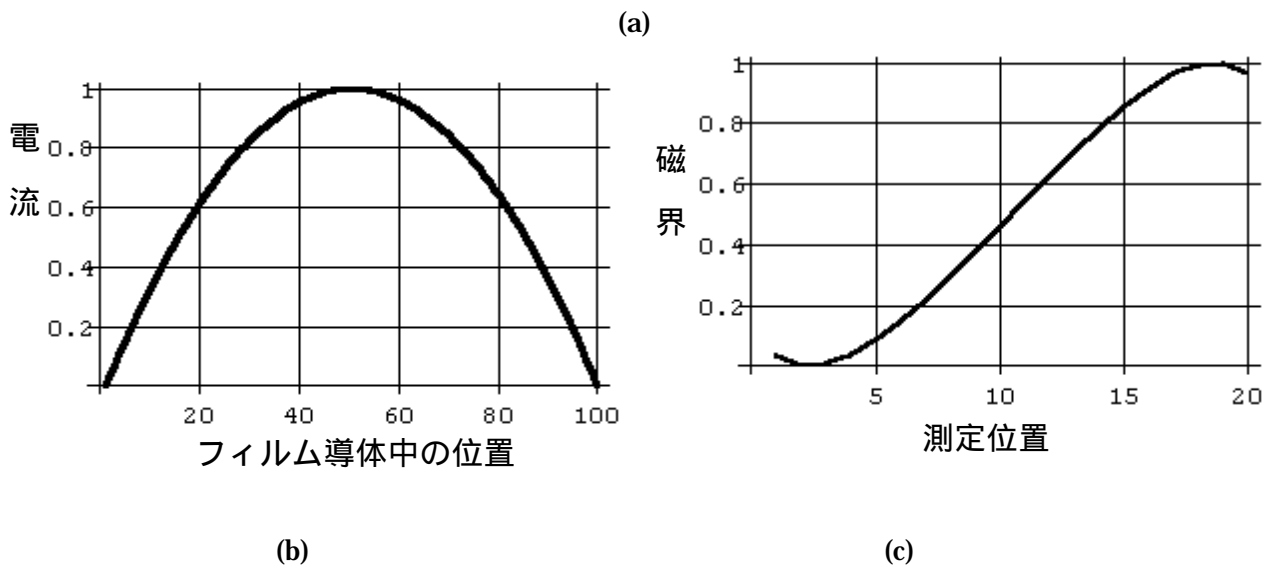


図 2.1 フィルム状導体中の電流分布推定。(a)概略図，(b)フィールド源  $Y_s$  (フィルム状導体中の正解の電流分布)，(c)測定された法線方向磁界分布。

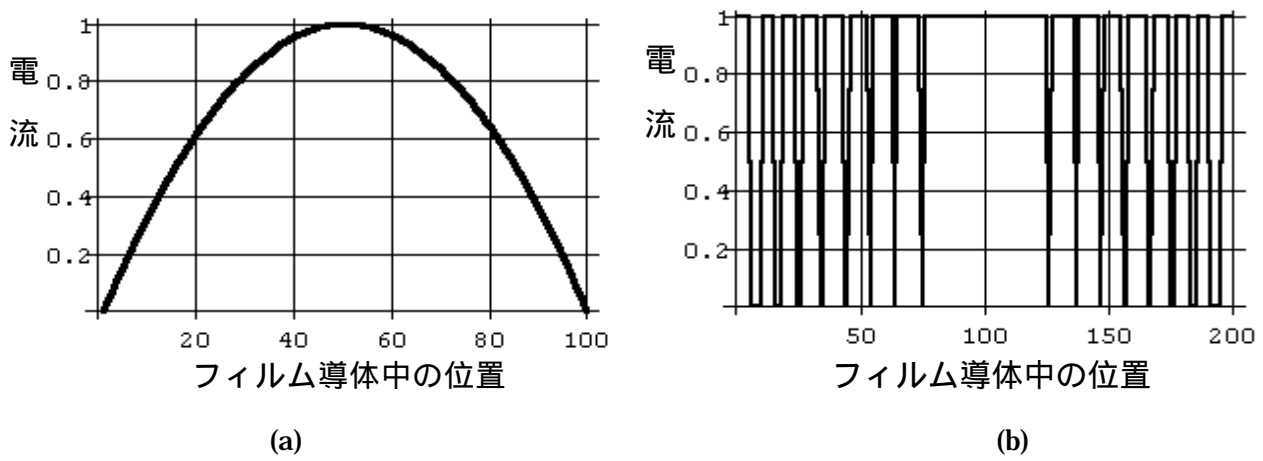


図 2.2 SPM変換によるPWM表現。(a)フィールド源  $Y_s$ ，(b)PWM表現  $P$ 。

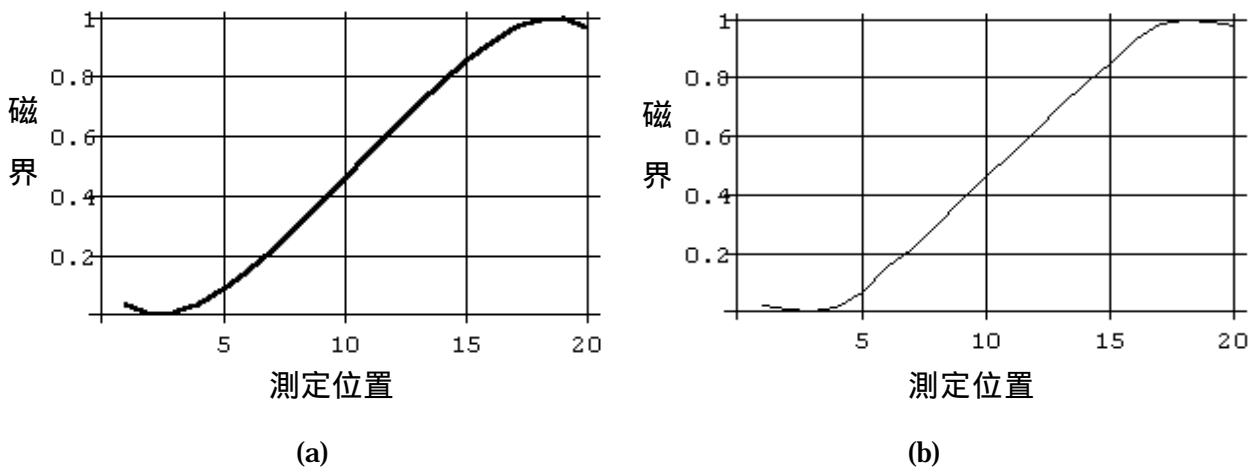


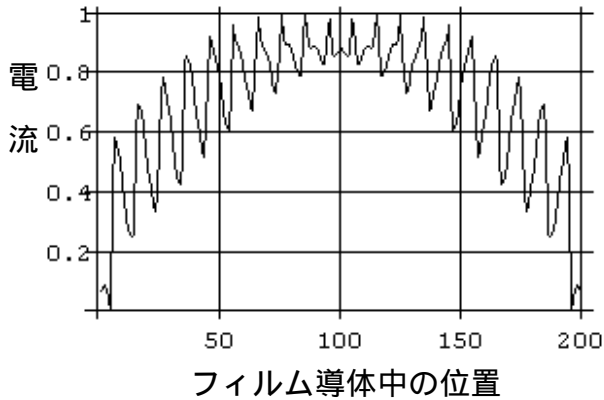
図 2.3. フィールド分布の再現性。(a)原フィールド分布  $\Delta X_p$ ，(b)PWM表現のフィールド源  $P$  から計

算されたフィールド分布 $\Delta X_p'$ 。

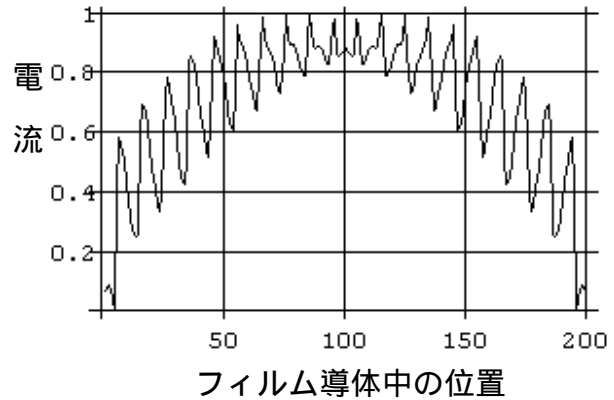
図 2.3(a)と(b)にそれぞれ図 2.2(a)の原フィールド源 $Y_s$ と PWM表現のフィールド源 $P$ による部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ の分布を示す。この結果から、測定によって与えられる部分ベクトル $\Delta X_p^{[M]}$ は SPM変換による PWM表現のフィールド源 $P$ によっても再現されることがわかる。これは、PWM表現の解パターンは近似的にせよ一意的に求められることを意味する。

### 1.3.3. SPM逆変換

ここでは PWM表現 $P$ から原フィールド源 $Y_s$ を求めることを考える。すなわち SPM逆変換である。フィールド源の PWM表現 $P$ を(2.10)式に代入して得られる部分ベクトルを $\Delta X_p'$ と書けば、SPM逆変換は



(a)



(b)

図 2.4. スペクトラム解 $S$ の例。

(a)測定点が 20 点の場合, (b)測定点が 40 点の場合。

$$\begin{aligned}
 S &= D^T [X_p']^{[N]} \\
 &= D^T DP
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

で与えられる[19]。(2.16)式で、 $S$ は PWM表現から原フィールド源 $Y_s$ の形へ変換されたフィールド源であり、スペクトラム解と呼ばれる。

図 2.4 にスペクトラム解 $S$ の例を示す。図 2.4(a)と(b)は、それぞれフィールドの測定点数を 20 点および 40 点とした場合である。図 2.4 の結果は、明らかにフィールドの測定点数、すなわち部分ベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ の次数を増加すればスペクトラム解 $S$ の収束性が向上することを示している。



### 1.3.4. S P M変換の出発値問題

S P M変換は出発値の設定によって収束性が異なる。P W M表現の解ベクトルPの要素を全て零  $\Delta P_i = 0, (i = 1, 2, \dots, m)$  として出発し、単位値 1 を追加する追加法と、解ベクトルPの要素を全て単位値  $\Delta P_i = 1, (i = 1, 2, \dots, m)$  として出発し、単位値 1 を削除する削除法がある[6,19]。どちらの方法を採用するかは問題に依存する。

## 1.4. S P M法の物理的・数学的概念

### 1.4.1. 物理的概念

パワーエレクトロニクス回路で直流電力を制御する場合、変圧器が使えないため印加電圧を断続することで平均的に電力を制御する方法が広範に行われる。いわゆるD Cチョッパーである。また、電子回路に直流電力を供給する電源では、直流電圧を断続することで交流に変換して電力を制御する方式や、直流を正弦波交流へ変換する場合に直流電圧を所望の出力交流電圧の振幅に応じて断続する方式のインバータもある。このように、直流を断続することで電力や波形を制御する方式をP W M(Pulse Width Modulation)制御と呼ぶ。

パワーエレクトロニクス分野のP W M制御は時間領域に関するものであるが、S P M法はフィールド源分布を空間領域のP W M表現とみなして求める。これがS P M法の拘束条件である。このような意味合いから、S P M法は最初から厳密にフィールド源推定に関する逆問題の解を求めようとせず、極めて緩い拘束条件で解の近似的分布を求めることを目的としている。しかし、近似の精度は図 2.4 の結果から明らかなように離散化数の増加に伴い向上する。

パワーエレクトロニクス回路のP W M制御はパワーM O S - F E Tのような能動素子を必要とするが、S P M法では最大値のみを取り出すしきい値演算を必要とする。これはパワーエレクトロニクス回路と逆問題、何れの場合もP W M表現にするために何等かの非線形な操作を必要とすることを意味する。S P M法は本来パワーエレクトロニクスのP W M制御技術を逆問題解析へ応用した方法であるが、P W M制御をデジタルで行う場合にS P M法のアルゴリズムが適用可能であることは極めて興味深い。

## 1.4.2. 数学的概念

フィールド源推定に関する逆問題は、一般に式の数と未知数が異なるシステム方程式を解くことに帰する。従来の線形代数で、このようなシステム方程式を解く方法として一般化逆行列法がある[54]。この一般化逆行列に解のノルムが最小になる拘束条件を付加することで一意的な解が得られる。この解を最小ノルム解と呼び、これはベクトルの直交性を利用する Gram-Schmidt やQR分解等の結果と一致する。実際の逆問題では、この最小ノルム条件が成り立たない。もし、全フィールドベクトルが与えられれば、フィールドによって空間に貯えられるエネルギーは最小となるため、この最小ノルム解は正しい解となるであろう。しかし、全フィールドベクトルが与えられた場合は、明らかに逆問題とはならない。逆問題では、部分フィールドベクトルしか与えられないため、局所的な空間のエネルギー最小条件が全空間のエネルギー最小条件とならない。従って、最小ノルム解が正しい解を与えることは保証されない。

換言すれば、フィールド源推定に関する逆問題は一意的な解が存在しないことが証明されているにも拘らず、従来の線形空間論は何等かの拘束条件を付加することで一意的な解を与える。これは逆問題の解が拘束条件に大きく依存することを意味する。

以上の議論から逆問題解析のキーポイントが、如何に拘束条件を設定するかにあることは自明であろう。SPM法では、最初から一意的な解を求めようとせず、解が離散化された空間の1点で単位値1または0しか取らないとする拘束条件を設定し、1または0の空間的分布度合で解の分布パターンを求める方法である。この拘束条件は、図2.2に示されているように、空間に分布する図2.2(a)の正しいフィールド源を直接求めるのではなく、図2.2(b)のPWM表現で求めようとすることを意味し、極めて一般的な拘束条件である。問題は、与えられた部分フィールドベクトル $\Delta X_p^{[N]}$ とシステム行列 $D$ から解ベクトル $P$ の要素が1または0を取るかを如何にして決定するかである。

式の数が未知数の数より多い場合に近似解を求める方法として最小2乗法が広範に利用されている。SPM法はこの最小2乗法的方法でベクトル $P$ の要素を1または0かを定める[54]。逆問題では、仮にシステム行列 $D$ を構成する列ベクトル $G_i^{[N]}(i=1,2,\dots,m)$ が線形独立であっても(2.12)式右辺の行列 $D^T D$ の逆行列は得られない。しかし、システム行列 $D$ を構成する列ベクトル $G_i^{[N]}(i=1,2,\dots,m)$ がノルムで正規化されているため、行列 $D^T D$ の対角要素は全て1、非対角要素は全て1未満の値を持つ $m$ 次の対称行列である。この性質から、行列 $D^T D$ を近似的に単位行列とみなすと、(2.11)式左辺の演算は(2.13)式に示されたように因子分析解となる。SPM法はこの因子分析解の全てを採用せずに最大値を取る点のみを単位入力1とする。これは、近似的な最小2乗法または因子分析で、 $m$ 個の点で解ベクトルを表そうとせず、最も支配的な1点で第1近似を得ることを意味する。同様に(2.14),(2.15)式の演算は $(m-1)$ 個の点の中で最も支配的な1点を求め、第2近似を得ることを意味する。

以上を要約すれば、SPM法は近似的な最小2乗法または因子分析法に最大値のみを取り出す非線形なしきい値演算を行うことでフィールド源 $Y_s$ をPWM表現として求める方法である。

最後に、(2.16)式のSPM逆変換はPWM表現から得られる部分フィールドベクトル $\Delta X_p'$ の因子分析解に対応する。

## 1.5. SPM法とニューラルネット

### 1.5.1. ニューラルネットと逆問題解析

フィールド源推定に関する逆問題は、線形空間論の最小2乗法に似しい値演算を行うSPM法で近似解が求められることがわかった。多くの逆問題は式の数と未知数の数が一致しないシステム方程式を解くことに帰するが、ニューラルネットではネットワークのパラメータを多入力信号と教師信号で学習させて決定し、任意の入力信号に応じてあらかじめ学習した結果を出力する一種のフィルターである。興味ある点は、ニューラルネットは単に学習によってネットワークパラメータを決めるだけでなく、出力時にリミッター回路、すなわち似しい値演算を行うことである。換言すれば、ニューラルネットのネットワークパラメータを求める学習演算は、入出力信号の数よりも決定すべきパラメータ数の方が多く、さらに任意の入力信号に対して似しい値演算を行い出力を決定する過程は、SPM法でフィールド源をPWM表現で推定する演算に他ならない。

### 1.5.2. ニューラルネット理論によるSPM法の説明

SPM法を具体的にニューラルネットの形で説明しよう。SPM法のシステム方程式(2.10)は、部分フィールドベクトル $\Delta X_p$ がグリーン関数によって決まるベクトル $G_i^{[N]} (i = 1, 2, \dots, m)$ の線形結合で表されるとしている。これは、ニューラルネットでは入力信号が $G_i^{[N]} (i = 1, 2, \dots, m)$ で与えられることを意味する。従って、

入力信号	教師信号	
$G_1^{[N]}$	$\Gamma_1 = [1, 0, 0, \dots, 0]^T$	
$G_2^{[N]}$	$\Gamma_2 = [0, 1, 0, \dots, 0]^T$	
.....		
$G_m^{[N]}$	$\Gamma_m = [0, 0, 0, \dots, 1]^T$	(2.17)

であるから、ネットワークパラメータは

$$W_1 = \sum_{i=1}^m \Gamma_i (G_i^{[N]})^T \quad (2.18)$$

として解析的に決定される。このパーセプトロンに部分フィールドベクトル  $\Delta \mathbf{X}_p^{[N]}$  が入力されると、

$$\Gamma^{[1]} = W_1 \Delta \mathbf{X}_p^{[N]} \quad (2.19)$$

となる。出力ベクトル  $\Gamma^{[1]}$  の要素は(2.13)式の因子分析解と一致するが、最大値をしきい値として単位値 1 を出力する。

最大値を取る  $\Gamma^{[1]}$  の要素を  $\Delta P_h$  とすれば、第 2 のパーセプトロン  $W_2$  は

入力信号	教師信号	
$(G_h + G_1)^{[N]}$	$\Gamma_1 = [1,0,0,;,0]^T$	
$(G_h + G_2)^{[N]}$	$\Gamma_2 = [0,1,0,;,0]^T$	
.....		
$(G_h + G_m)^{[N]}$	$\Gamma_m = [0,0,0,;,1]^T$	(2.20)

であるから、ネットワークパラメータは

$$W_2 = \sum_{i=1}^{m-1} \Gamma_i (G_i^{[N]})^T \tag{2.21}$$

として決められる。この第2パーセプトロンに部分フィールドベクトル $\Delta \mathbf{X}_p^{[N]}$ が入力されると、

$$\Gamma^{[2]} = W_2 \Delta \mathbf{X}_p^{[N]} \tag{2.22}$$

の出力が得られ、これは(2.15)式と一致する。しきい値はベクトル $\Gamma^{[2]}$ の要素の最大値とすれば、SPM法で2番目の単位入力を求める演算と全く一致する。

以上の関係から、SPM法は、線形空間の最小2乗法または因子分析法に非線形のしきい値演算を行うことでフィールド源をPWM表現に変換する。この過程がニューラルネットで説明できる。これはニューラルネットも最小2乗法または因子分析法にしきい値演算を行う方法と解釈できることを意味する。

## 1.6. まとめ

本章では、電磁界系逆問題を具体的な例として取り上げ、逆問題が媒質推定に関する逆問題とフィールド源推定に関する逆問題に分類できることを述べた。この中で、フィールド源推定に関する逆問題を中心として、SPM法による逆問題解析法を最小2乗法、因子分析法、さらにニューラルネットの理論を用いて述べた。

その結果、SPM法は最小2乗法に非線形演算となるしきい値を適用することでPWM表現の近似解を得る方法であることが判明した。また、ホップフィールド型ニューラルネットでSPM法が説明できることを示した。

## 2. 序 論

### 2.1. 逆問題の概念とその応用

一般に、原因から結果を求める順問題に対して、結果からその原因を求める問題は、逆問題と呼ばれている。この逆問題の定義は、取り扱われる分野・問題によって多少異なるようである[1-5]。本論文では、電磁界系逆問題を対象とし、ある系の出力の一部からその系の入力を推定する問題、または、ある系の入力と出力から系のパラメータを推定する問題を逆問題と定義する[6]。

逆問題の基本的な発想の原点は、観測された自然現象または物理現象から何等かの法則・定理を導き出そうとするところにある。このため、逆問題解析は、地球物理学、資源探査、医用工学、工業製品の設計など、非常に広範な分野で必要とされる。しかし、本質的に逆問題は、局所的な情報からその情報源を求めるため、多くの場合、解は一意的に決まらず、曖昧さを含んだ形になることが知られている。これが、逆問題解析の難しさの最大の要因となっている[1-6]。

逆問題の歴史は古く、数学者 N.H.Abel が 19 世紀初めに取り上げたのが最初であると言われている[1]。これに対して、逆問題解析技術の工学的応用に関する研究は比較的近年になってから発展してきた。X線などを用いた Computed Tomography (CT) は、工学的成功例の 1 例である[7]。

本論文で対象とする電磁界系逆問題は、局所的に測定されたフィールド分布からフィールド源を推定するフィールド源推定に関する逆問題と、外部から既知フィールドを対象に加え、その応答として得られるフィールド分布から対象の媒質を推定する媒質推定に関する逆問題に分類される[6]。媒質推定に関する逆問題は、外部から既知のフィールドを対象に加えることができ、さらに、その応答を理想的に測定可能であれば一意的な解が期待できる。他方、理想的な測定が不可能な場合の媒質推定に関する逆問題やフィールド源推定に関する逆問題は、測定されるフィールドが局所的であるために一意的な解は期待できない。逆問題は、多くの場合、不適切問題を解くことに帰し、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解は期待できない[1-5]。このため、拘束条件によって異なる多くの逆問題解析法が提案されてきた。しかし、現在活用できる大部分の理論的な基礎が順問題を前提として確立しているために、電子計算機の

強力な計算能力を前提としても、逆問題解析法の大幅な進歩は成されていないように考えられる。

逆問題解析技術は、外部から対象領域内部の亀裂または欠損の推定を行う非破壊検査技術、心電図・心磁図を基にした生体内の電磁現象の解明および医療診断、または、電気機器の設計などにとって必要不可欠な技術である。このため、逆問題解析技術の確立が、近未来に要求される工業技術や医療診断などに非常に大きく貢献することは明らかである。

## 2.2. 本研究の目的

逆問題は、不適切問題を解くことに帰し、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加しない限り一意的な解が期待できない問題である。このため、逆問題解析法として **Sampled Pattern Matching** 法（試行パターン一致法，以下 SPM法と略記）が提唱され、生体系逆問題、最適化問題等への有効性が確認されている[8-18]。

本研究の目的は、媒質推定およびフィールド源推定に関する逆問題の実用的な問題を取り上げ、SPM法を用いた逆問題解析法の確立とその有効性を検証し、さらに、新しい逆問題解析法として離散値系ウェーブレット変換を用いた方法を提案することである。

## 2.3. 本論文の構成

本論文は、7章で構成される。第2章では、SPM法の数学的・物理的意味を示す。第3-5章では、媒質推定およびフィールド源推定に関する逆問題の実用的な問題を取り上げ、SPM法を用いた逆問題解析法を提案し、妥当性を検証する。第6章では、離散値系ウェーブレット変換を用いた新しい逆問題解析法の提案を行う。

第2章以降の概要は以下の通りである。

### 第2章 SPM法とその理論的背景

第2章では、有力な逆問題解析法であるSPM法の数学的・物理的意味を示す。

逆問題は不適切問題であるため、個々の問題に対して何等かの拘束条件を付加して解く必要がある[1-6]。当然、付加される拘束条件は、一般的でなければならない。SPM法では、可能な限り解の一般性を失わない拘束条件として、解の大きさは1または0に限定する。この拘束条件は、パワーエレクトロニクスにおける電圧や電流の振幅をパルス幅で表す時比率(Pulse width modulation、以下 PWMと略記)制御に対応する”空間に関するPWM表現”であることを述べる。また、数学的には、このPWM表現がしきい値を持つ最小2乗法近似の反復によって行われることを示す。このPWM表現への変換プロセスはしきい値演算を必要とすることからホップフィールド型ニューラルネットワーク(Neural Networks)の理論で表わされることも示す[19,20]。

### **第3章 導電性材料中の異媒質推定**

第3章では、媒質推定に関する逆問題の例として導電性材料中の異媒質推定を取り上げ、SPM法を基にした異媒質推定法を提案する。ここでは、電気ポテンシャル法の原理を用いて、導電性材料中の欠損位置・形状・大きさを推定するProjective Sampled Pattern Matching (以下、PSPMと略記)法を提案し、検証実験を行う[21-28]。その結果、複数の欠損が存在する場合でも比較的良好な推定結果が得られることを示す[26-28]。電気ポテンシャル法では、直接接触によって電位を測定しなければならないために接触抵抗による影響を受けやすい。このため、非接触で測定可能である磁界分布からPSPM法を用いて欠損推定を行う方法も提案する。さらに、電気ポテンシャルと磁界測定を併用することで高精度に欠損推定を行う方法についても検討する。その結果、電気ポテンシャル・磁界測定併用法を用いることで、信頼性の高い欠損推定が可能であることを示す[29]。

### **第4章 磁界・電界併用法による心臓内電力分布推定**

第4章では、フィールド源推定に関する逆問題として生体系逆問題を取り上げ、独立に測定された磁界および電界分布からその電磁界源を推定する磁界・電界併用法を提案する。この磁界・電界併用法を心臓内の電気信号径路推定問題へ適用し、心臓の異常診断に対する検討を行う。磁界・電界併用法では最初に、心磁図を用いた心臓内の電流分布推定、次に心電図を用いた心臓内の電圧分布を推定する。さらに、推定された心臓内の電流分布および電圧分布を併用することで、心臓内部の電力分布を計算する。この心臓内電力分布の時間変化から、心臓内の電気信号径路を推定する。

簡単な有限要素法によるモデルを用いて検証実験を行い本手法の妥当性を検証する。さらに、実際に測定された心磁図および心電図を用いて心臓内の電力分布が推定可能であることを示す。その結果、正常な場合と伝導障害がある場合の心臓内電力分布の時間変化に相違があることを示す[37-40]。

### **第5章 高周波フィールド源推定**



第5章では、高周波フィールド源推定に関する逆問題応用例として、ノートパソコンの漏洩磁界分布から磁界源(電流分布)を推定する問題を取り上げる[41]。ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、SPM法を用いて漏洩磁界源(電流分布)の推定を行う。その結果、ノートパソコン内の漏洩磁界源は回路設計に依存し、主にCPUと電源であることを示す[42]。

## **第6章 ウェーブレット変換を用いた逆問題解析**

第6章では、離散値系ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法の提案を行う[43-52]。従来の逆問題解析法は、最も支配的な入力源のみを推定する方法と入力源の分布パターンを推定する方法である[1-6]。これらに対して、離散値系ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法は、入力源の分布と大きさを近似的であるが、同時に推定可能とする方法である。この方法は、離散値系ウェーブレット変換のデータ圧縮の特徴を利用し、逆問題のシステム行列の逆行列を近似的に求め、近似解を得る方法である。

## **第7章 まとめ**

第7章は、本研究のまとめであり、得られた研究成果を総括する。

## 3. 導電性材料中の異媒質推定

### 3.1. はじめに

鉄などの導電性金属によって構成される鉄橋、航空機などで金属疲労に起因して生ずる亀裂や欠損は、大事故を引き起こす可能性がある。このため、外部から亀裂または欠損の推定を行う非破壊検査技術は航空機・建造物等の安全対策上重要な技術であり、渦電流探傷法、X線CT、超音波探傷法、磁気探傷法、電気ポテンシャル試験法などの多くの非破壊検査法が提案され、利用されている[21,22]。

これらの非破壊検査技術の中で、比較的簡単な装置で測定ができる電気ポテンシャル試験法の原理は、古くから知られており、表面または比較的表面に近い欠損または亀裂の検出、溶接部の検査、表面の欠陥の深さの測定などに用いられてきた。電気ポテンシャル試験法は、欠損または亀裂を含む被検査導体に対して外部から電流を流し、欠損や亀裂によって生じた電気ポテンシャルの変化を被検査導体表面で測定することにより欠損を推定する方法である[21-25]。この電気ポテンシャル試験法の原理を用いて欠損推定を行う場合、欠損によって生じた電気ポテンシャルの変化を測定することにより欠損の有無は確認できる。しかし、導体内部の欠損の位置・形状・大きさを推定する問題は、局所的な情報しか得られないために本質的に逆問題を解くことに帰する。このため、この電気ポテンシャル試験法を用いて導体内部の欠損の位置・形状・大きさまで推定する方法が提唱されている[23-25]。しかし、逆問題を解く決定的な解析技術が開発されていない等の理由により、正確な欠損推定を行うためには何らかの経験的な技術を要するのが現状である。

一方、外部から既知フィールドを対象に加え、その応答として得られるフィールド分布から導体内部の欠損位置・形状・大きさを推定する問題は、媒質推定に関する逆問題に分類される。さらに、電気ポテンシャル試験法による欠損推定問題は、媒質の異なる領域(欠損)を推定する問題であり、媒質推定に関する逆問題の中の異媒質位置推定問題と位置づけることができる[26-29]。

本章では、電気ポテンシャル試験法の原理を用いて、導電性材料中の欠損位置・形状・大きさを推定する Projective Sampled Pattern Matching (PSPM) 法を提案し、その妥当性を検証する。また、導体中の異媒質推定問題を応用例として取り上げ、本手法の有効性を検証する

[26-28]。その結果、電気ポテンシャルが比較的高精度で測定可能であれば、従来の方法では困難であった複数個の欠損が存在する問題でも信頼性の高い欠損推定が可能であることを示す。

電気ポテンシャル試験法は、直接接触によって電位を測定しなければならないために接触抵抗による影響を受けやすい欠点を持つ。このため、非接触で測定可能である磁界分布から PSPM 法を用いて欠損推定を行う方法も提案する。

さらに、電気ポテンシャルと磁界測定を併用することで欠損推定の精度改善を行う方法についても検討する。その結果、電気ポテンシャル・磁界測定併用法を用いることで、信頼性の高い欠損推定が可能であることを示す[29]。

## 3.2. 電気ポテンシャル測定による異媒質推定

### 3.2.1. 電気ポテンシャル試験法の原理

電気ポテンシャル試験法は、欠損または亀裂を含む被検査導体に対して外部から電流を流し、欠損または亀裂によって生じた電気ポテンシャルの変化を被検査導体表面で測定することにより欠損または亀裂の推定を行う方法である。電気ポテンシャル試験法の原理は、古くから知られており、表面および比較的表面に近い欠損または亀裂の検出、溶接部の検査、表面の欠陥の深さの測定などに用いられてきた。電気ポテンシャル試験法は、比較的簡単な装置で測定ができる利点があるが、電気ポテンシャルを直接接触によって測定する場合には、被検査導体とプローブ間の接触抵抗が問題となる。

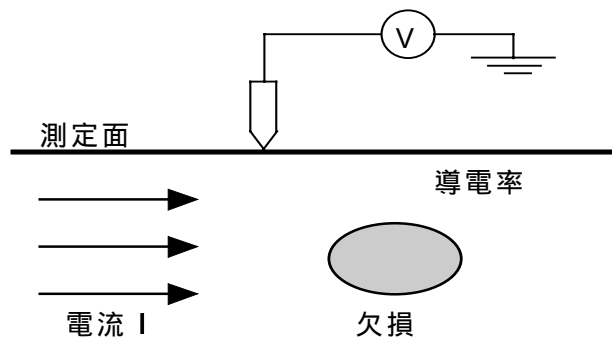


図 3.1 電気ポテンシャル試験法の原理。

### 3.2.2. 静電流系基礎方程式

無限に広い空間に静的な電流が分布している系で、電気ポテンシャル と導電率 さらに電流密度  $\mathbf{J}$  の関係は次式によって与えられる。

$$-\kappa \nabla \phi = \mathbf{J} \quad (3.1)$$

いま、導体に欠損があるとすれば、(3.1)式は、

$$-\kappa \nabla \phi_d = \mathbf{J} + \mathbf{J}_s \quad (3.2)$$

と変形される。ここで、 $\phi_d$  は欠損があるときの電気ポテンシャルである。また、欠損部の導電率は物理的に零であるが、導電率  $\kappa$  は零でなく導体全体で一定値であると仮定し、 $\mathbf{J}_s$  を導電率の不連続性を代替する等価電流密度とした。すなわち、導体中の欠損部には外部から通電される電流密度  $\mathbf{J}$  が流れないから、 $\mathbf{J}_s$  は欠損部で電流密度  $\mathbf{J}$  を打ち消す方向に流れる等価電流密度である。

(3.2)式から(3.1)式を引くと、

$$-\kappa \nabla (\phi_d - \phi) = \mathbf{J}_s \quad (3.3a)$$

または、

$$-\kappa \nabla \phi_s = \mathbf{J}_s \quad (3.3b)$$

と書ける。ここで、 $\phi_s$  は欠損がある場合と無い場合の電気ポテンシャルの差（以後、本論文では差分電気ポテンシャルと呼ぶ）であり、

$$\phi_s = \phi_d - \phi \quad (3.3c)$$

与えられる。(3.3b)式両辺の発散をとると、

$$\nabla^2 \phi_s = -\nabla \cdot (\mathbf{J}_s / \kappa) \quad (3.4)$$

なるポアソン型の支配方程式を得る。

欠損部の電界を  $\mathbf{E}_s$  とすれば、(3.4)式の右辺は  $\mathbf{J}_s / \kappa = \mathbf{E}_s$  であるから、(3.4)式の支配方程式は、差分電気ポテンシャル  $\phi_s$  が欠損部の電界  $\mathbf{E}_s$  によって生ずることを意味している。空間全体の差分電気ポテンシャル  $\phi_s$  が測定可能であれば、(3.4)式の右辺が零でない部分、すなわち、欠損部は(3.4)式に  $\phi_s$  を代入することによって容易に求めることができる。しかし、通常、被検査対象の輪郭に沿った局所的な差分電気ポテンシャルしか測定することができない。

### 3.2.3. システム方程式

(3.4)式の積分形は、 $\mathbf{E}_s = \mathbf{J}_s / \kappa$  の関係を用いて次式で与えられる。

$$\phi_s = \int G(\nabla \cdot \mathbf{E}_s) dv \quad (3.5)$$

ここで、 $G$  はグリーン関数であり、本論文では全ての空間が一定値の導電率  $\kappa$  で満たされているとしているから、 $r$  を差分電気ポテンシャル  $\phi_s$  とポテンシャル源  $\nabla \cdot \mathbf{E}_s$  間の距離として、 $G = 1/4\pi r$  で与えられる。

いま、差分電気ポテンシャル  $\phi_s$  を  $n$  個の測定点で測定し、それぞれ  $\phi_{s1}, \phi_{s2}, \dots, \phi_{sn}$  とする。さらに、対象領域  $V$  を  $m$  個の微小領域  $\Delta V_i (i = 1, 2, \dots, m)$  に分割し、個々の微小領域で  $\nabla \cdot \mathbf{E}_s$  および  $\nabla \cdot (\mathbf{J}_s / \kappa)$  がそれぞれ一定値、 $\nabla \cdot \mathbf{E}_{si}$  および  $\nabla \cdot (\mathbf{J}_{si} / \kappa)$  であるとすれば、(3.5)式は次のように離散化される。

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^m y_i \mathbf{d}_i \quad (3.6)$$

ここで、 $y_i$  は電圧双極子ベクトルの大きさであり、

$$\begin{aligned} y_i &= |\Delta V_i (\nabla \cdot \mathbf{E}_{si})| \\ &= |\Delta V_i [\nabla \cdot (\mathbf{J}_{si} / \kappa)]| \\ &= |\Delta S_i (\mathbf{J}_{si} / \kappa)| \end{aligned} \quad (3.7)$$

で与えられる。この電圧双極子ベクトル  $y_i$  [Vm] の物理的意味は、電流双極子ベクトルを導電率で除算したものと解釈できる[6,8-14,26-29]。また、 $\Delta S_i$  は  $\Delta V_i$  の表面積を示し、

$$\nabla \cdot = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} \left[ \frac{\Delta S_i}{\Delta V_i} \right] \quad (3.8)$$

の関係を  $\Delta V_i$  が充分小さいとして使った。また、ベクトル  $\mathbf{U}$  は、

$$\mathbf{U} = [\phi_{s1}, \phi_{s2}, \dots, \phi_{sn}]^T \quad (3.9)$$

である。さらに、ベクトル  $\mathbf{d}_i$  は、 $i (= 1, 2, \dots, m)$  点の電圧双極子ベクトルと  $j (= 1, 2, \dots, n)$  点の差分電気ポテンシャルの間のグリーン関数が  $r_{ij}$  を両者間の距離として  $G_{ji} = (1/4\pi r_{ji})$  であるから、

$$\mathbf{d}_i = [G_{1i} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_{r1i}, G_{2i} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_{r2i}, \dots, G_{ni} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_{rni}]^T \quad (3.10)$$

で与えられる。ここで、 $\mathbf{a}_i$  は電圧双極子ベクトル  $y_i$  の単位ベクトルであり、 $\mathbf{a}_{rni}$  は  $i$  点の電圧双極子から差分電気ポテンシャルの測定点  $j$  点への単位ベクトルである。

一般に、差分電気ポテンシャルは電圧双極子を含む全領域で測定されるのではなく、限られた点でしか測定されないの次条件、

$$m > n \quad (3.11)$$

が成り立つ。(3.6)式は、電気ポテンシャル測定における媒質推定に関する逆問題のシステム方程式であり、媒質推定に関する逆問題を解くことは電圧双極子ベクトル  $y_i (= 1, 2, \dots, m)$  の位置と大きさを求めることに帰する。しかし、一般に(3.6)式は式の数  $n$  よりも未知数の数  $m$  が多く、単純な行列演算を用いて解が一意的に求められないことを意味する。すなわち、測定条件が悪い場合の媒質推定に関する逆問題では、(3.6)式のシステム方程式は、単純な行列演算を用いて解が一意的に求められない。

### 3.2.4. PSPM法による異媒質推定法

媒質推定に関する逆問題は、内部に電磁界源を含まず、外部から既知フィールドを対象に加え、その応答として得られるフィールド分布から対象物体中の異媒質の位置・大きさ・形状推定を行う問題である。システム方程式は、形式的に媒質推定に関する逆問題とフィールド源推定に関する逆問題で同じ形で書けるが、媒質推定に関する逆問題がフィールド源推定に関する逆問題と本質的に異なる点は、(2.5)式の関係が成り立つことである。

具体的な例題として、電気ポテンシャル試験法による導体中の欠損推定問題を取り上げて説明する。この媒質推定に関する逆問題に対して本論文では、欠損を導体に外部から通電することで生ずる等価電圧源に置き換え、この等価電圧源の大きさを単位電圧双極子の空間的集中度合で表す。ここで、電圧双極子とは電気ポテンシャルの変化によって生じるものである[6,26-29]。従って、この電気ポテンシャル試験法による欠損推定問題は、欠損部に起因する電圧双極子を推定することに帰する。また、電圧双極子の方向は外部からの通電方向に応じて変化し、欠損部に電流が流れないから、外部から通電される電流の方向に対して逆方向である。このため、フィールド源推定に関する逆問題に対するSPM法のように双極子の角度をすべての方向に走査する必要がなく、外部から流す電流の方向に応じて欠損部に起因する電圧双極子の方向を仮定すればよい。従って、SPM法で仮定する対象領域内の電圧双極子の方向をすべて外部から通電する電流の逆方向に投影して実行すればよい。

SPM法は次式に基づいて入力源（ポテンシャル源）の位置を探する方法であり、その第1ステップは、

$$\gamma_i = \frac{\mathbf{U}^T \cdot \mathbf{d}_i}{\|\mathbf{U}\| \|\mathbf{d}_i\|}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.12a)$$

の計算を実行することである。明らかに、(3.12a)式は、測定によって得られる既知ベクトル $\mathbf{U}$ と $i$ 点に位置する電圧双極子に起因するベクトル $\mathbf{d}_i$ 間の角度、すなわち、差分電気ポテンシャルとベクトル $\mathbf{d}_i$ 間の空間分布パターンの一致度合を与える。最初の等価入力源の位置を(3.12a)式で $\gamma_i$ が最大値を取る点 $\mathbf{h}$ を起点(以下、この点をパイロットポイントと略記)として求めた後、2番目のパイロットポイントは、最初のパイロットポイント $\mathbf{h}$ 点のベクトル $\mathbf{d}_h$ を用いて次式の $\gamma_j$ が最大値を取る点とする。

$$\gamma_j = \frac{\mathbf{U}^T \cdot \mathbf{d}_j}{\|\mathbf{U}\| \|\mathbf{d}_j\|}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad j \neq h \quad (3.12b)$$

求めるべきパイロットポイントの個数は、欠損がある場合に測定される電気ポテンシャルと差分電気ポテンシャル分布のノルム比で決定する。すなわち、欠損がある場合の測定点における電気ポテンシャルを要素とする既知ベクトル $\mathbf{U}_x$ のノルムを $\|\mathbf{U}_x\|$ として、(3.12a)-(3.12b)式と同様な過程でパイロットポイントを、

$$\frac{\|\mathbf{U}\|}{\|\mathbf{U}_x\|} \leq \frac{\left\| \sum_{j=1}^k \mathbf{d}_j \right\|}{\left\| \sum_{i=1}^m \mathbf{d}_i - \sum_{j=1}^k \mathbf{d}_j \right\|} \quad (3.12c)$$

に達する k 個まで求める。

(3.12a)-(3.12c)式は、外部から流す電流の方向が一方向についてのみであり、この過程を外部から流す電流の方向を対象領域を取り囲む周辺に沿って一周するよう変えて実行する。各通電方向で得られたパイロットポイントの重複度で欠損部位を推定する。これが本論文で提案する電気ポテンシャル測定による導体内の欠損推定法である。具体的な P S P M法の計算の流れ図を付録 A に付記した。

### 3.2.5. 検証実験

P S P M法の妥当性を吟味するため、図 3.2 に示すような二次元欠損推定問題を考える。充分広い二次元平面上で欠損部を含む円形探査領域があり、72 点の差分電気ポテンシャルが等間隔で探査領域を取り囲むように測定されたとする。この 72 点の差分電気ポテンシャルから P S P M法を用いて欠損を推定する。

図 3.3 に、探査領域内部に欠損が存在する場合の測定点(72 点)上の差分電気ポテンシャル分布の例を示す。差分電気ポテンシャル分布は、有限要素法を用いて計算した。図 3.3(a)-(d)は、それぞれ 1, 2, 3 箇所さらに探査領域に対して大きな欠損が存在する場合に一方向から通電したときの差分電気ポテンシャル分布を示す。また、三角形メッシュで示されている部分が欠損部である。差分電気ポテンシャルは大きさが 1 になるように正規化されており、円周上の丸の大きさは差分電気ポテンシャルの大きさを表す。また、赤丸は正、青丸は負の値をそれぞれ表す。この差分電気ポテンシャル分布から探査領域内部の欠損推定を行う。

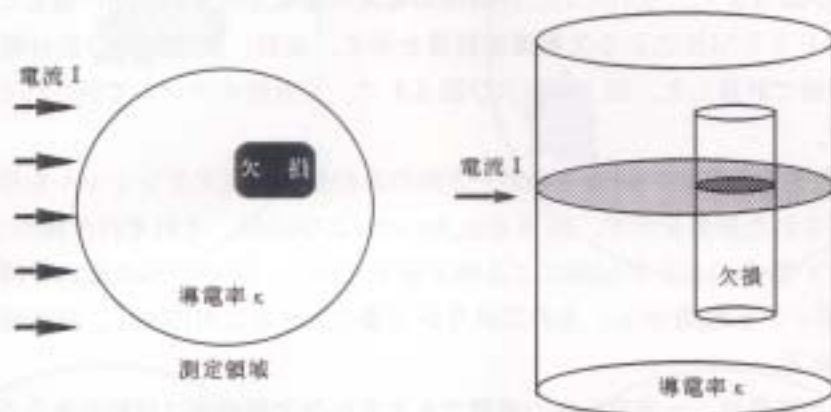


図 3.2 二次元欠損推定モデル。

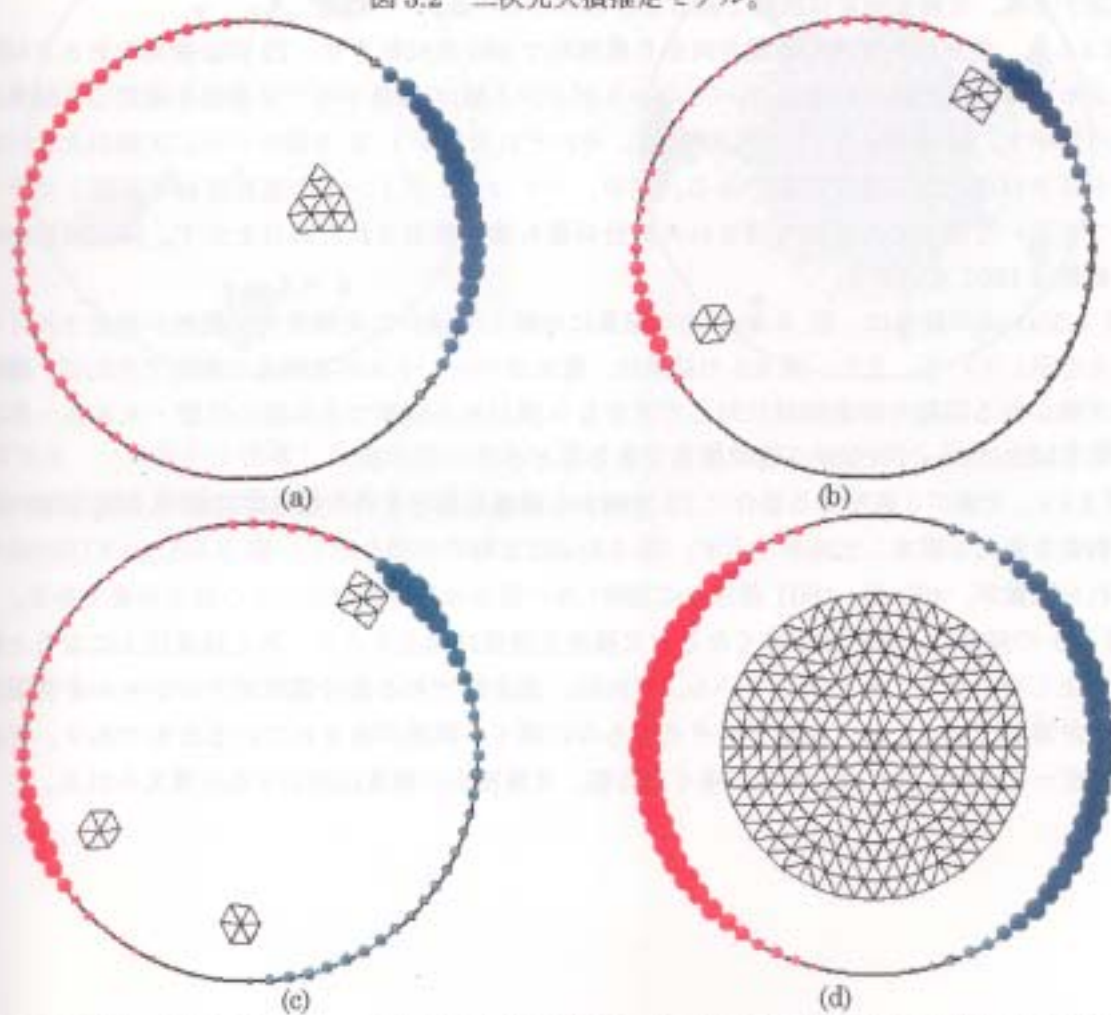


図 3.3 差分電気ポテンシャル分布。(a)欠損 1箇所, (b)欠損 2箇所, (c)欠損 3箇所, (d)欠損が大きい場合。



### 3.2.6. P S P M法による欠損推定

図 3.4 および図 3.5 に、それぞれ、外部印加電流の通電方向が一方向の場合と通電方向を変化させた場合の P S P M法による欠損推定結果を示す。なお、測定点上の差分電気ポテンシャルは、有限要素法で計算した。図 3.4 および図 3.4 で、三角形メッシュで示される部分が正解の欠損部位を表す。

図 3.4 に、外部印加電流の通電方向が一方向のみの差分電気ポテンシャルを用いて P S P M法によって推定された結果を示す。図 3.4(a),(b),(c)および(d)は、それぞれ欠損が 1, 2, 3 箇所さらに欠損が大きい場合の P S P M法による推定結果である。図中の点は P S P M法による推定点(パイロットポイント解)を示し、点の広がり欠損の大きさに対応する。探查領域内部の分割数は 1801 点である。

図 3.4(a)-(d)の結果は、一方向からの通電でも大まかな欠損推定は可能であるが、欠損部の数が増加する程、正確な推定は困難であることを示している。

図 3.5 に、外部印加電流の通電方向を 5 度刻みで 360 度回転させ、72 回の独立な P S P M演算によって得られた個々の推定点(パイロットポイント解)の加算平均で欠損部を推定した結果をそれぞれ示す。図 3.5(a),(b),(c)および(d)は、それぞれ欠損が 1, 2, 3 箇所さらに欠損が大きい場合の P S P M法による推定結果である。図中、パイロットポイントの重複度を等高線とカラーマップを用いて表した。赤線で囲まれた部分が最も強く推定された部分を示す。探查領域内部の分割数は 1801 点である。

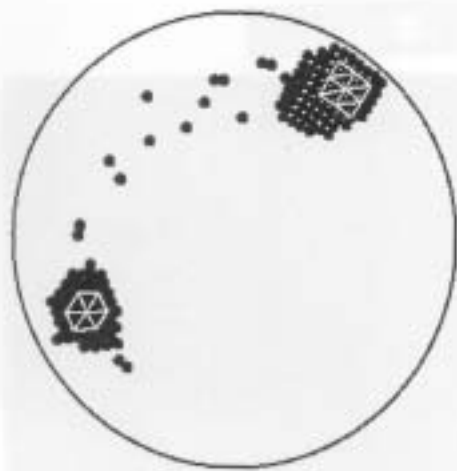
図 3.5(a)-(d)の結果は、図 3.4(a)-(d)の結果に比較して遥かに高精度で欠損部が推定されていることを示している。また、図 3.5 の結果は、電気ポテンシャルが高精度で測定できれば、複数個の欠損がある問題や探查領域に対して大きな欠損がある問題でも欠損の位置・大きさ・形状が P S P M法によって比較的正確に推定できることを示している。

図 3.6 に、欠損が 3 箇所ある場合に 72 方向から通電したときの欠損推定問題で、探查領域内部の分割数を変えて推定した結果を示す。図 3.6(a)は正解の欠損を示し、図 3.6(b),(c)及び(d)はそれぞれ分割数が、469 点、1801 点さらに 3997 点の場合の P S P M法による推定結果である。

図 3.6 の結果は、分割数が多くなると欠損推定精度は向上するが、ある程度以上になると精度は向上しなくなることを示している。これは、測定値である差分電気ポテンシャルを有限要素法で計算しているために測定データそのものに若干の誤差が含まれているためであり、正確な測定データが得られれば分割数が多くなる程、欠損推定の精度は向上すると考えられる。



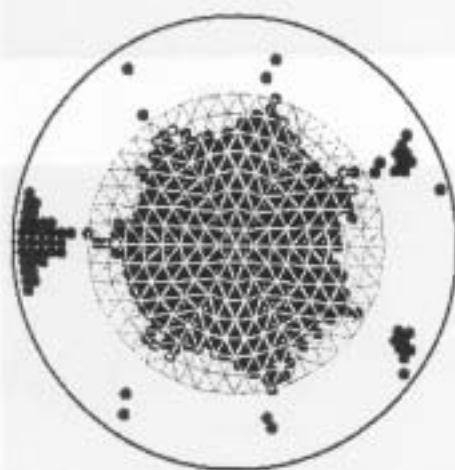
(a)



(b)



(c)



(d)

図 3.4 一方向から通電した場合のPSPM法による欠損推定。(a)欠損1箇所、(b)欠損2箇所、(c)欠損3箇所、(d)欠損が大きい場合。

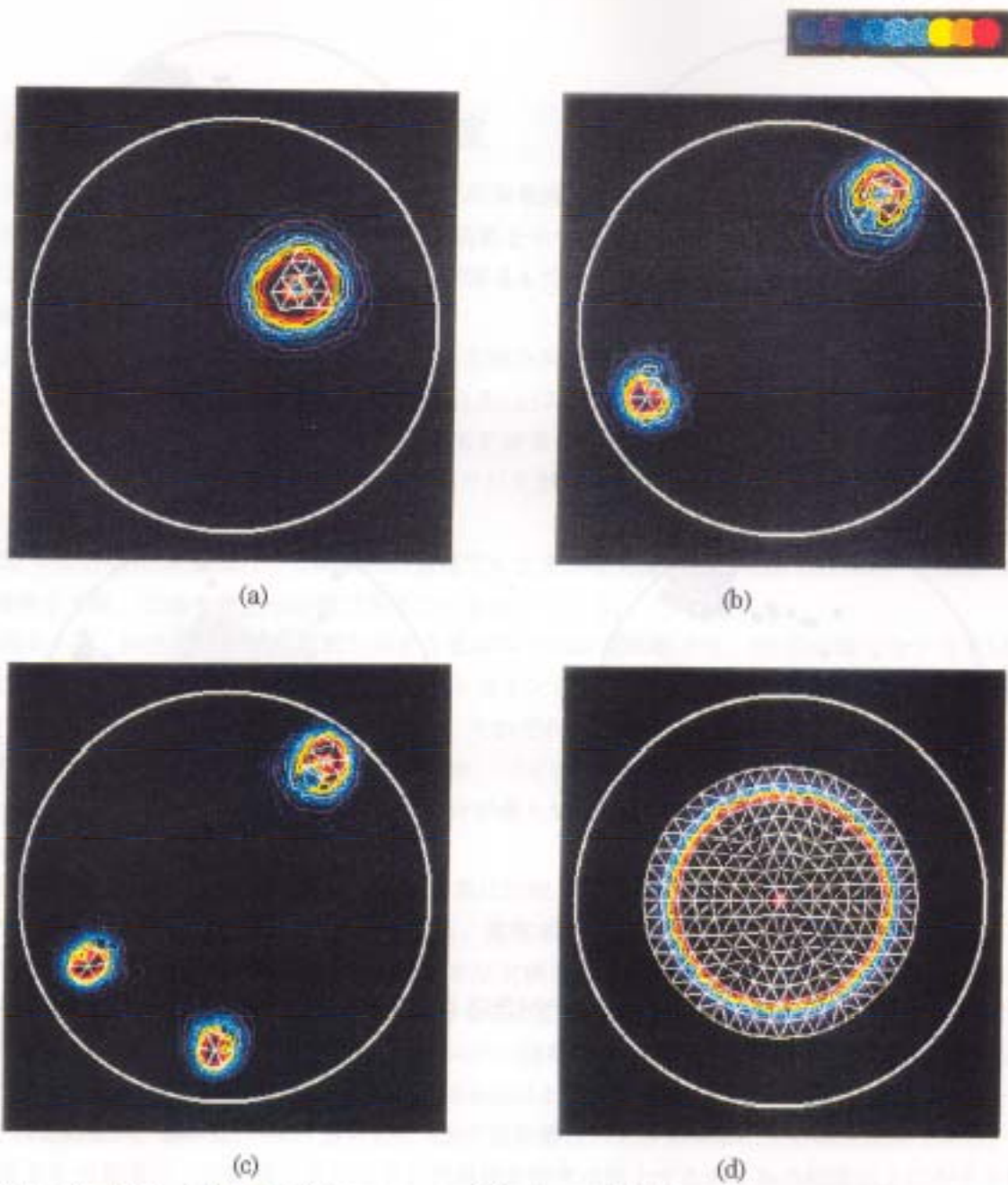


図 3.5 72 方向から通電した場合の P S P M 法による欠損推定。(a)欠損 1 箇所, (b)欠損 2 箇所, (c)欠損 3 箇所, (d)欠損が大きい場合。

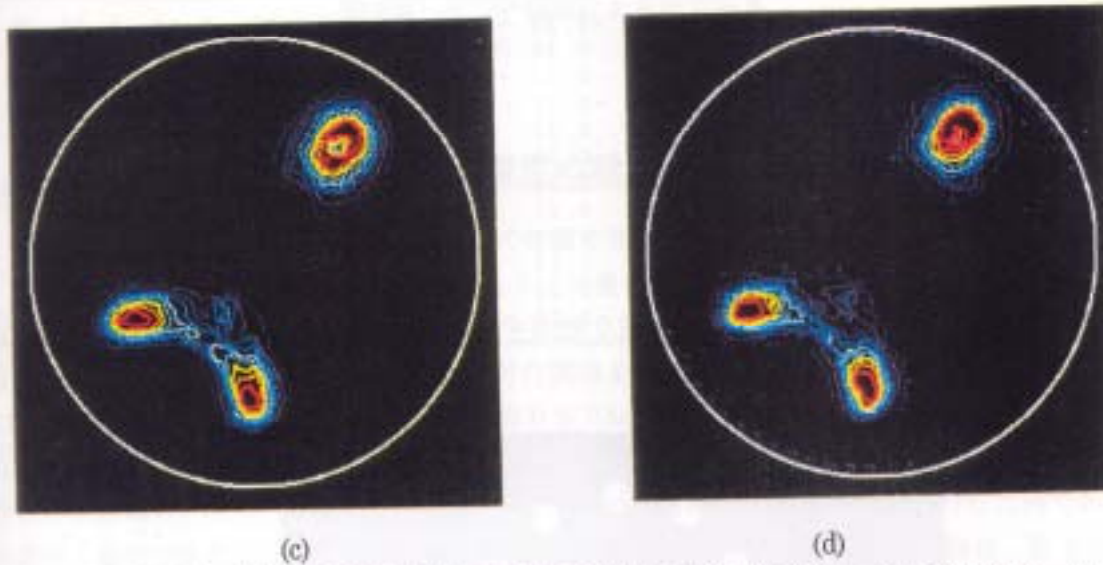
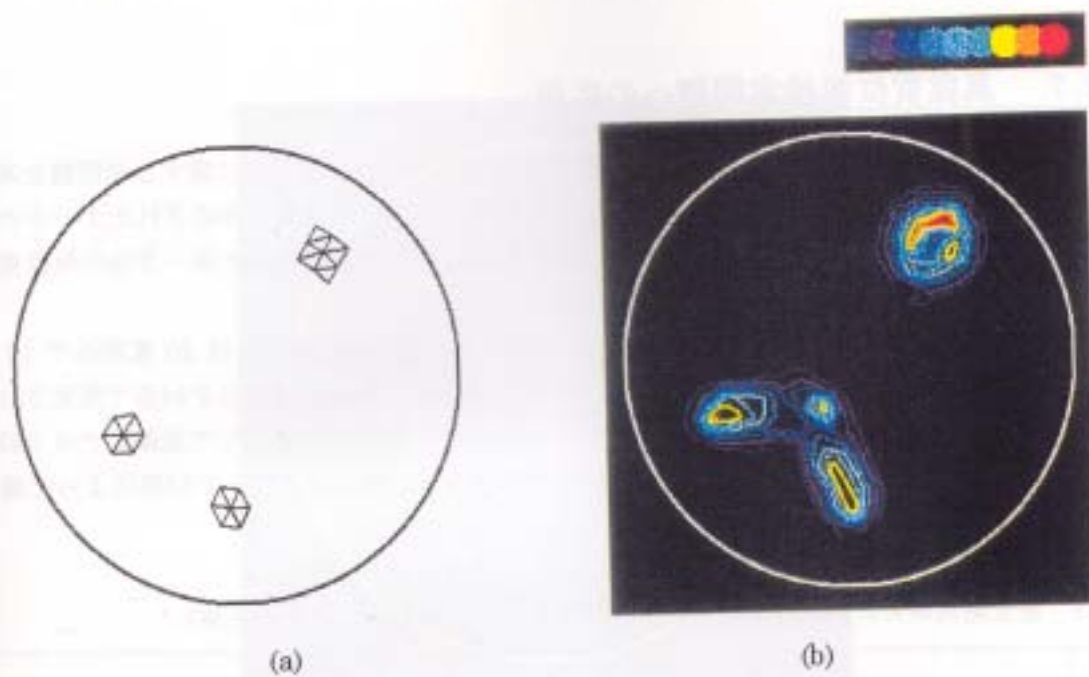


図 3.6 推定領域の分割数を変えた場合の P S P M 法による欠損推定。(a)正解の欠損, (b)分割数 469 点, (c)分割数 1801 点, (d)分割数 3997 点。

### 3.2.7. 異媒質位置推定問題への応用

図 3.7 に示すように導電性ゴム上に置かれた金属製ナットの位置推定に関する逆問題を考える。この媒質推定に関する逆問題では導電性ゴムの導電率よりも金属で作成されたナットの導電率が大きいため、ナットの位置と大きさは外部から流される電流方向と同一方向の単位電圧双極子の位置と分布を求める問題に帰する。

差分電気ポテンシャルは図 3.7 中の 12 点で測定され、電流の通電方向は 30 度刻みで 12 回変更した。測定された差分電気ポテンシャルを表 3.1 に示す。図 3.8 に P S P M 法で推定された結果を示す。図 3.8 の結果は、差分電気ポテンシャル測定の誤差等に起因して正確にナットの形状まで推定することは出来ないが、ナットの位置や大きさはある程度 P S P M 法によって推定されることがわかる。

表 3.1 差分電気ポテンシャルの測定値。(ノルムが1になるように正規化済)

Angle [deg]	Measurement positions											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.57	0.33	0.19	0.03	-0.16	-0.29	-0.36	-0.34	-0.23	-0.11	0.04	0.32
30	0.47	0.15	-0.10	-0.23	-0.30	-0.36	-0.31	-0.16	-0.04	0.08	0.29	0.51
60	0.39	-0.02	-0.28	-0.35	-0.36	-0.32	-0.15	-0.03	0.07	0.24	0.34	0.47
90	0.05	-0.36	-0.40	-0.35	-0.27	-0.12	-0.03	0.10	0.23	0.32	0.41	0.42
120	-0.24	-0.50	-0.40	-0.30	-0.10	0.01	0.13	0.26	0.30	0.35	0.31	0.19
150	-0.46	-0.53	-0.32	-0.12	0.01	0.16	0.28	0.32	0.30	0.26	0.15	-0.05
180	-0.62	-0.47	-0.12	0.04	0.22	0.29	0.30	0.24	0.21	0.11	-0.01	-0.22
210	-0.60	-0.20	0.08	0.20	0.32	0.27	0.24	0.21	0.12	-0.01	-0.14	-0.50
240	-0.46	0.03	0.27	0.36	0.31	0.23	0.18	0.10	-0.02	-0.13	-0.37	-0.49
270	-0.12	0.34	0.36	0.46	0.17	0.12	0.05	-0.09	-0.12	-0.33	-0.39	-0.45
300	0.22	0.57	0.38	0.18	0.18	0.01	-0.18	-0.19	-0.35	-0.35	-0.30	-0.18
330	0.56	0.51	0.24	0.08	-0.01	-0.19	-0.21	-0.32	-0.33	-0.23	-0.14	0.03

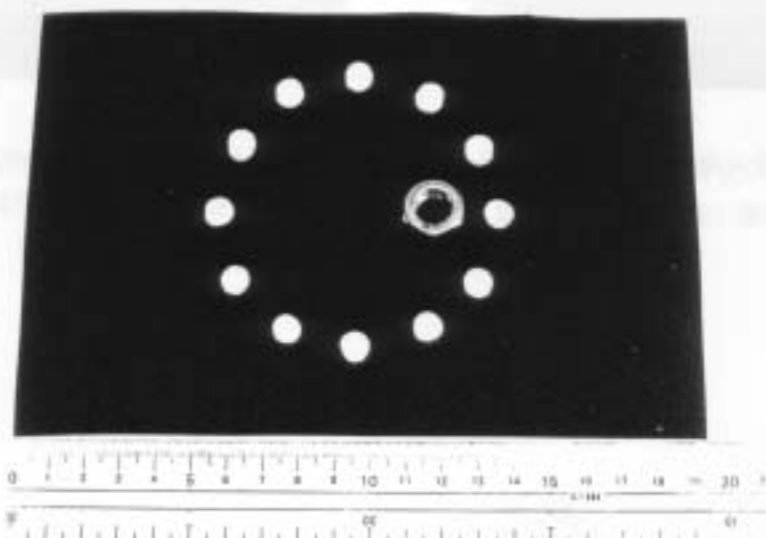


図 3.7 導体中の異媒質の位置推定問題。導電性ゴム板上に置かれた金属製ナットの位置推定。

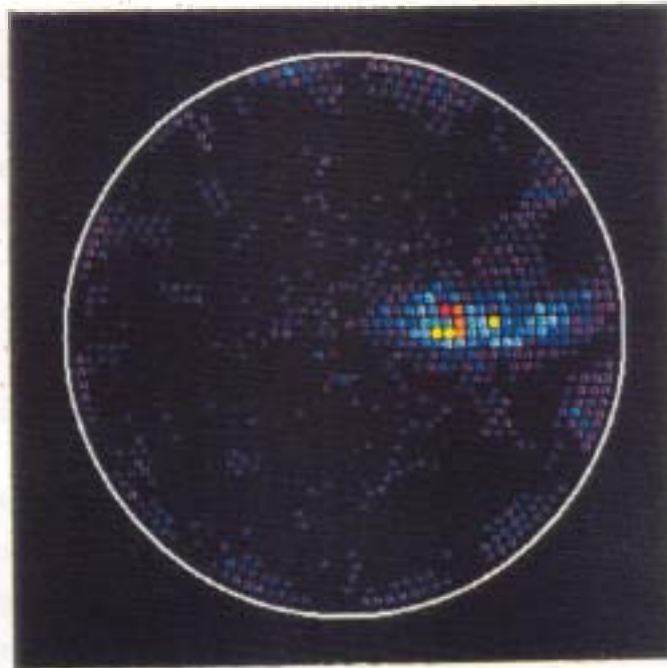


図 3.8 P S P M法による推定結果。

### 3.2.8. P S P M法による欠損推定の精度改善

本節では、P S P M法による欠損推定法の性質を明らかにし、欠損推定の精度改善を行う。

図 3.9 は、探査領域に 1 箇所欠損があり、欠損を円形に取り囲む線上で等間隔に 72 点の電気ポテンシャルが測定された場合の欠損推定問題である。図 3.9(a)は、パイロットポイント数と (3.12a)-(3.12b) 式のパターン一致指数 間の関係を表す。図 3.9(b)は正解の欠損を示し、図 3.9(c)は差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果である。ただし、外部から通電する電流を 72 方向に変化させて欠損推定を行った。図 3.9(d)に、図 3.9(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定の精度向上を実行した例である。欠損が 1 箇所であるので、図 3.9(a)の曲線はほぼ単調増加を示している。この場合、図 3.9(c)と図 3.9(d)は、ほぼ同様の推定結果を示している。

図 3.10 は、探査領域に 3 箇所欠損が存在する場合の推定結果を示す。図 3.10(a)は、パイロットポイントの数とパターン一致指数 間の関係を表す。図 3.10(b)は正解の欠損を示し、図 3.10(c)は差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果である。図 3.10(d)に、図 3.10(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定を行った結果を示す。

図 3.10(a)の曲線は単調増加でないため、図 3.10(c)では 3 箇所の欠損の真ん中に 4 つ目の欠損があるように推定されている。しかし、最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで精度の向上を図った図 3.10(d)では、推定の精度が向上し 3 箇所の欠損が正確に推定されている。

図 3.11 は、3 箇所の欠損が図 3.10 に比べて中心に寄っている場合の推定結果を示す。図 3.11(a)は、パイロットポイントの数とパターン一致指数 間の関係を表す。図 3.11(b)は正解の欠損を示し、図 3.11(c)は差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果である。図 3.11(d)に、図 3.11(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定を行った結果を示す。図 1 8 (a)の曲線は単調増加でないが図 3.10(a)の曲線に比べると単調増加に近づいている。このため、図 3.11(c)では、図 3.10(c)に比較してさらに 3 箇所の欠損の真ん中に 4 つ目の欠損があるように推定されている。しかし、最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで精度の向上を図った図 3.11(d)では、推定の精度が向上し 3 箇所の欠損が推定されている。

図 3.12 は、3 箇所の欠損が図 3.11 に比べてさらに中心に寄っている場合の推定結果を示す。図 3.12(a)は、パイロットポイントの数とパターン一致指数 間の関係を表す。図 3.12(b)は正解の欠損を示し、図 3.12(c)は差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果である。図 3.12(d)に、図 3.11(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定を行った結果を示す。図 3.12(a)では、ほとんど単調増加に近い曲線になった。このため、図 3.12(c)では、図 3.11(c)に比較してさらにパイロットポイントが中心に集まり、最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで精度の向上を図っても、推定の精度が向上せず 3 箇所の欠損が推定されていない。

図 3.9-3.12 の結果は、電磁界源や欠損が探查される対象領域とフィールド測定位置間の距離が比較的大きく離れている場合、S P M法は複数個の電磁界源や欠損を全体として 1 個の欠損分布と推定することを示す。これは S P M法が、測定されたフィールド分布に対して最も支配的な解を推定することに他ならない。

図 3.9 および図 3.12 に示すように、パイロットポイント数対パターン一致指数 間の曲線が単調増加の場合、推定対象空間中に単一の欠損が存在するか、または対象空間に複数個の欠損が存在してもフィールドが測定される部分と対象空間との距離が大きすぎるために解の推定精度が限界であることを意味する。

図 3.10 および図 3.11 に示すように、パイロットポイント数対パターン一致指数 間の曲線が単調増加でない場合、対象空間は複数個の欠損を含む。さらに、パイロットポイント数対パターン一致指数 間の曲線で、最初のピーク以降のパイロットポイント解からより正確な推定結果が得られる。

以上の事から、パイロットポイント数対パターン一致指数 間の曲線で、最初のピークまでのパイロットポイントは、測定フィールド分布に対して最も支配的な解であることを意味する。



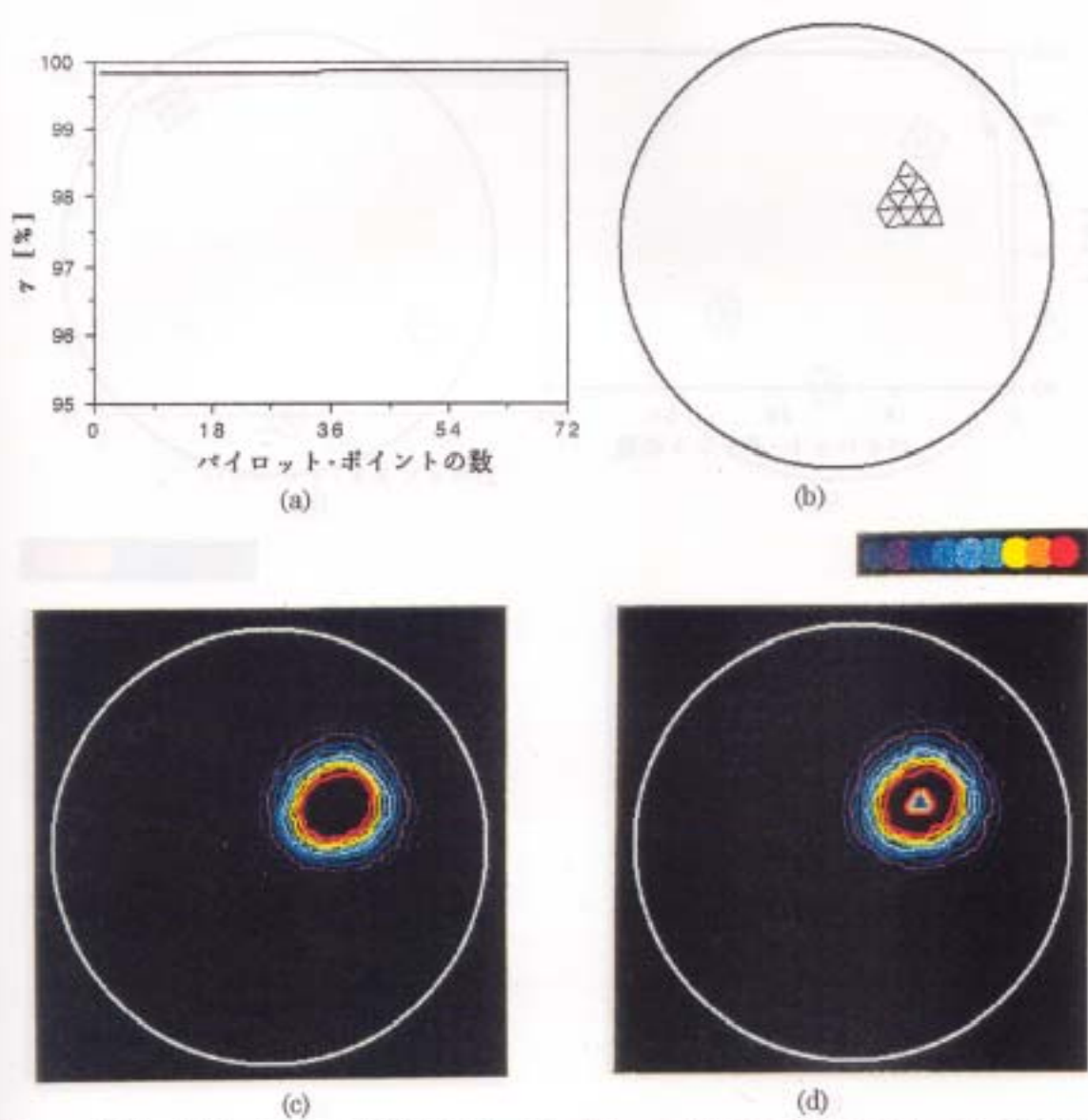


図 3.9 欠損 1 箇所の場合の推定精度向上。(a)パイロットポイント数対パターン一致指数  $\gamma$ ，  
 (b)正解の欠損，(c)差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M 法による推定結果，(d)(a)の曲線  
 の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定を行った結果。

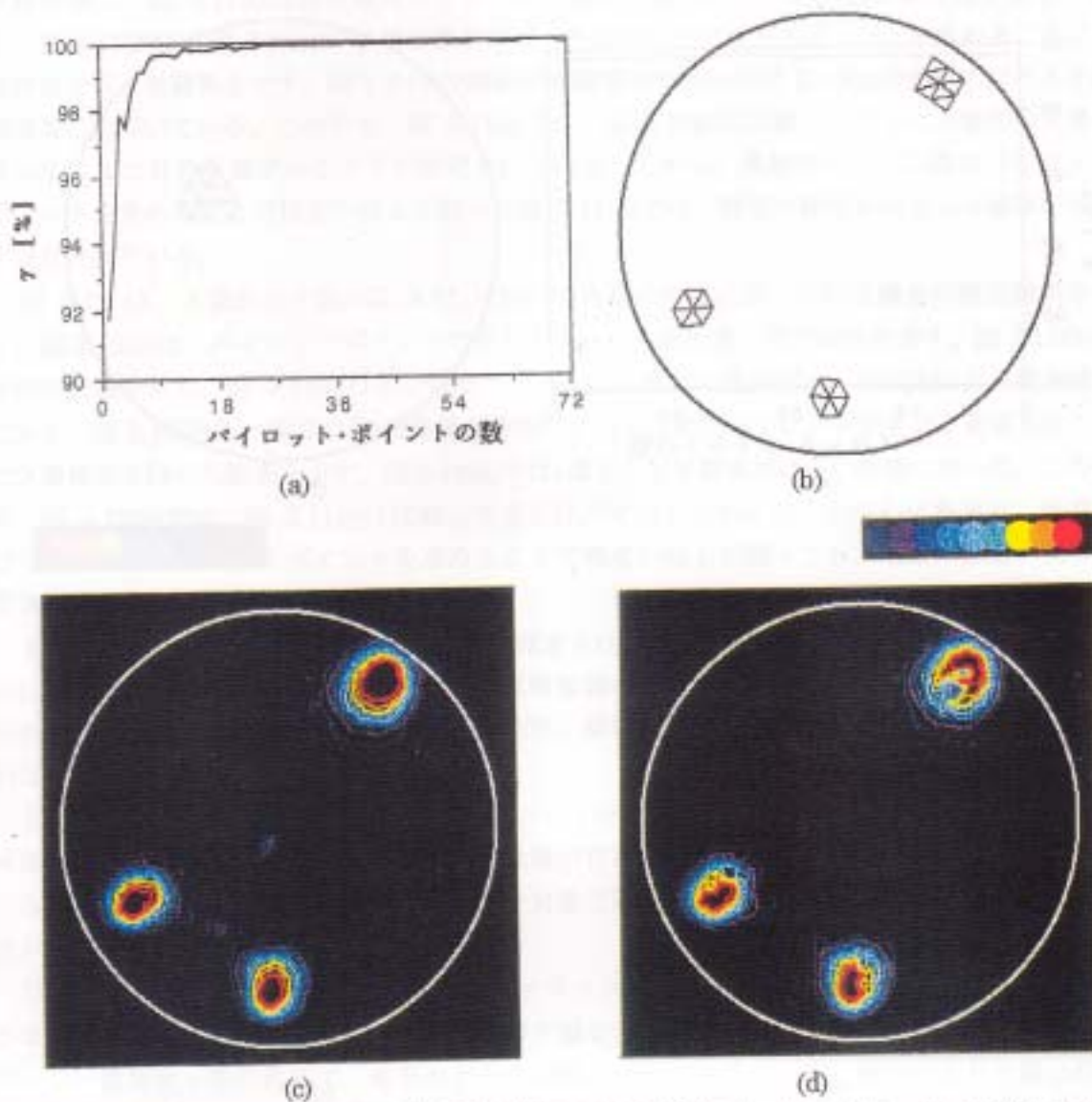


図 3.10 測定面に近い3箇所の欠損がある場合の推定精度向上。(a)パイロットポイント数対パターン一致指数 $\gamma$ 、(b)正解の欠損、(c)差分電気ポテンシャル測定の場合のPSPM法による推定結果、(d)(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定を行った結果。

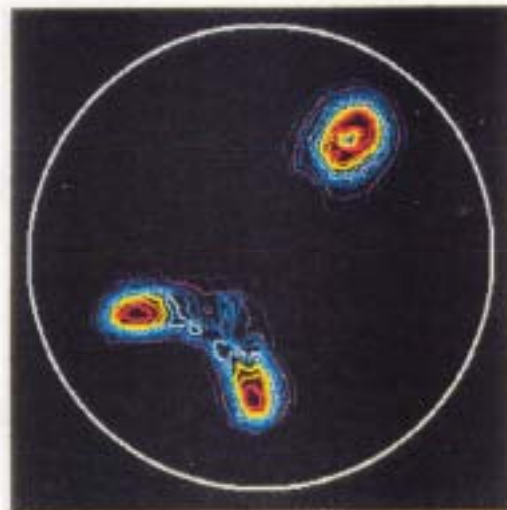
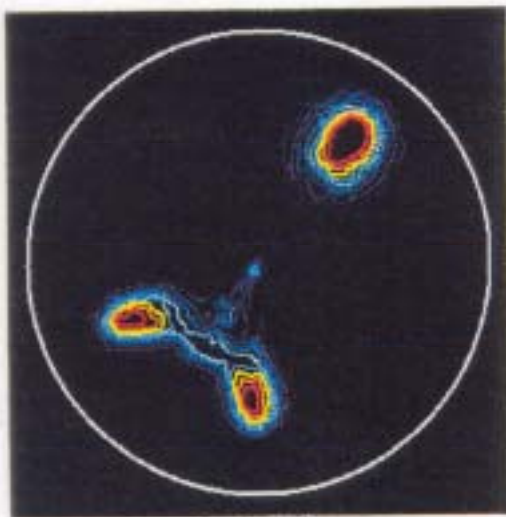
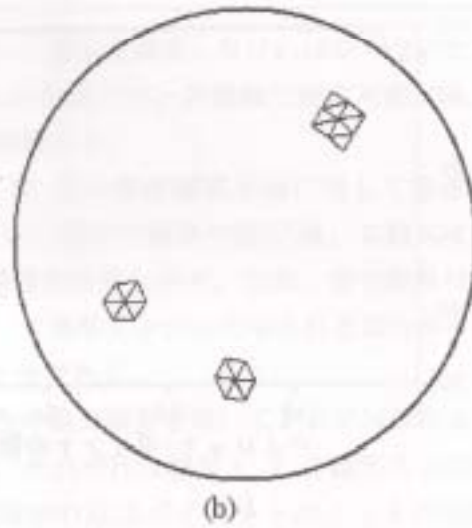
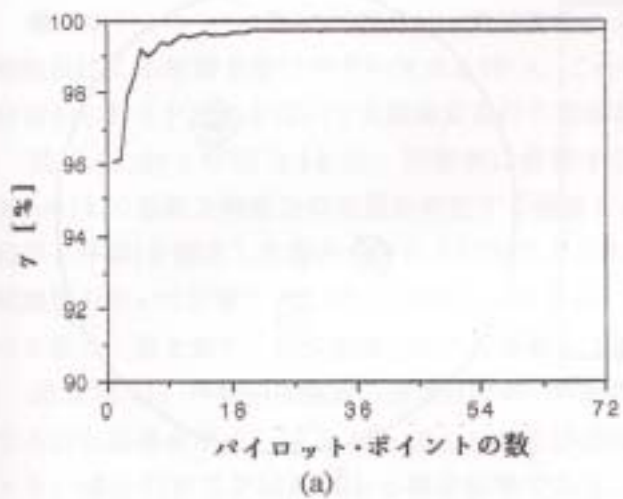
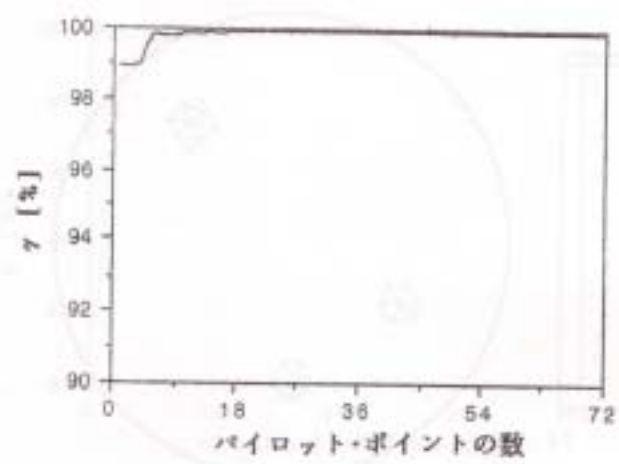
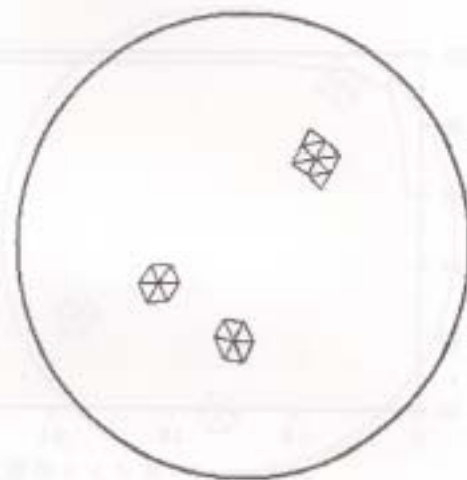


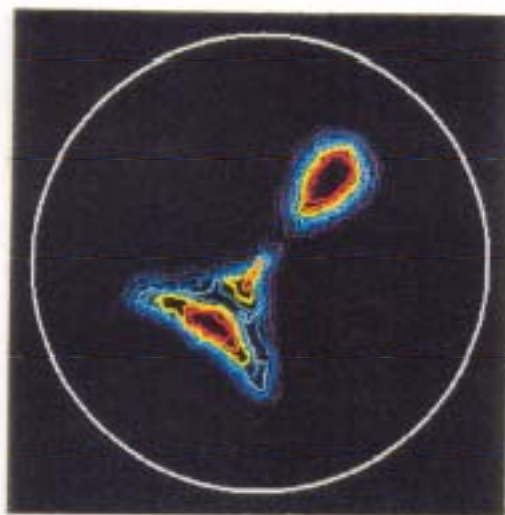
図 3.11 3箇所の欠損がある場合の推定精度向上。(a)パイロットポイント数対パターン一致指数 $\gamma$ , (b)正解の欠損, (c)差分電気ポテンシャル測定の場合のP S P M法による推定結果, (d)(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めることで欠損推定を行った結果。



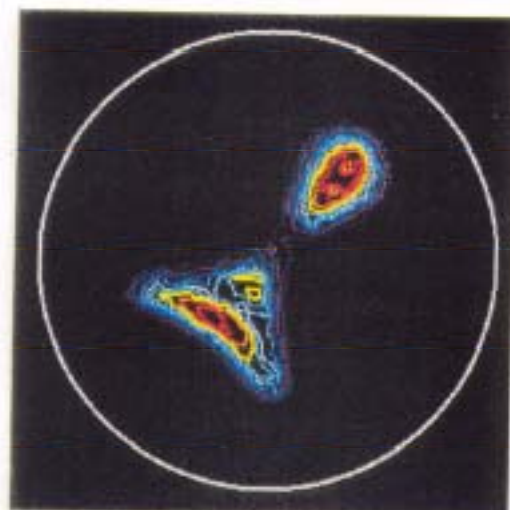
(a)



(b)



(c)



(d)

図 3.12 中心に寄った 3 箇所欠損がある場合の推定精度向上。(a)パイロットポイント数対パターン一致指数  $\gamma$ , (b)正解の欠損, (c)差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M 法による推定結果, (d)(a)の曲線の最初のピーク以降のパイロットポイントを求めた欠損推定結果。

### 3.3. 磁界測定による P S P M法を用いた欠損推定

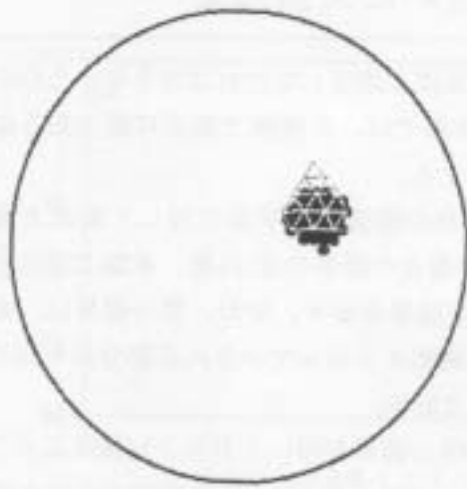
電気ポテンシャル(電位)試験法は、直接接触によって電位を測定しなければならないために接触抵抗による影響を受けやすい欠点を持つ。このため本節では、非接触で測定可能である磁界分布から P S P M法を用いて欠損推定を行う方法を提案する。

図 3.13 および図 3.14 に、円形状に位置する 72 点の探査領域平面に対して垂直方向に 5[mm] 上の垂直方向成分の欠損が存在する場合としない場合の磁界の差(以後、本論文では差分磁界と呼ぶ)を測定した場合の P S P M法による欠損推定結果を示す。なお、差分磁界は、有限要素法を用いて計算した。図 3.13 および図 3.14 で、三角形メッシュで示される部分がそれぞれの正解の欠損を表す。探査領域内部の分割数は 1801 点である。

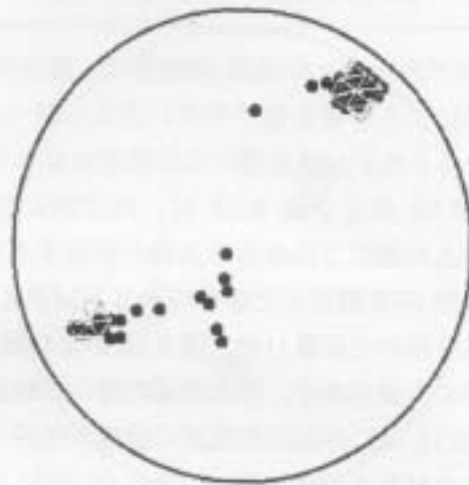
図 3.13 は、外部印加電流の通電方向が一方向のみの差分磁界を用いて P S P M法によって推定された結果を示す。図 3.13(a),(b),(c)および(d)は、それぞれ欠損が 1, 2, 3 箇所さらに欠損が大きい場合の P S P M法による推定結果である。図中の点はパイロットポイントの位置を表し、点の広がり欠損の大きさに対応する。

図 3.14 に外部印加電流の通電方向を 5 度刻みで 360 度回転させ、72 回の独立な P S P M演算によって得られた個々のパイロットポイントの加算平均で欠損部を推定した結果をそれぞれ示す。図 3.14(a),(b),(c)及び(d)は、それぞれ欠損が 1, 2, 3 箇所さらに欠損が大きい場合の P S P M法による推定結果である。図中、パイロットポイントの重複度を等高線とカラーマップを用いて表した。赤線で囲まれた部分が最も強く推定された部分を示す。

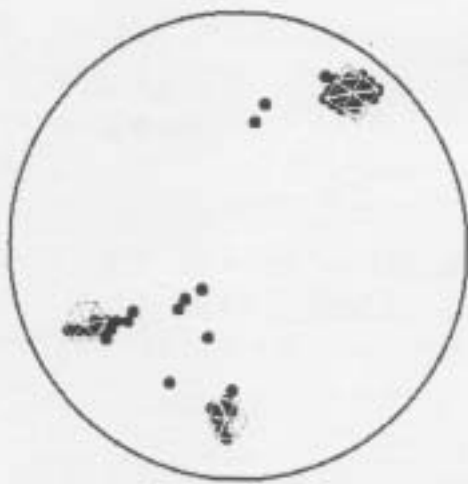
図 3.13 および図 3.14 の結果は差分電気ポテンシャルを測定した場合と同様に、一方向からの通電でも大まかな欠損推定は可能であるが、欠損部の数が増加する程正確な推定は困難であることを示し、72 方向から通電した場合の方が遥かに高精度で欠損が推定されていること示している。また、差分磁界を測定する場合には被推定領域表面から離れて測定されるため、差分電気ポテンシャルを測定した場合よりも小さめに欠損が推定されている。



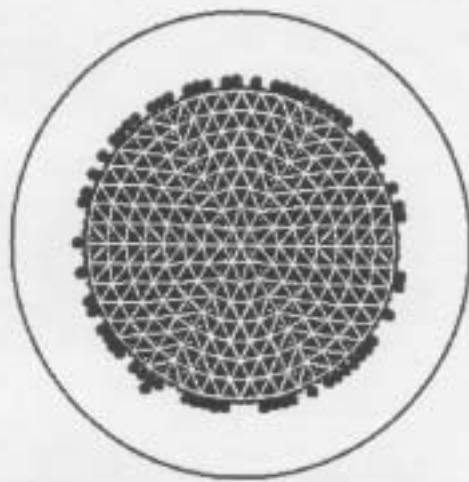
(a)



(b)



(c)



(d)

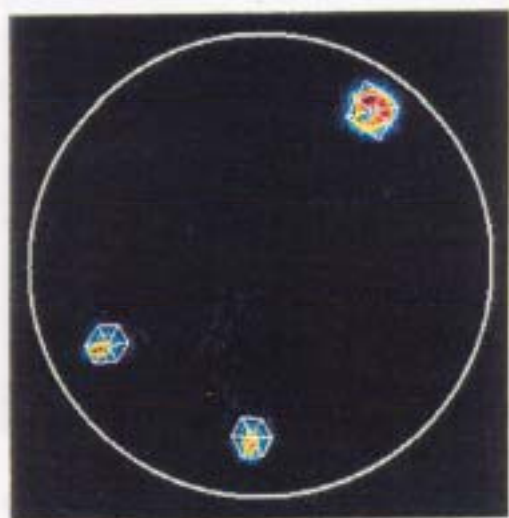
図 3.13 一方向から通電した場合のPSPM法による推定結果。(a)欠損1箇所の場合、(b)欠損2箇所の場合、(c)欠損3箇所の場合、(d)欠損が大きい場合。



(a)



(b)



(c)



(d)

図 3.14 72 方向から通電した場合の P S P M 法による推定結果。(a)欠損 1 箇所の場合、(b)欠損 2 箇所の場合、(c)欠損 3 箇所の場合、(d)欠損が大きい場合。

## 電気ポテンシャル・磁界測定併用による欠損推定

電位(電気ポテンシャル)または磁界分布のみを測定して高精度な欠損推定を行うためには、外部から流す電流の方向を変化させて電位または磁界分布を測定しなければならない。このため、電気ポテンシャル・磁界分布測定を併用することにより欠損推定の精度改善を行う方法を提案する。この方法は、電気ポテンシャル・磁界分布をそれぞれ測定し、個々の測定から得られた結果の相関を取ることで欠損推定の精度改善を行う。まず最初に、外部から通電する電流の方向を変化した場合の欠損探査の精度改善を試み、さらに外部電流が一方向からのみ通電される場合の欠損推定を行った。

図 3.15 は、欠損が 1 箇所外部印加電流 72 方向の場合の検証実験結果である。図 3.15(a)で、三角形メッシュで示されている部分が正解の欠損部である。図 3.15(b)に差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.15(c)に導体表面から 5[mm]離れた点での探査領域に対して垂直方向の差分磁界を測定した場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.15(d)に図 3.15(b)、(c)の両方の共通点を取った結果を示す。

図 3.16 は、欠損が 3 箇所外部から通電する電流が 72 方向の場合の検証実験結果である。図 3.16(a)で、三角形メッシュで示されている部分が欠損部である。図 3.16(b)に差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.16(c)に、導体表面から 5[mm]離れた点での探査領域に対して垂直方向の差分磁界測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.16(d)に図 3.16(b)、(c)の両方の共通点を取った結果を示す。

図 3.17 は、欠損が 1 箇所外部から通電する電流が一方向の場合の検証実験結果である。図 3.17(a)で、三角形メッシュで示されている部分が欠損部である。図 3.17(b)に差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.17(c)に導体表面から 5[mm]離れた点での探査領域に対して垂直方向の差分磁界測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.17(d)に図 3.17(b)、(c)の両方の共通点を取った結果を示す。

図 3.18 は、欠損が 3 箇所外部から通電する電流が一方向の場合の検証実験結果である。図 3.18(a)で、三角形メッシュで示されている部分が欠損部である。図 3.18(b)に、差分電気ポテンシャル測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.18(c)に、導体表面から 5[mm]離れた点での探査領域に対して垂直方向の差分磁界測定の場合の P S P M法による推定結果を示す。図 3.18(d)に図 3.18(b)、(c)の両方の共通点を取った結果を示す。

図 3.17(b),(c)および図 3.18(b),(c)の結果は、複数個の欠損推定が一方向からの通電のみでは困難であることを示している。しかし、図 3.17(d)および図 3.18(d)の結果が示すように、電気ポテンシャル・磁界分布測定から推定された両方の結果併用することで、一方向からの通電した場合であっても精度良く欠損が推定されていることがわかる。



以上のように、電気ポテンシャル・磁界分布をそれぞれ測定し、個々の測定から得られた結果の相関を取ることにより欠損推定の精度改善を行った。その結果、外部から流す電流が一方向であっても比較的高精度に欠損推定を行うことができることが判明した。

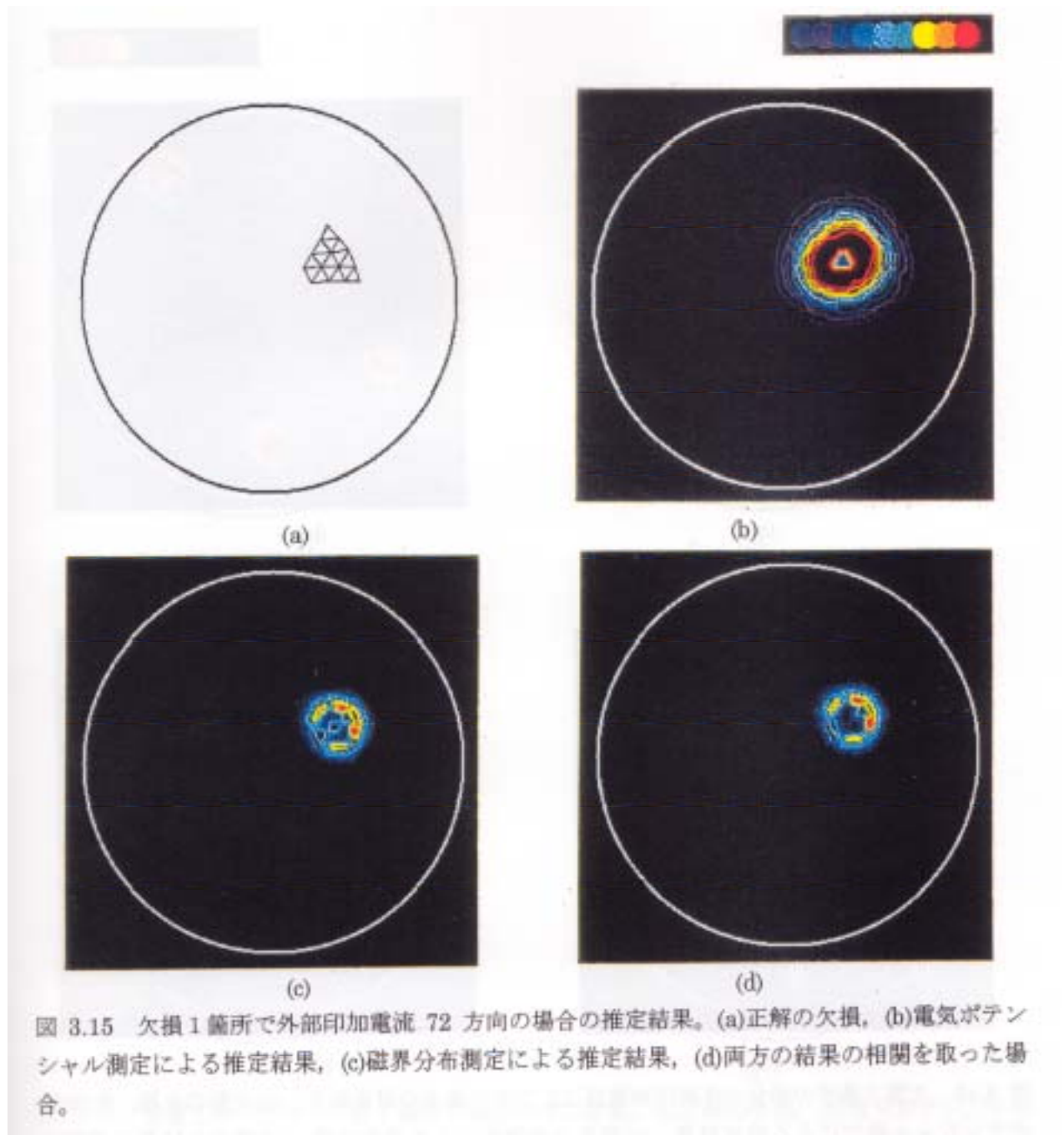


図 3.15 欠損 1 箇所外部印加電流 72 方向の場合の推定結果。(a)正解の欠損、(b)電気ポテンシャル測定による推定結果、(c)磁界分布測定による推定結果、(d)両方の結果の相関を取った場合。

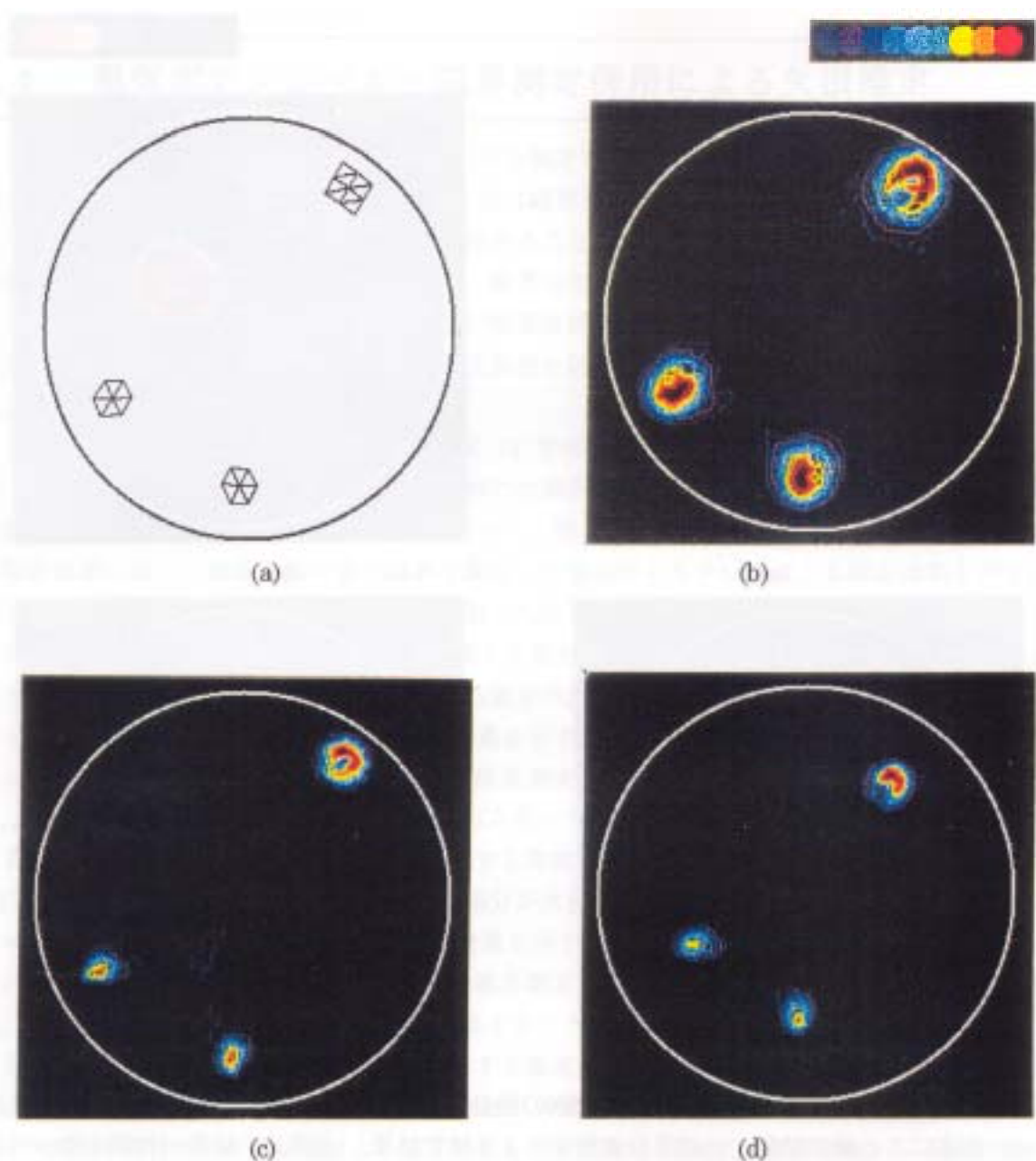
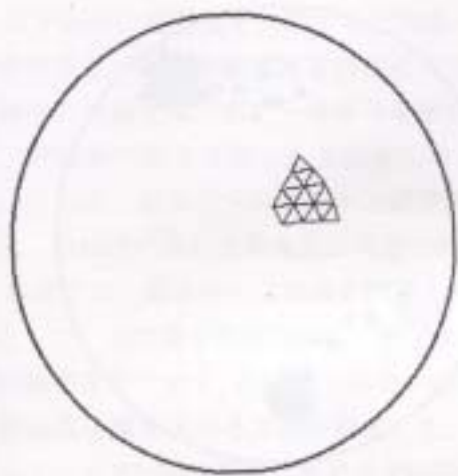
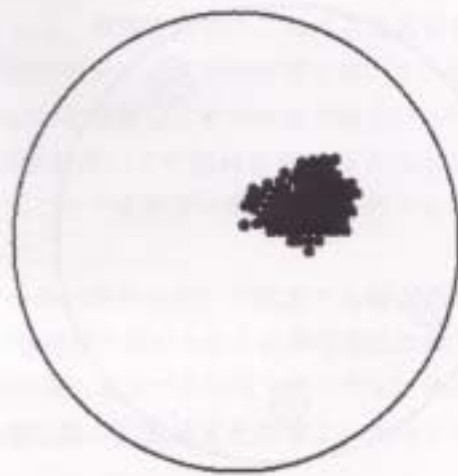


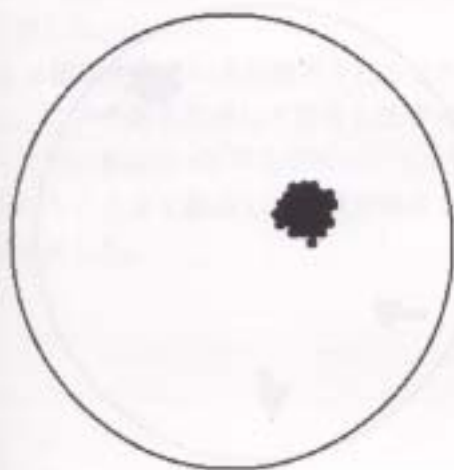
図 3.16 欠損 3 箇所の場合の外部印加電流 72 方向の場合の推定結果。(a)正解の欠損, (b)電気ポテンシャル測定による推定結果, (c)磁界分布測定による推定結果, (d)両方の結果の相関を取った場合。



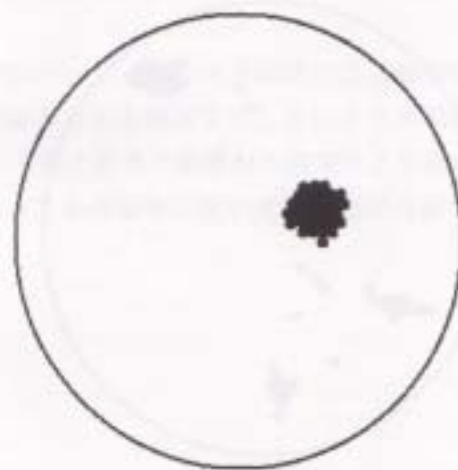
(a)



(b)

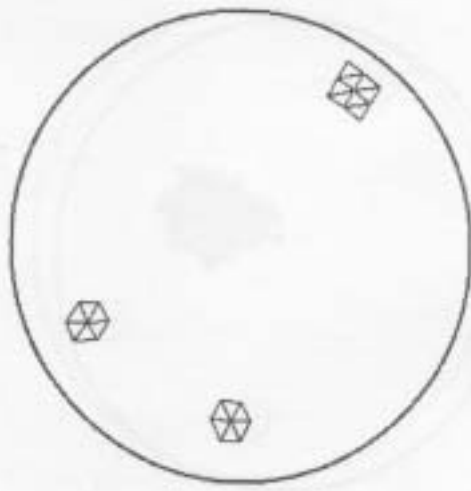


(c)

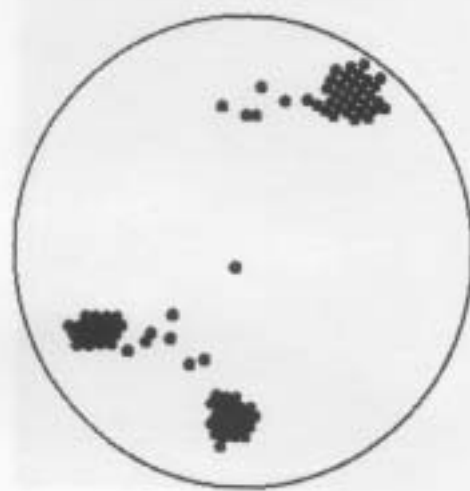


(d)

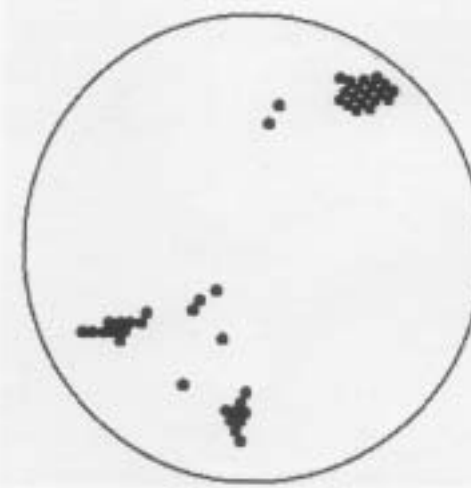
図 3.17 通電方向一方向で欠損 1 箇所の場合の推定結果。(a)正解の欠損, (b)電気ポテンシャル測定による推定結果, (c)磁界分布測定による推定結果, (d)両方の結果の相関を取った場合。



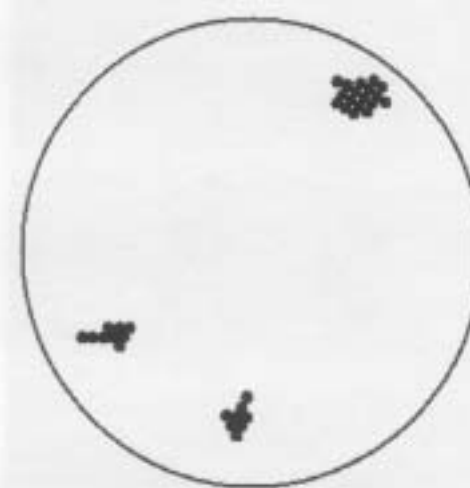
(a)



(b)

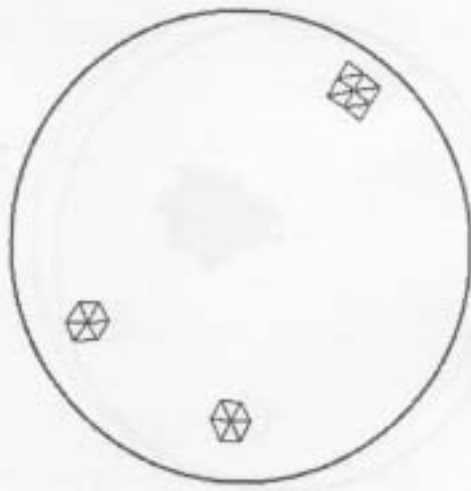


(c)

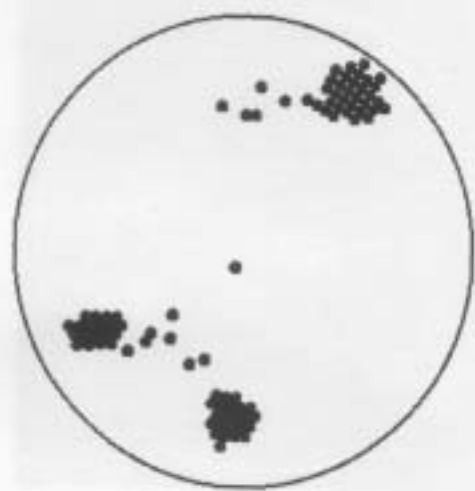


(d)

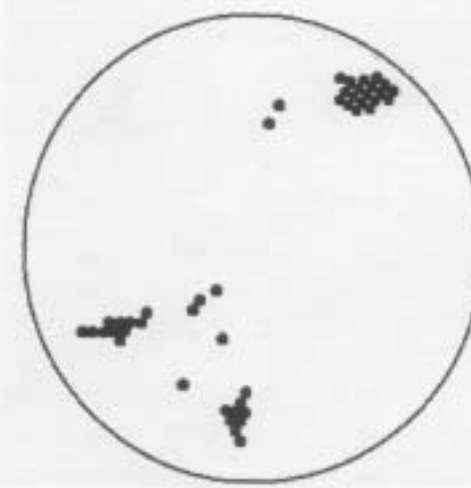
図 3.18 通電方向一方向で欠損 3 箇所の場合の推定結果。(a)正解の欠損, (b)電気ポテンシャル測定による推定結果, (c)磁界分布測定による推定結果, (d)両方の結果の相関を取った場合。



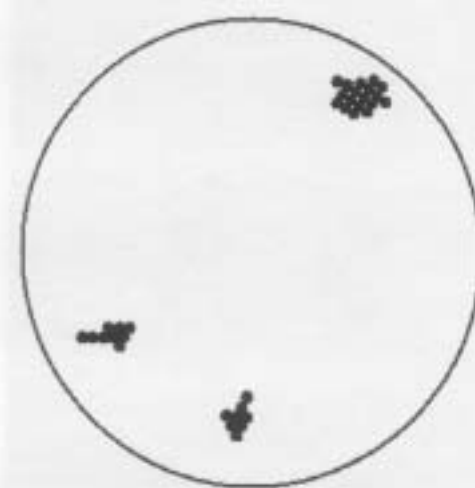
(a)



(b)



(c)



(d)

図 3.18 通電方向一方向で欠損 3 箇所の場合の推定結果。(a)正解の欠損, (b)電気ポテンシャル測定による推定結果, (c)磁界分布測定による推定結果, (d)両方の結果の相関を取った場合。

## 3.4. まとめ

S P M法の媒質推定に関する逆問題への応用例として、導電性材料中における異媒質推定問題を取り上げた。非破壊検査技術の一方法である電気ポテンシャル法の原理を用いて、導電性材料中の欠損位置・形状・大きさを推定するP S P M法を提案し、その検証実験を行った。また、非接触で測定可能である磁界分布からP S P M法を用いて欠損推定を行う方法も提案した。さらに、電気ポテンシャルと磁界測定を併用することで高精度に欠損推定を行う方法を提案し、信頼性の高い欠損推定が可能であることを示した。

本章では、導体中の欠損推定問題を電気ポテンシャル試験法を用いて推定する場合の解析方法として、1)欠損を等価電圧源に置き換える、2)この等価電圧源の大きさを単位電圧双極子の空間的集中度合で表す、さらに、3)外部から通電する方向を変化させて各通電方向に対して共通となる等価電圧源を求める方法を提案した。また、等価電圧源の位置推定を効率よく実行する方法として、S P M法を変形したP S P M法を適用した。

異媒質推定の検証実験結果は、電気ポテンシャルが高精度で測定できれば、複数個の欠損が存在する問題でも比較的高精度に欠損推定ができることを示した。さらに具体的応用例として導体中の異媒質の位置推定問題に適用し、異媒質の存在する位置推定がある程度可能であることを示した。

より信頼性の高い欠損推定を行うための精度改善法として、(1)P S P M法による解の性質を示し、この性質を利用して精度を改善する方法、(2)磁界分布を測定することにより欠損推定を行う方法、さらに (3)電気ポテンシャル分布測定により得た結果と磁界分布測定により得た結果を併用する方法を提案し、欠損が複数ある場合であっても信頼性の高い欠損推定が可能であることを示した。

## 4. 磁界・電界併用法による心臓内電力分布推定

### 4.1. まえがき

人間のみならず多くの生物の心臓は、電気信号により心筋が収縮することによって血液の循環を司る役割を担っている。心電図(Electrocardiogram, ECG)は、この心筋の収縮を促す活動電位による電位分布を記録したものである。他方、超電導体の量子効果を利用して、高感度磁束計(SQUID)が開発され、心臓の活動電流により生じる磁界を体表面上の磁界分布(心磁図; Magnetocardiogram, MCG)として測定することが可能となった。この心磁図から心臓内の磁界源の位置・大きさ等を推定し、心電図では得られなかった心起電力情報を探す試みがなされている[34-36]。心臓の電気活動に起因する電界分布または磁界分布から心筋活動や興奮伝導経路を推定することは、心臓の電気現象を知る上で重要である。

一般に、フィールド源推定の逆問題は、測定できるフィールドが局所的であるために一意的な解は期待できない。他方、媒質推定の逆問題は外部から既知のフィールドを対象に加えることができ、さらに、その応答を理想的に測定可能であれば一意的な解が期待できる。この媒質推定に関する逆問題の医学的実用例としては、X線などを用いた Computed Tomography (CT) がある[7]。

しかしながら、心臓内導電率分布推定問題は、心臓自身の持つ未知フィールド源を前提とする媒質推定に関する逆問題を解くことに帰する。このため、心磁図または心電図から心筋活動や興奮伝導経路を推定する問題は、一意的な解が得られない。

逆問題を解く方法でなく、近似的であれ一意的に決まる巨視的な電流分布を求める方法として、測定された磁界の回転演算を行い対象に投影するベクトルアローマップ法が提唱されている[34,35]。本論文では、この磁界系に関するベクトルアローマップを特に電流ベクトルアローマップと呼ぶ。

本章では、まず最初に、生体磁気工学の観点から提唱された電流ベクトルアローマップの考え方を心電図に適用し、電界ベクトルアローマップを提唱する。また、電流・電界ベクトルアローマップの両者を併用することで、電流が流れる経路である導電率の大きい部分を推定することが可能であることを計算機シミュレーションによって示した。この方法は、内部にエネルギー源を持つ問題で、エネルギー源のみならず媒質の分布も未知である媒質推定とフィールド源推定の混

在型逆問題解析の糸口として行った。しかし、ベクトルアローマップ法は測定面に投影された電力分布から心臓内の電流が流れる経路を推定するため、詳細な推定は困難である[36]。

本章では、さらに、心電図および心磁図を併用し、心臓の電気活動に起因する電力分布の時間変化を推定することで心筋活動を評価する方法を提案する。本論文で提案する方法では、まず最初に、電位基準点の影響をなくすため、測定面上の電位分布の勾配をとることにより電界分布を計算する。得られた電界分布からSPM法によって対象領域内の三次元的な電圧双極子分布を推定する。同様に、測定面上の磁界分布からSPM法によって対象領域内の三次元的な電流双極子分布を推定する。さらに、推定された各点での電圧双極子ベクトルと電流双極子ベクトルの相関(内積演算であり、有効電力の計算と等価)を取り、電力分布を求める。

簡単なモデルを用いて検証実験を行い、本論文で提案する方法の妥当性を調べる。さらに、実際に測定された心磁図および心電図を用いて心臓内の電力分布の推定を行い、正常な場合と伝導障害がある場合の心臓内電力分布の時間変化の相違を示す[37-39]。

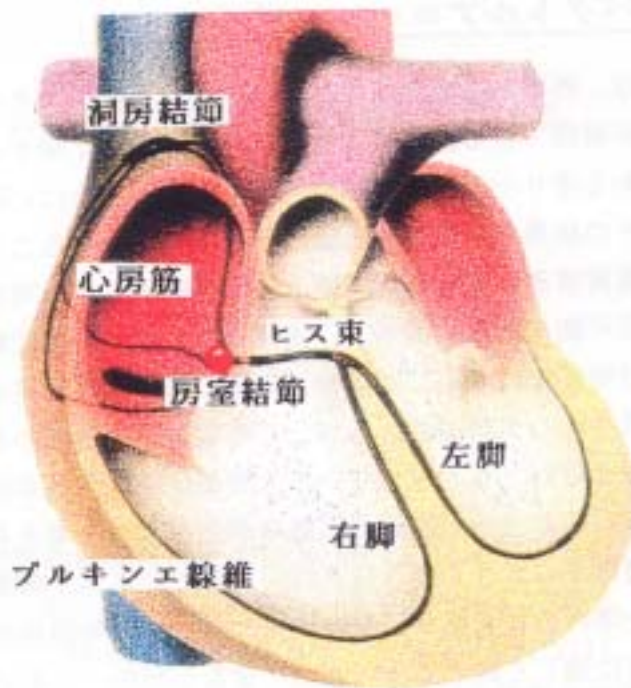


図 4.1 心臓の興奮伝播経路[36]。



## 4.2. 心臓の興奮伝播

心臓の興奮は、洞房結節の自動能による活動から始まる。洞房結節の自発興奮を受けて、洞房結節周囲細胞が興奮し、その後、右心房、左心房、房室結節、ヒス束を通じて右脚と左脚に分かれ、末端のプルキンエ線維、心室作業筋で終る。図 4.1 に、心臓の興奮伝播径路を示す。

QRS 期の心臓の興奮伝導は、ナトリウムイオンの流入によってなされ、その後カルシウムイオンが流入し、活動電位を維持し、その後カリウムイオンの流出が起こり、活動電位は静止状態に戻る。心筋の収縮はカルシウムイオンが上昇することにより起こり、ほぼ活動電位のプラトー相に一致する。心電図のQRS波は、活動電位の立ち上がりの部分から成り立ち、心室内へ興奮が広がる時に生じる。従って、各瞬時の心室における興奮前面の推移は、心室内の興奮伝播過程と等価であると考えられる。心筋の収縮は、この電気現象をトリガとして、化学エネルギーを利用して起こる[40]。

## 4.3. 心磁図・心電図併用による心臓診断

### 4.3.1. 電流・電界ベクトルアローマップ

媒質推定に関する逆問題は、外部から既知のフィールドを対象に加えその応答を理想的に測定可能であれば一意的な解が期待できる。他方、フィールド源推定に関する逆問題は、測定できるフィールドが局所的である限り一意的な解は期待できない。これは心磁図から逆問題を解くことで電流分布を求め、その結果から確実な心臓診断は不可能であることを意味する。では、導電率推定、すなわち、媒質推定に関する逆問題としては解くことが可能であろうか？ CTを用いて心臓の断層撮影は可能である。従って、媒質推定に関する逆問題としては解けることとなる。しかし、導電率分布推定に限定した場合、心臓の電気現象は簡単でなく、心筋の伸縮を司る神経の刺激は電気信号として伝達されるが、この電気信号が伝わる経路そのものは正常な場合と異常な場合で異なるけれども一定している。問題は電気信号が伝わる経路の導電率は常に一定でなく、電気信号が伝わるつど経路の導電率が変化すると考えられる点にある。すなわち電氣的な観点から、導電率の大きくなる経路は一定しているが、時間的には変化していると見なされる。これは、生体内の電気信号伝達のメカニズムが、神経細胞に電荷が蓄積され、あるしきい値を越える電圧に達した時点で次の細胞に電荷が移動する形式で行われることに起因する。従って、単純なCTによる媒質分布の撮影では完全な心臓の異常診断は極めて困難と考えられる。このため、心臓の導電率推定に関する逆問題は、単純な媒質推定に関する逆問題として取り扱うことは不可能であり、心臓自身の持つ未知フィールド源を前提とする媒質推定に関する逆問題となる。しかし、フィールド源推定に関する逆問題は一意的な解が期待できない。このため、逆問題を解く方法でな

く、近似的であれ一意的に決まる巨視的な電流分布を求める方法として、測定された磁界の回転演算を行い対象に投影するベクトルアローマップ法[34,35]等が提唱されている。

本章では、心磁図・心電図から得られた電流・電界ベクトルアローマップを併用した心臓の異常診断の検討を行う[38]。

### 4.3.2. 検証実験

直方体中の導電率の大きい部分に静電流が流れているモデルを考え、測定面上の電位および磁界分布から電流・電界ベクトルアローマップ併用法を用いて測定面上に投影された電力分布を計算する。計算された電力分布から直方体中の導電率分布を推定する。

導電率が大きい部分と小さな部分からなる導体に直流電流が分布する静的電流系を考える。電流密度  $\mathbf{J}$  と電界  $\mathbf{E}$  の関係はオームの法則

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{E} \tag{4.1}$$

で与えられる。ここで、 $\kappa$  は導電率である。変位電流が無視できる場合、電流は、次の条件

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{4.2}$$

を満足しなければならない。他方、電界  $\mathbf{E}$  は電圧  $V$  の関数であり、

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{4.3}$$

で表されるから、結局

$$\nabla \cdot (\kappa \nabla V) = 0 \tag{4.4}$$

が支配方程式となる。

任意の直方体領域で静的電流系が成り立つと考え、(4.4)式の支配方程式を有限要素法で離散化する。直方体底面の一端に正の電圧、残りの端部の一端を零電圧、区間モデルの直方体と他の部分との境界はノイマン境界条件が成り立つと仮定する。これは、実際の心臓では必ずしも成り立つ境界条件で無い。しかし、区間モデルの位置する体表面の磁界・電界分布からモデル内の導電率分布が推定可能かどうかのシミュレーションモデルとしては妥当なモデルである。

図 4.2 および図 4.3 に、検証実験による例を示す。

図 4.2(a)は正確な電流分布である。図 4.2(b)は、モデル内を流れる全電流に起因する直方体表面電圧の勾配演算によって求めた電界アローマップであり、図 4.2(c)は、直方体表面に垂直方向の磁界を回転演算することで求めた電流ベクトルアローマップである。図 4.2(d)は、電流ベクトルアローマップ[図 4.2(b)]と電界アローマップ[図 4.2(c)]の内積による電力分布である。

図 4.3(a)、(b)および 4.3(c)は、それぞれ、正確な電流分布、電界ベクトルアローマップおよび電流ベクトルアローマップを示す。図 4.3(d)は、電流と電界ベクトルアローマップの各点の内積による電力分布である。

図 4.2(d)および 4.3(d)の結果から、体表面に近い部分の導電径路(電力分布)は比較的正確に推定可能であることが判る。

図 4.4 は、測定面の距離を変えた場合の電力分布推定結果を示す。図 4.4(a)は、正確な電流(導電率)分布を示す。図 4.4(b)、(c)および(d)は、それぞれ、測定面が近い場合、測定面が図 4.4(b)より 3 倍離れた場合、(d)測定面が図 4.4(b)より 7 倍離れた場合の電力分布推定結果を示す。

図 4.4(b)-(d)に示すように、電流・電界アローマップ併用法は近似的であれ一意に決まる巨視的な導電径路を求める方法であるが、比較的測定面から深部にある導電径路は正確に推定できない[38]。このため、導電径路を三次元的に推定するためには、逆問題解析法を用いる必要がある。

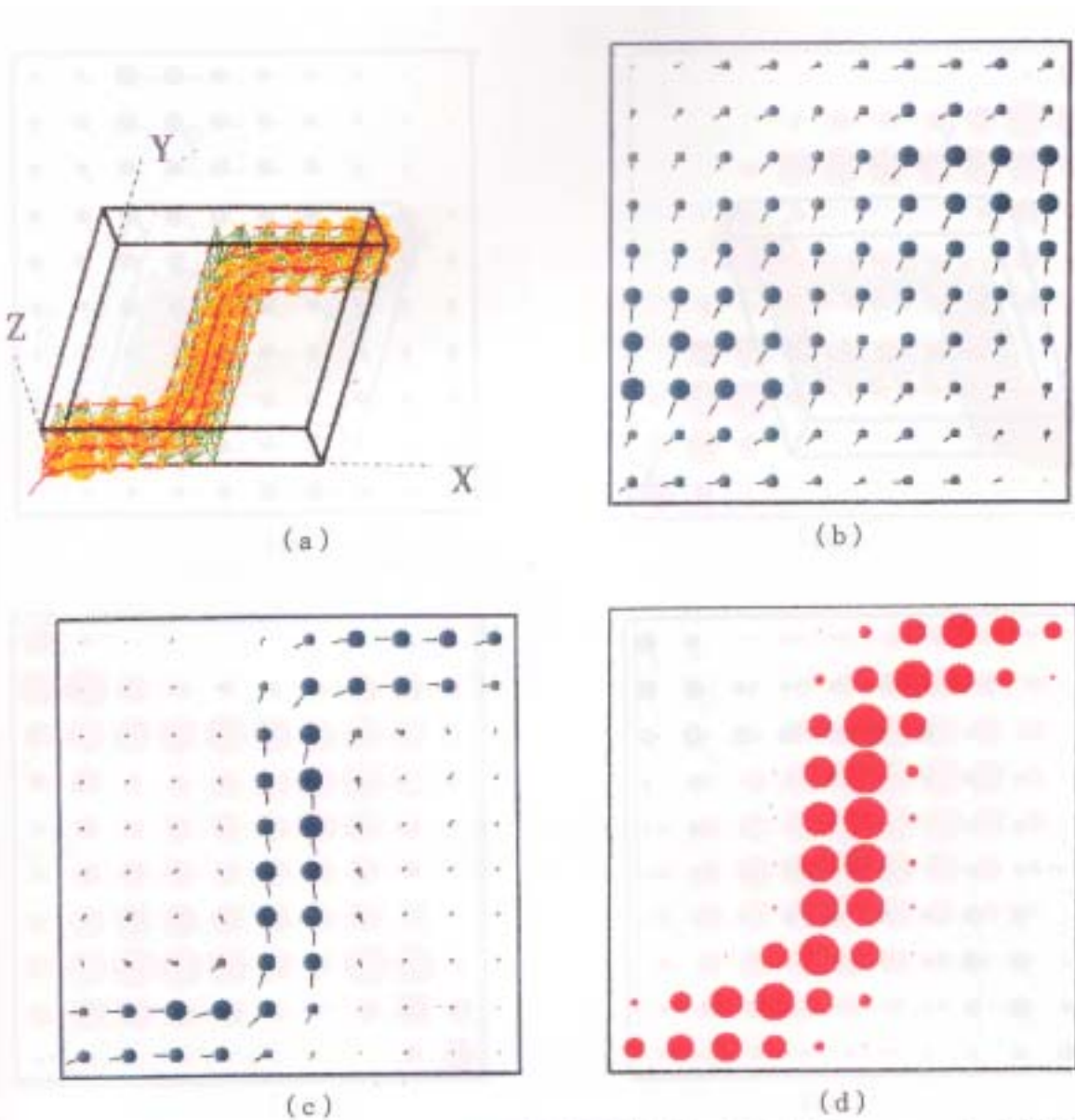
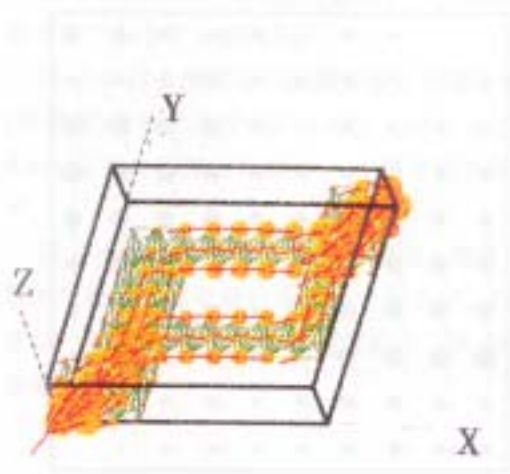
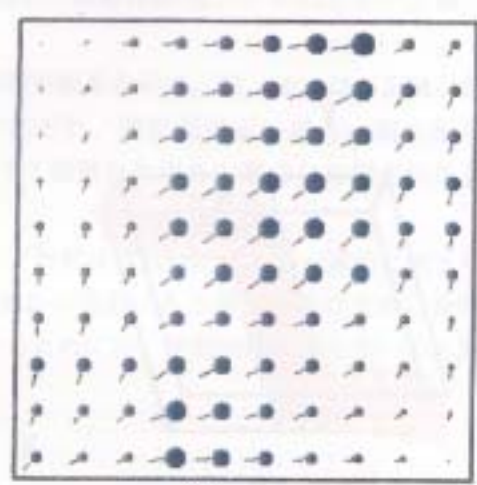


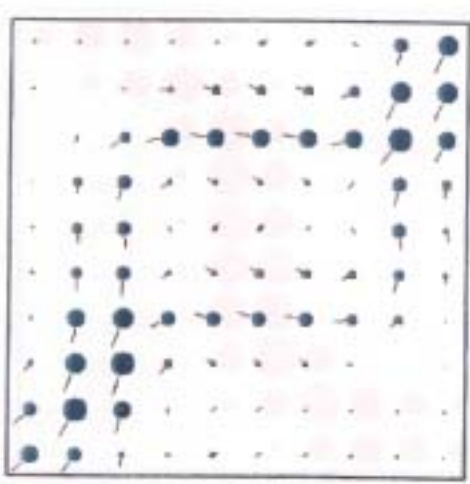
図 4.2 シミュレーション結果。(a)正確な電流(導電率)分布。(b)電界アローマップ、(c)磁界アローマップ、(d)電力密度分布。



(a)



(b)

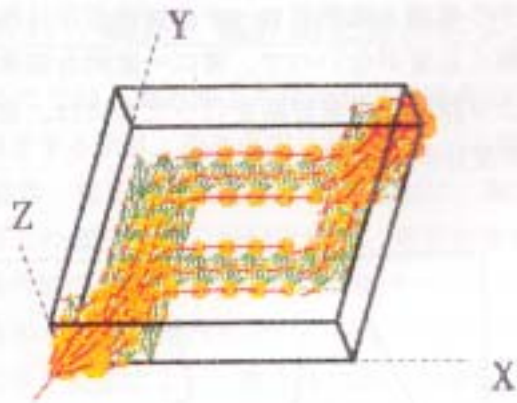


(c)

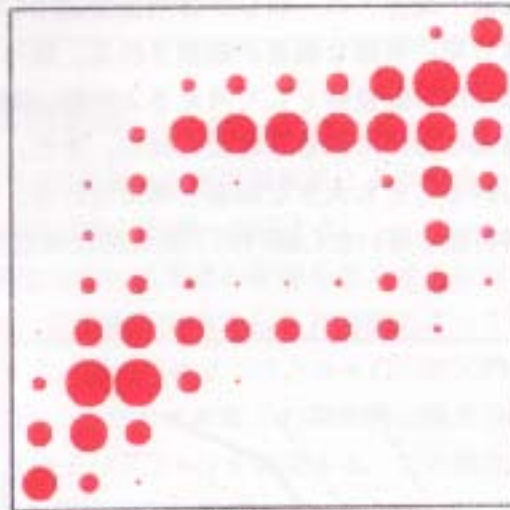


(d)

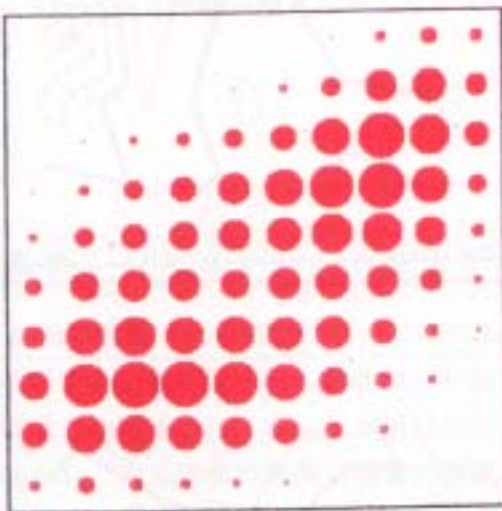
図 4.3 シミュレーション結果。(a)正確な電流(導電率)分布。(b)電界アローマップ、(c)磁界アローマップ、(d)電力密度分布。



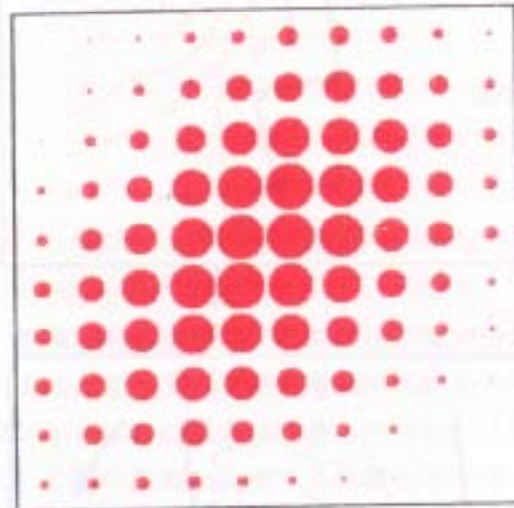
(a)



(b)



(c)



(d)

図 4.4 シミュレーション結果。測定面の距離を変えた場合の電力密度分布推定。(a)正確な電流(導電率)分布、(b)測定面が近い場合、(c)測定面が図(b)より3倍離れた場合、(d)測定面が図(b)より7倍離れた場合。

### 4.3.3. 実際の心臓診断への応用

図 4.5 に、実際の心磁図および心電図のデータを電流・電界アローマップ併用法に適用した例を示す。図 4.5(a)-(d)は、それぞれ、正常例、Right bundle branch block (以下、RBBB と略記)、Left bundle branch block (以下、LBBB と略記)、Wolff-Perkinson-White (以下、WPW

と略記) 症候群における電力分布を示す。図 4.5(a)-(d)に示すように、実際のデータに電流・電界アローマップ併用法を適用した場合、明らかに正常例と疾患のある心臓では電力分布に明確な相違が観察される。従って、電流ベクトルアローマップと電界アローマップを独立に診断資料として考えるよりも、両者を併用する電流・電界アローマップ併用法は極めて有効な方法であると考えられる。また、逆問題を解く必要がないので、常に一意的な結果が得られることも大きな利点と考えられる。しかし、より詳細な異常診断を行うためには、逆問題解析法を用いた心臓内の三次元的な導電経路(電力分布)を推定する必要がある。

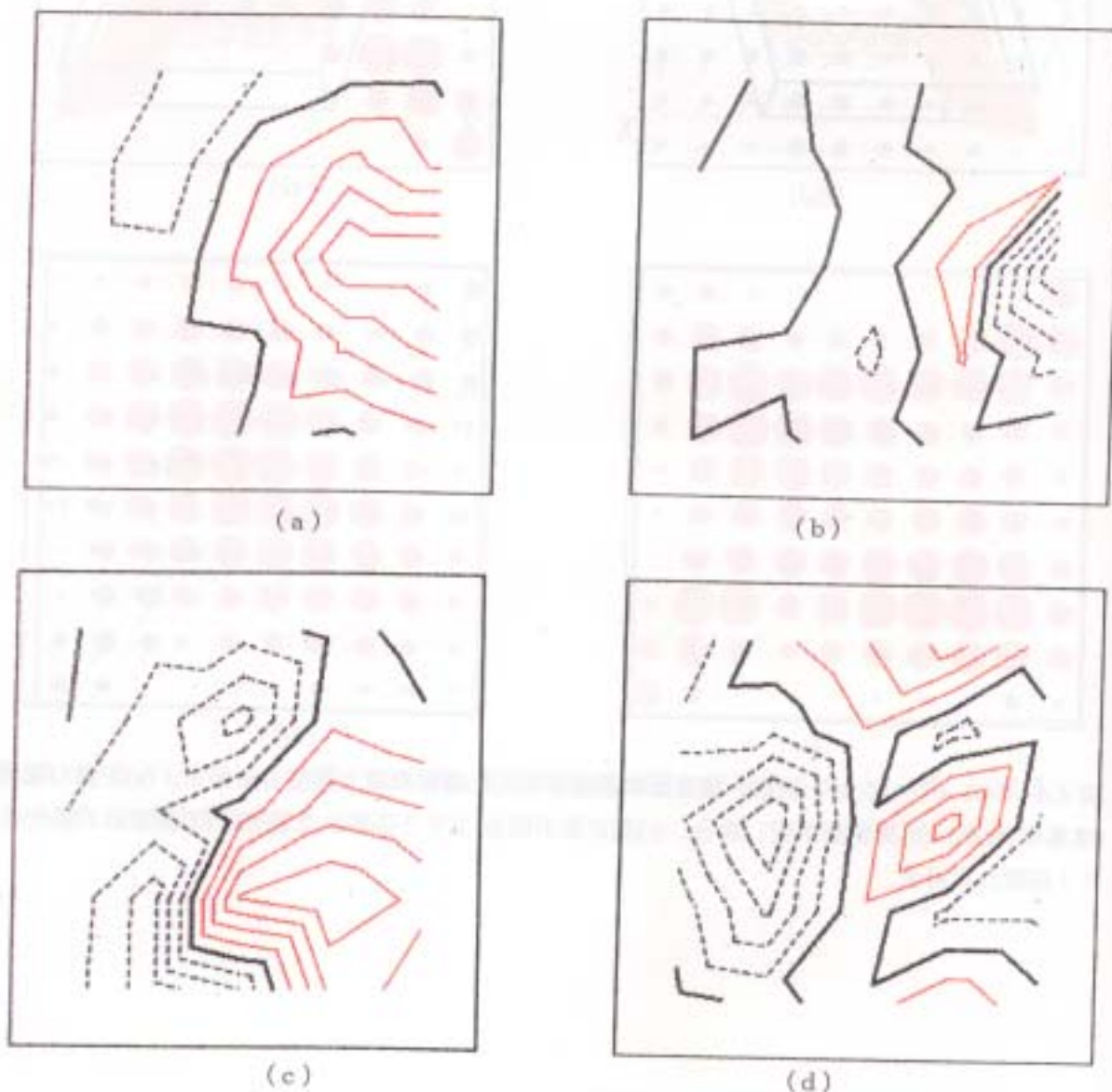


図 4.5 実際の心電図と心磁図を併用した場合の電力密度分布。(a)正常例(QRS:40ms)、(b)RBBB(QRS:40ms)、(c)LBBB(QRS:50ms)、(d)WPW 症候群(QRS:30ms)。

## 4.4. 磁界・電界併用法による心臓内電力分布推定

### 4.4.1. 磁界・電界測定併用による電力分布推定

ここでは、測定面上の電位および磁界分布からSPM法を用いた逆問題解析により電力分布を推定する磁界・電界併用法の提案し、心臓の興奮伝播経路推定問題へ適用する。

磁界・電界併用法では、まず最初に、測定された電位分布の基準点の影響をなくすために測定面上の電位分布の勾配を取り、電界分布を計算する。この電界分布からSPM法によって直方体内部の各離散化点の電圧双極子ベクトル $\mathbf{v}$ を推定する。電圧双極子ベクトル $\mathbf{v}$ の三次元的な分布から、直方体内部全体の電圧分布を推定する。同様に、直方体表面上の局所的な磁界分布からSPM法によって直方体内部の各離散化点の電流双極子ベクトル $\mathbf{i}$ を推定する。この電流双極子ベクトル $\mathbf{i}$ の三次元的な分布から、直方体内部全体の電流分布を推定する。そして、(4.7)式に示すように各離散化点で推定された電流双極子ベクトル $\mathbf{i}$ と電圧双極子ベクトル $\mathbf{v}$ の内積を取ることによって各点における電力 $p$ を得る。

$$p = \mathbf{i} \cdot \mathbf{v} \quad (4.7)$$

### 4.4.2. シミュレーションモデル

心臓の媒質はその部位によって電気抵抗は異なり、誘電率も存在する。ここでは、電力分布を推定することにより、心筋活動を評価する。電気抵抗は大きくても一定の電流が流れるとすれば電力は消費され、逆に電気抵抗が小さくても電流が小さければ電力は消費されない。この意味から、電力分布の評価は媒質の導電率とは独立に、心臓の活動を評価する指標とみなせるであろう。換言すれば、電力分布による評価法は、心臓の電気系を定電圧源または定電流源とみなすかの問題と無関係である。このような観点から、本章ではシミュレーションモデルとして、電圧が一定で抵抗が異なるモデルを仮定した。このシミュレーションモデルでは、当然であるが、電力の大きい部位は導電率の大きくなる部分である。

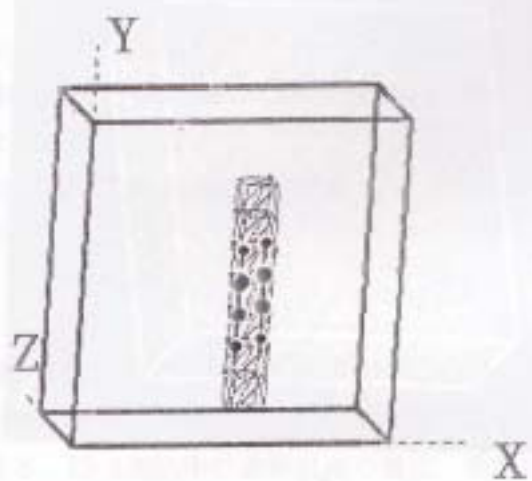
以上のことから、興奮伝播経路推定のシミュレーションモデルとして、心臓を含む直方体領域で静的電圧・電流系が成り立つと考える。シミュレーションモデルの直方体と他の部分との境界はノイマン境界条件が成り立つと仮定する。これは、実際の心臓では必ずしも成り立つ境界条件でない。しかし、局所的に測定された磁界・電界分布から心臓内の電力分布が推定可能かどうかのシミュレーションモデルとしては妥当なモデルである。

図 4.6 に本方法を用いた電力分布推定のシミュレーションによる例題を示す。図 4.6(a)は、正解の電力分布部位および電流分布である。図中のメッシュ部分は導電率の高い部分を表し、黒点の大きさおよび方向は、それぞれ電流の大きさと方向を表す。このとき、測定面は原点から最も遠い X Y 平面 (以後、本論文では、この面を直方体上面または測定面と書く) とする。図 4.6(b) は、測定面に垂直方向な磁界 (磁界の Z 方向成分) 分布から SPM 法によって推定された三次元的な電流双極子ベクトル分布である。図 4.6(c) は、測定面の電界分布 (電界の X および Y 方向成分) から SPM 法によって推定された三次元的な電圧双極子ベクトル分布である。図 4.6(d) は、図 4.6(b) と 4.6(c) で得られた各点での電流双極子ベクトルと電圧双極子ベクトルの相関 (内積演算であり、有効電力の計算と等価) を取ることにより得られた三次元的な電力分布である。図 4.6(b) および (c) の推定結果では解に曖昧さを含んでおり、導電率の高い部分をおおまかにしか推定できない。しかし、図 4.6(d) では図 4.6(b) および (c) の両方の推定結果の相関をとることによって、電力が消費される部位が特定できていることがわかる [38-40]。

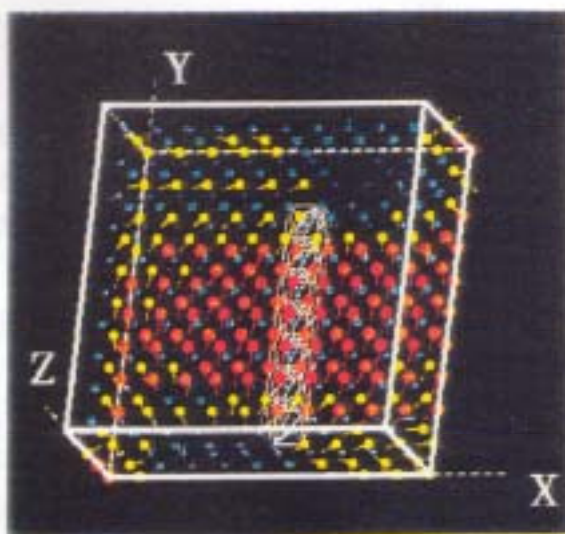
図 4.7 に図 4.6 よりも電力が消費される経路が複雑な場合のシミュレーション結果を示す。図 4.7(a), (b), (c), (d) は、それぞれ、正解の電力分布部位・電流分布、推定された電流双極子ベクトル分布、推定された電圧双極子ベクトル分布、および各点の電流双極子ベクトル [図 4.7(b)] と電圧双極子ベクトル [図 4.7(c)] の相関を取ることにより得られた電力分布である。図 4.7(d) の結果から、電力が消費される経路が 2 個に別れている部位が推定されていることがわかる [38-40]。

図 4.6 および図 4.7 の結果から、磁界と電界分布測定結果を併用することによって直方体内部の電力が消費される部位がある程度推定可能であることがわかる。なお、測定面上の磁界分布および電位分布の計算には有限要素法を用いた。

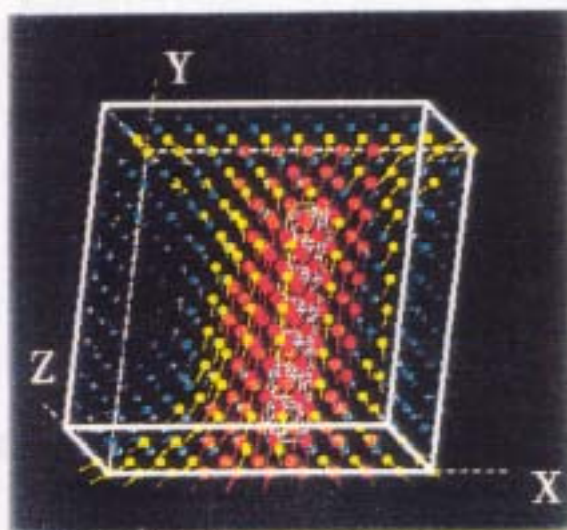




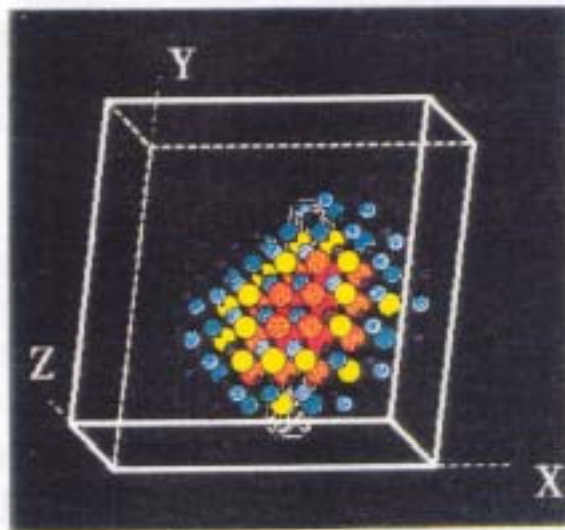
(a)



(b)



(c)



(d)

図 4.6 シミュレーション結果。(a) 正解の電力分布部位および電流分布、(b) 局所的な磁界分布から推定した電流双極子ベクトル分布、(c) 局所的な電界分布から推定した電圧双極子ベクトル分布、(d) 電力分布。

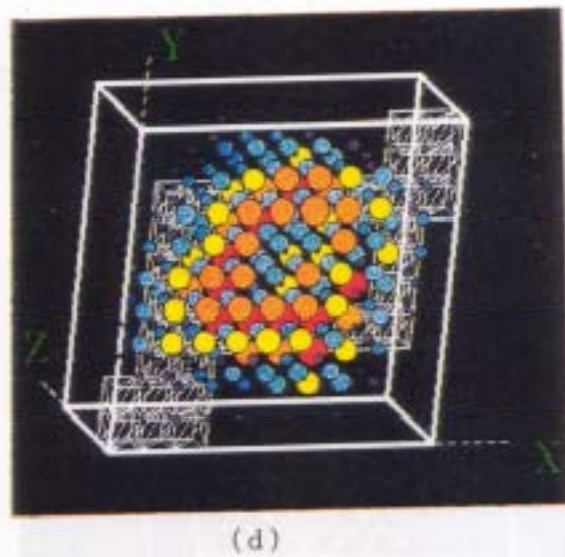
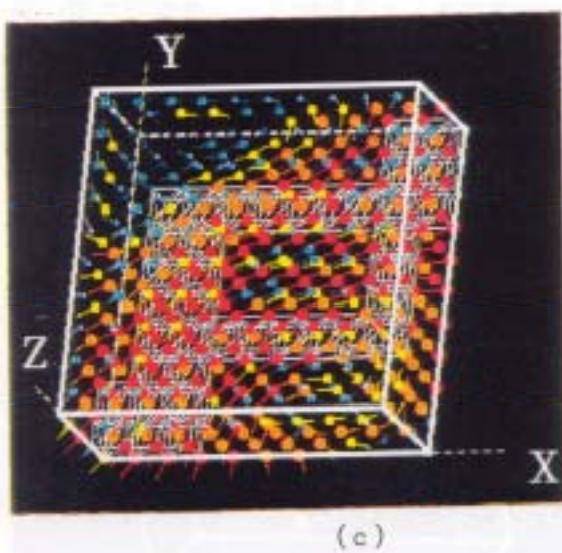
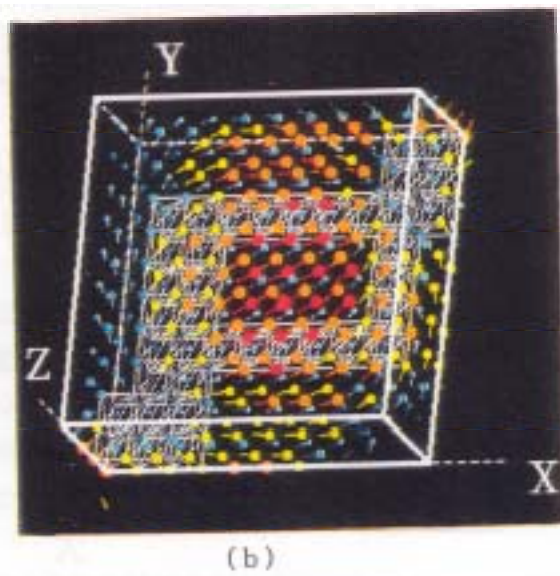
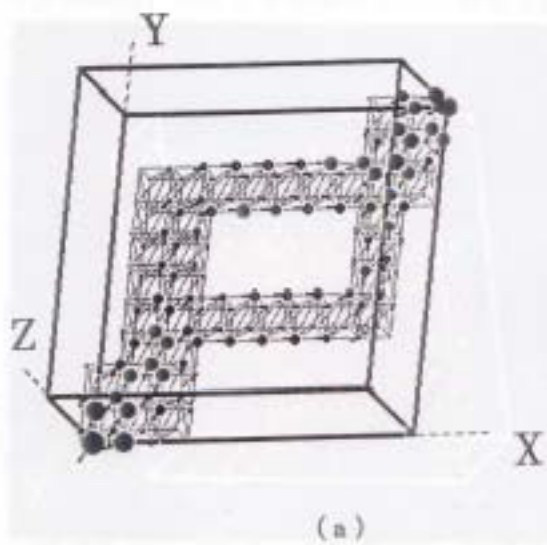


図 4.7 シミュレーション結果。(a) 正解の電力分布部位および電流分布、(b) 局所的な磁界分布から推定した電流双極子ベクトル分布、(c) 局所的な電界分布から推定した電圧双極子ベクトル分布、(d) 電力分布。

### 4.4.3. 実際の心磁図・心電図からの電力分布推定

実際の心臓では、体表面上の局所的な磁界分布(心磁図)から S P M法によって直方体内部の三次元的な電流双極子ベクトル分布を推定する。続いて、電位の基準点の影響をなくすため、体表面上の電位分布(心電図)から電界分布を計算する。この局所的な電界分布から S P M法によって直方体内部の三次元的な電圧双極子分布を推定する。そして、推定された電流双極子分布と電圧双極子分布の相関を取ることによって得られる電力分布から心臓内の興奮伝播経路推定を行う。

実際の心磁図・心電図のデータを適用した例を図 4.8-4.15 に示す。

図 4.8(a),(b)および(c)は、それぞれ心電図・心磁図の測定基準点位置、正常例の Q R S 波の開始から 34[ms]での心電図および心磁図である。図 4.8(a)中の 印は、測定の際の基準点であり、剣状突起 (The xyphoid) に対応する。メッシュの交点は磁界と電圧の測定点(6x6=36 点)である。図 4.8(b)中の破線は正の電位、実線は負の電位を表す。図 4.7(c)は体表面に垂直方向の磁界分布であり、破線は体表面から出てくる方向の磁界分布、実線は体表面に入っていく方向の磁界分布を表す[38-40]。

図 4.9 は、Q R S 波の開始から 34.0[ms]における正常例の電力分布推定結果である。図 4.9 において、図 4.9(a),(b)および(c)は、それぞれ、図 4.8(a)の心電図から推定された電圧双極子分布、図 4.9(b)の心磁図から推定された電流双極子分布、各点で推定された電圧双極子ベクトル[図 4.9(a)]と電流双極子ベクトル[図 4.9(b)]の相関をとることによって得られた電力分布を示す。このような電力分布推定を Q R S 波の各時間毎に行い、推定された電力分布の時間変化から心臓内の興奮伝播経路を推定する。

図 4.10-4.13 は、それぞれ、正常例、RBBB、LBBB、WPW 症候群における心臓内の電力分布推定の結果を示す。図 4.10-4.13 において、破線で囲まれる領域が測定面を表わし、各点で推定された電力の大きさはカラーマップで表してある。また、心臓の概略図は、推定結果の位置関係を表すためのものであり、実際の心臓とは異なる。

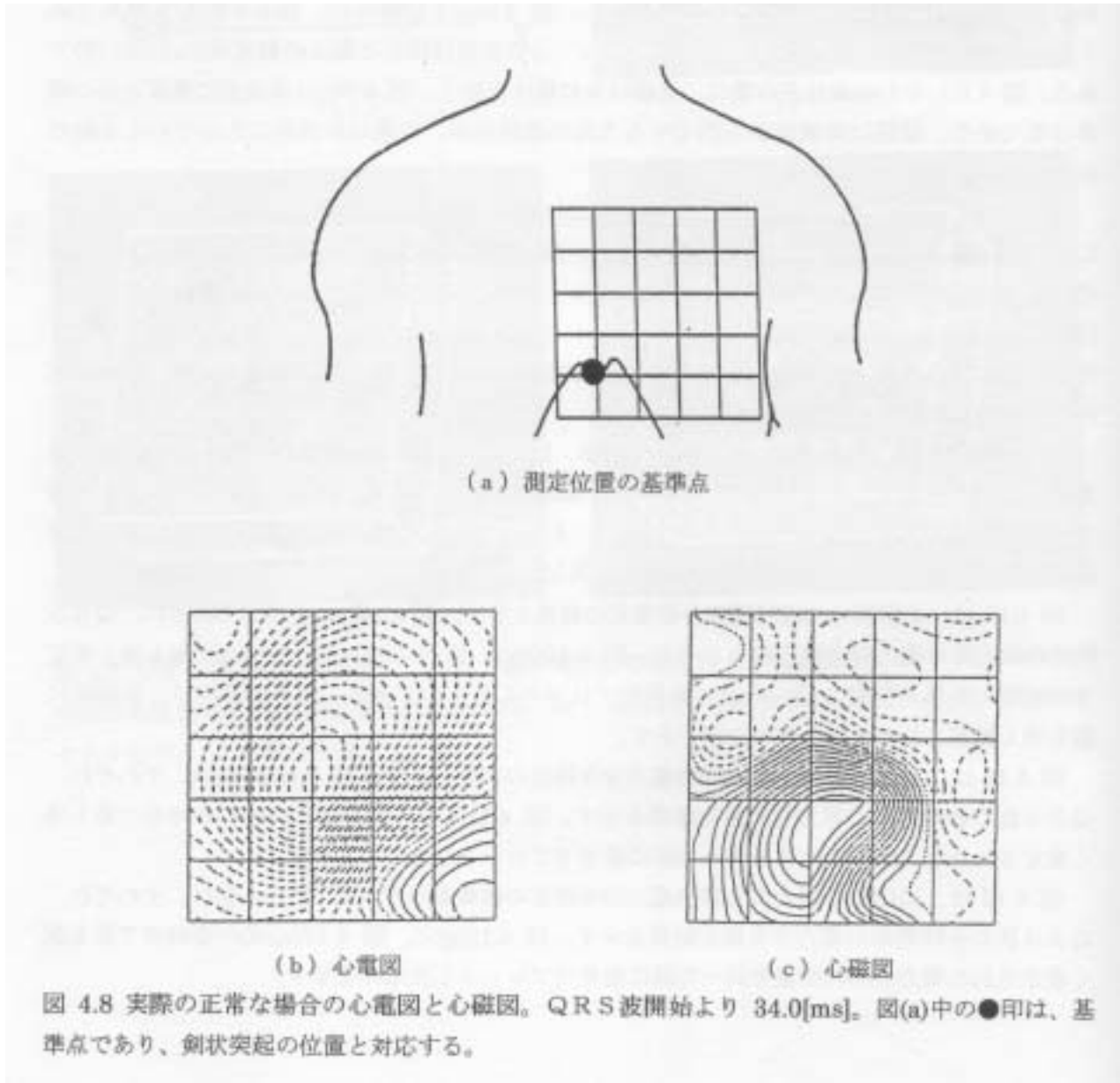
図 4.10 は、正常例の心臓内電力分布推定の結果を示す。図 4.10(a)-(d)は、それぞれ、Q R S 波の各時間毎の電力分布推定結果を示す。図 4.10(e)は、図 4.10(a)-(d)の各時点で最も強く推定された電力分布の位置を同一の図に番号でプロットしたものである。図中の番号は、各瞬間に最も強く推定された電力分布の位置を示す。

図 4.11 は、RBBB の場合の心臓内電力分布推定の結果を示す。図 4.11(a)-(f)は、それぞれ、Q R S 波の各時間毎の電力分布推定結果を示す。図 4.11(g)に、図 4.11(a)-(f)の各時点で最も強く推定された電力分布の位置を同一の図に番号でプロットしたものを示す。

図 4.12 は、LBBB の場合の心臓内電力分布推定の結果を示す。図 4.12(a)-(f)は、それぞれ、Q R S 波の各時間毎の電力分布推定結果を示す。図 4.12(g)に、図 4.12(a)-(f)の各時点で最も強く推定された電力分布の位置を同一の図に番号でプロットしたものを示す。

図 4.13 は、WPW症候群の場合の心臓内電力分布推定の結果を示す。図 4.13(a)-(f)は、それぞれ、QRS波の各時間毎の電力分布推定結果を示す。図 4.13(g)に、図 4.13(a)-(f)の各時点で最も強く推定された電力分布の位置を同一の図に番号でプロットしたものを示す。

図 4.10-4.13 の推定結果が示すように、明らかに、正常と各疾患例での推定された電力分布の時間変化は明確に異なる。しかし、本方法で求められた電力分布の時間変化は、実験などで得られた興奮伝播過程とは必ずしも一致しない。すなわち、実験などでは、1 個所から起こった興奮が半円上に広がっていくが、本方法では、電力分布が比較的狭い範囲で推定されている。これは、興奮が半円状に広がった場合には、全体を代表する 1 個の電圧・電流双極子で推定されるためである。従って、RBBB、LBBB、WPW 症候群では、初期の興奮はよく捉えられるが、中期以後はあまり広がりが見られず、これが本方法の限界と考えられる[40]。



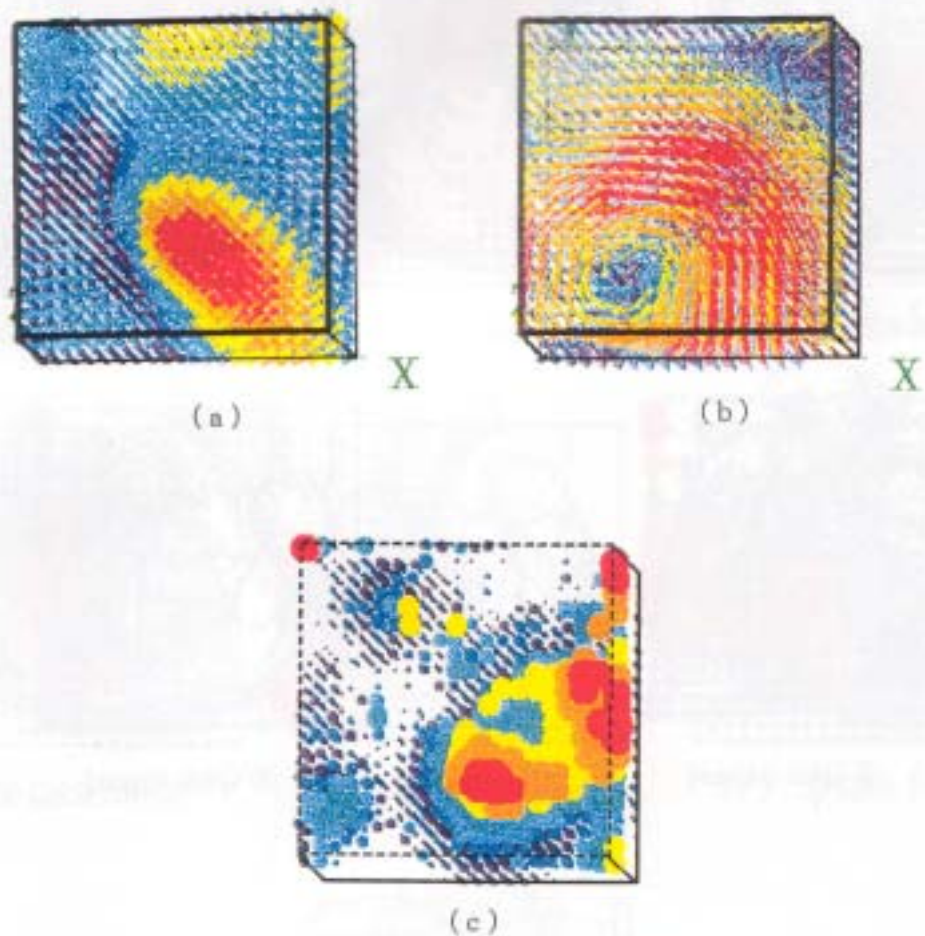


図 4.9 心臓内の電力分布推定結果。(正常な場合, QRS波開始より 34.0[ms])。 (a) 心電図 [図 4.8(a)] から推定された電圧双極子ベクトル分布、 (b) 心磁図 [図 4.8(b)] から推定された電流双極子ベクトル分布、 (c) 電力分布。

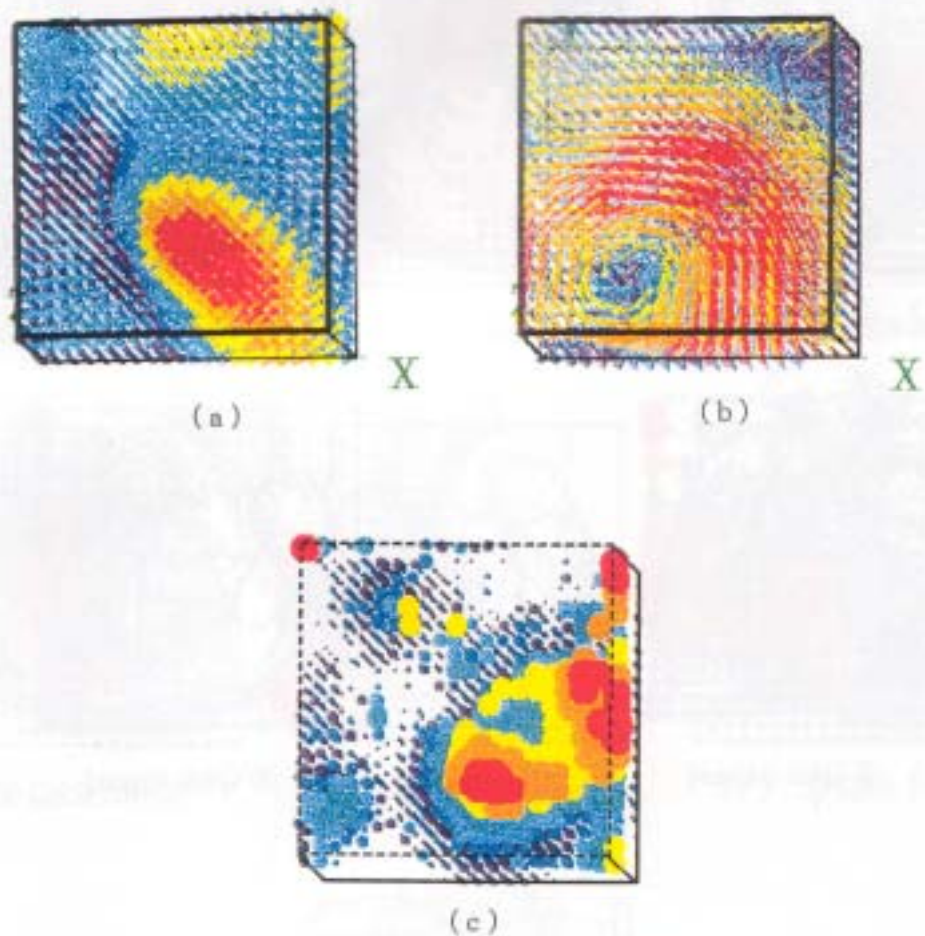


図 4.9 心臓内の電力分布推定結果。(正常な場合, QRS波開始より 34.0[ms])。 (a) 心電図 [図 4.8(a)] から推定された電圧双極子ベクトル分布、 (b) 心磁図 [図 4.8(b)] から推定された電流双極子ベクトル分布、 (c) 電力分布。



(a) ① QRS:16[ms]



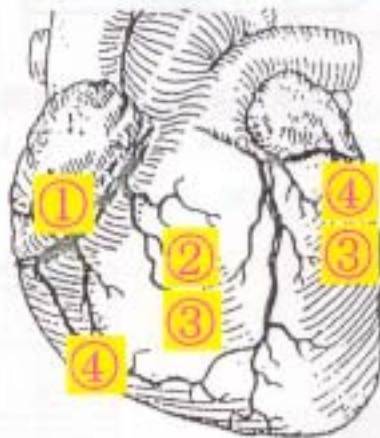
(b) ② QRS:22[ms]



(c) ③ QRS:34[ms]



(d) ④ QRS:40[ms]



(e) 心臓内電力分布の時間変化

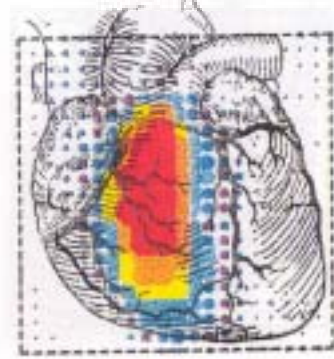
図 4.10 実際の心電図と心磁図から推定された正常例の心臓内電力分布の時間変化。



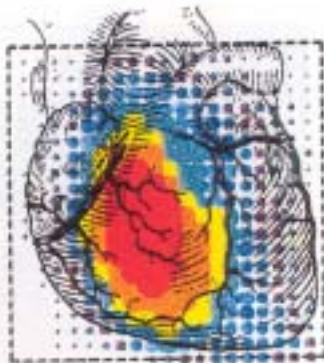
(a) ① QRS:10[ms]



(b) ② QRS:30[ms]



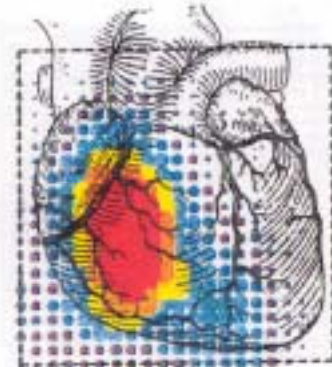
(c) ③ QRS:50[ms]



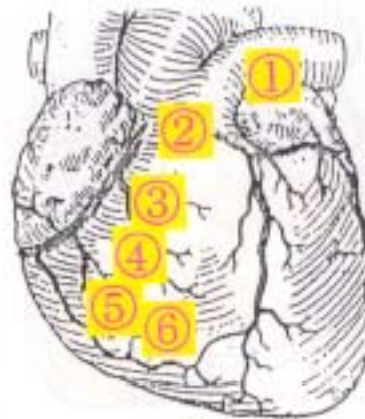
(d) ④ QRS:70[ms]



(e) ⑤ QRS:90[ms]



(f) ⑥ QRS:110[ms]



(g) 心臓内電力分布の時間変化

図 4.11 実際の心電図と心磁図から推定されたRBBBの場合の心臓内電力分布の時間変化。

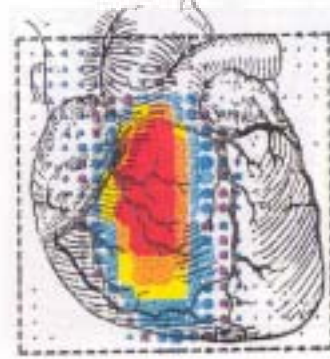




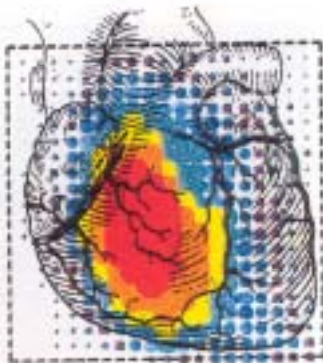
(a) ① QRS:10[ms]



(b) ② QRS:30[ms]



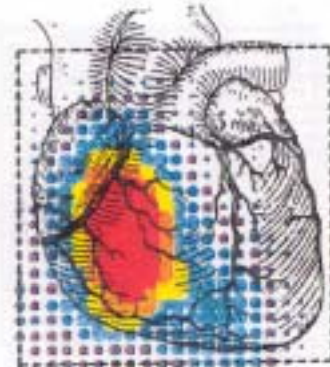
(c) ③ QRS:50[ms]



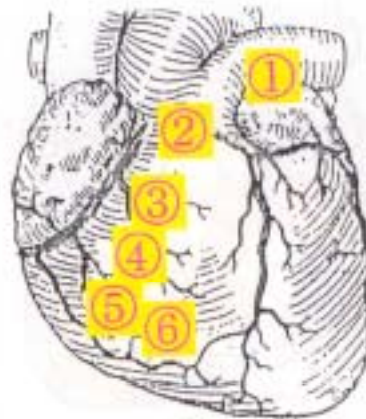
(d) ④ QRS:70[ms]



(e) ⑤ QRS:90[ms]



(f) ⑥ QRS:110[ms]



(g) 心臓内電力分布の時間変化

図 4.11 実際の心電図と心磁図から推定されたRBBBの場合の心臓内電力分布の時間変化。

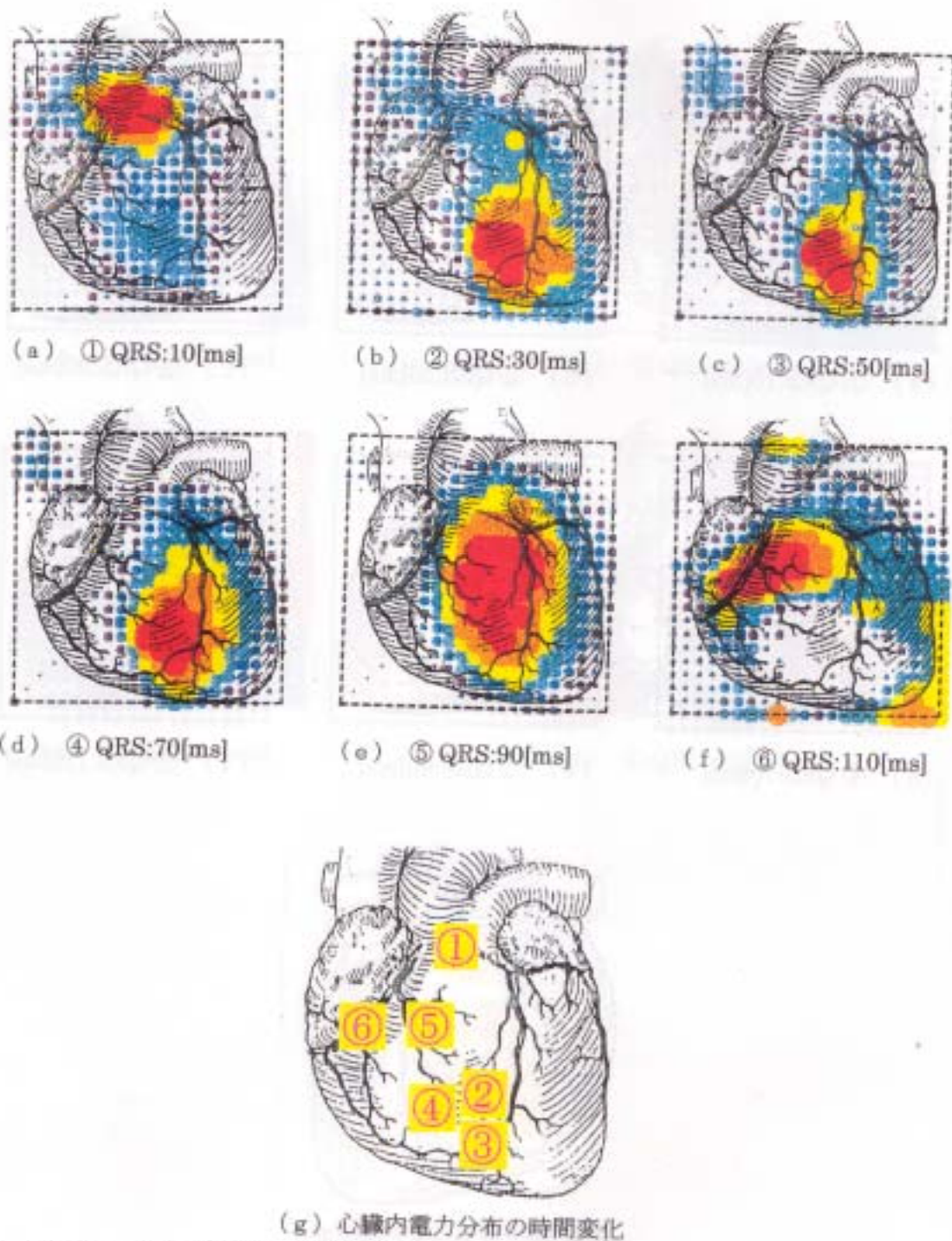
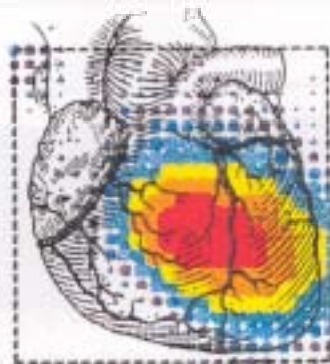


図 4.12 実際の心電図と心磁図から推定されたLBBBの場合の心臓内電力分布の時間変化。



(a) ① QRS:10[ms]



(b) ② QRS:30[ms]



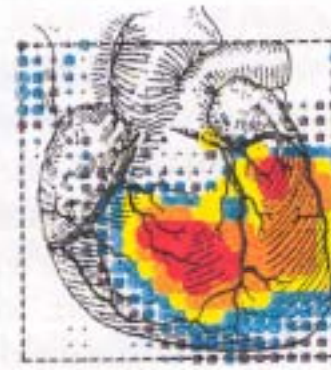
(c) ③ QRS:50[ms]



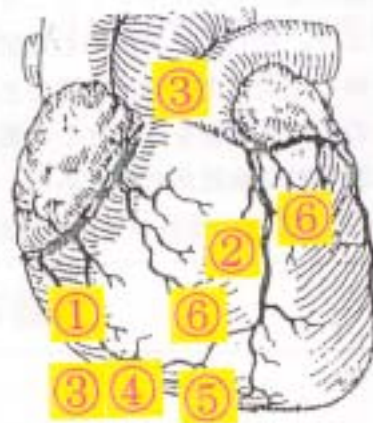
(d) ④ QRS:70[ms]



(e) ⑤ QRS:90[ms]



(f) ⑥ QRS:110[ms]



(g) 心臓内電力分布の時間変化

図 4.13 実際の心電図と心磁図から推定されたWPW症候群の場合の心臓内電力分布の時間変化。



## 4.5. まとめ

本章では、フィールド源推定の逆問題の応用例として、生体系逆問題である心磁図を用いた心臓内の電流分布推定、および心電図を用いた心臓内の電圧分布推定を行った。ここでは、1) ベクトルアローマップ法を用いた心電図・心磁図併用法、2) 電界・磁界測定併用による逆問題解析法の提案を行った。

生体磁気工学の観点から提唱されたベクトルアローマップの考え方を心電図に適用し、電界ベクトルアローマップを提唱した。また、電流・電界ベクトルアローマップの両者を併用することで、電流が流れる経路である導電率の大きい部分を推定することが可能であることを検証実験によって示した。この方法は、媒質推定を前提としたフィールド源推定に関する逆問題解析の糸口として行った。しかし、ベクトルアローマップ法は測定面に投影された電力分布から心臓内の電流が流れる経路の推定を行うため、詳細な推定は困難である。従って、より詳細で精密な診断資料を得るには、逆問題解析手法によって媒質推定を前提としたフィールド源推定問題を解く必要がある。一般に、フィールド源推定に関する逆問題は、解が一意的に得られない問題である。これは、心磁図または心電図から電磁界源推定問題においても、曖昧さを含んだ推定解しか得られないことを意味する。

以上のことから本章では、心磁図および心電図を用いて心臓内の電流分布および電圧分布を推定し、それぞれの推定結果の相関を取ることで、心臓内部の電力分布を推定する磁界・電界測定併用による逆問題解析法を提案した。

簡単な有限要素モデルを用いて検証実験を行い本手法の妥当性を調べた。局所的に測定された電界・磁界分布から対象領域内部の電力分布を推定することで、電力が消費される部分を推定することが可能であることを示した。さらに、実際の心電図・心磁図に適用した結果、正常例と各疾患例で推定された電力分布の時間変化が明確に異なることが判明した。しかし、現段階では、異なった疾患をもつ患者のデータ解析をしたところ異なった結果が得られただけであり、実際の医療診断への応用には医学的な検証が必要である。従って、磁界・磁界測定併用による逆問題解析法では、心臓診断への有効性の検証が今後の課題である。

## 5. 高周波フィールド源分布推定

### 5.1. はじめに

従来、多くの電磁界系逆問題では、推定対象であるフィールド源が直流または生体系のように比較的low周波の場合に限られてきた[1-6,8-18]。本章では、MHz帯以上の高周波磁界分布が測定された場合の磁界源分布推定問題を取り上げる。高周波磁界測定と低周波磁界測定との相違点は、高周波の場合は通常、測定がデシベル等の単位で行われるために測定磁界に位相の情報が含まれない点にある[41]。換言すれば、高周波測定磁界分布から推定された電流ベクトルの方向は一意的に決まらないが、電流ベクトルの大きさは推定可能である。

高周波フィールド源推定に関する逆問題応用例として、ノートパソコンの漏洩磁界分布から磁界源(電流)分布を推定する問題を取り上げる。ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、SPM法を用いて漏洩磁界源(電流)分布の推定を行う。その結果、ノートパソコン内の漏洩磁界源は回路設計に依存し、主にCPUと電源であることを示す。

以上のことから、高周波磁界源を特定することが可能であり、本手法がEMC (Electromagnetic Compatibility)における放射電磁界源を推定する問題に対して有効であることを明らかにする[42]。

### 5.2. 漏洩磁界源分布推定

#### 5.2.1. EMCの分類

近年、電子回路の高速化・高集積化に伴い、電子機器から生じる漏洩電磁界(ノイズ)によって機器の誤動作や故障を引き起こすEMC(電磁的両立性)問題が社会問題となっている。一般にEMC問題は、「電子電気機器が、自然界または電子機器を発生源とする不要電磁界(ノイズ)によって妨害を受けず、また、他の電子機器へ妨害を与えずに正常に動作する能力」と定義される

[55]。E M C 問題には、放射性ノイズによって電子または電気機器の誤動作や故障を引き起こす電磁妨害(Electromagnetic Interference, EMI)問題と、電子機器に接続する電源や信号線を経由して相互干渉を起こす伝導型ノイズ問題がある。E M C 問題の根本的な解決は、発生するノイズ源を特定し、そのノイズを除去することにある。このため、多くのE M C 問題は、局所的なノイズ測定からそのノイズ源を推定する逆問題を解くことに帰する。

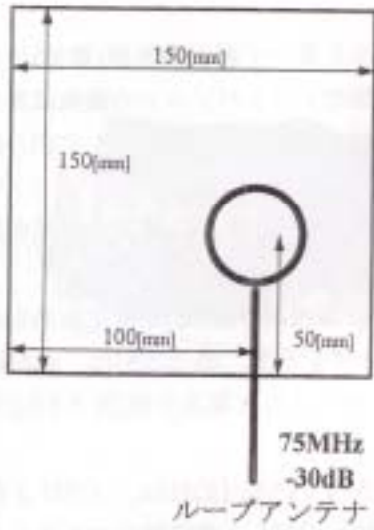
特に、本章で取り上げる放射電磁界分布からその電磁界源を推定する問題は、フィールド源推定に関する逆問題に分類される。また、本章で取り上げる放射磁界源推定問題では、メガヘルツ帯以上の高周波磁界を対象としている。一般に、メガヘルツ帯以上の高周波磁界はスペクトラムアナライザを用いて測定されるために、測定磁界の位相情報の欠落が生じる。このため、S P M法を用いて放射磁界源推定を行うためには、推定法の妥当性を検証する必要がある。

### 5.2.2. 検証実験

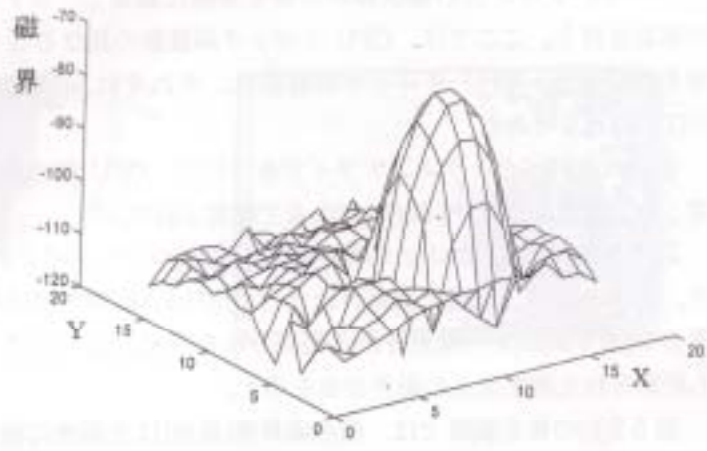
フィールド源推定に関する逆問題解析の問題点は、得られた推定解の妥当性の評価にある。一般に、フィールド源推定問題では、局所的なフィールド分布しか測定できないため、そのフィールド源を一意的に推定することは困難である。

本節では、簡単な検証実験を行い、高周波フィールド源推定問題に対するS P M法の推定解の妥当性を検証する。

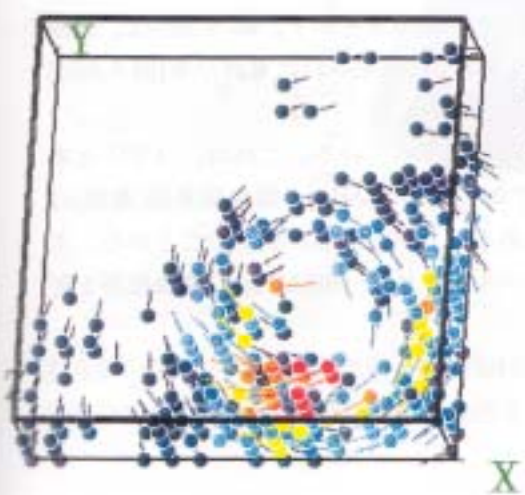
図 5.1 に、ループアンテナ上の測定磁界分布から電流分布を推定する例題を示す。図 5.1(a)と 5.1(b)に、それぞれ、概略図と測定面上の法線方向磁界分布を示す。ループアンテナには、75[MHz]の高周波電流が流れている。磁界分布は、スペクトラムアナライザで測定した。磁界測定は、256(16x16)点で測定された。図 5.1(c)に、測定磁界分布[図 5.1(b)]からS P M法を用いてループアンテナの電流分布を推定した結果を示す。図 5.1(d)に、図 5.1(c)の電流分布推定結果から計算された測定面上の磁界分布を示す。明らかに、図 5.1 の結果は、S P M法によって高周波フィールド源推定が可能であることを示している。



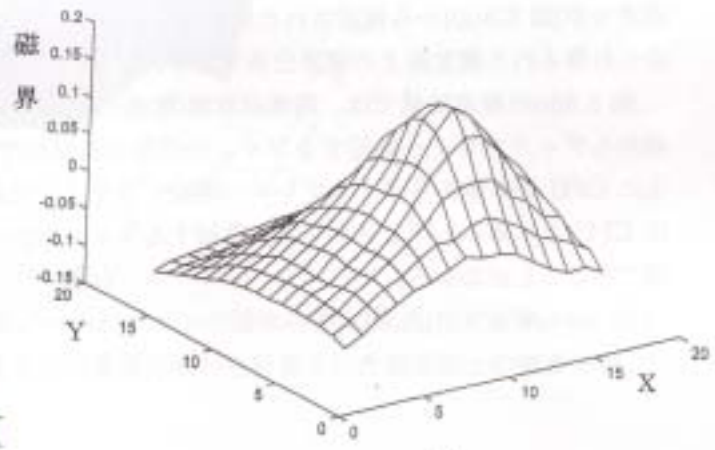
(a)



(b)



(c)



(d)

図 5.1 高周波フィールド源推定問題の検証実験。(a)概略図、(b)ループアンテナ上の測定法線方向磁界分布(75[MHz])、(c)電流分布推定結果、(d)推定された電流分布から計算された測定面上の磁界分布。



### 5.2.3. ノートパソコンの漏洩磁界源推定

ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、SPM法を用いて漏洩磁界源(電流)分布の推定を行う。ここでは、CPUクロック周波数の異なる2種類のノートパソコンの漏洩磁界分布を測定した。CPUクロック周波数は、それぞれ、75[MHz]と100[MHz]であり、CPUはINTEL DX4である。

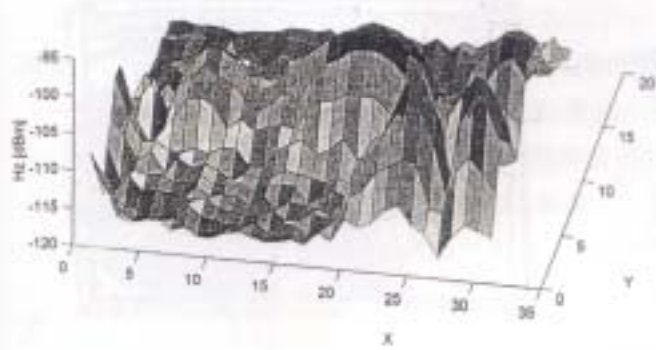
磁界は、スペクトラムアナライザを用いて、CPU動作時のキーボード上の法線方向磁界を測定した。磁界測定は、930(31x30)点で測定された。

図5.2は、CPUクロック周波数75[MHz]のノートパソコンの漏洩磁界源(電流)推定結果を示す。図5.2(a)は、実際に測定された75[MHz]の法線方向磁界分布を示す。図5.2(b)は、漏洩磁界分布[図5.2(a)]から推定された電流分布を示す。図5.2(c)は、推定された電流分布[図5.2(b)]から計算された測定面上の磁界分布を示す。

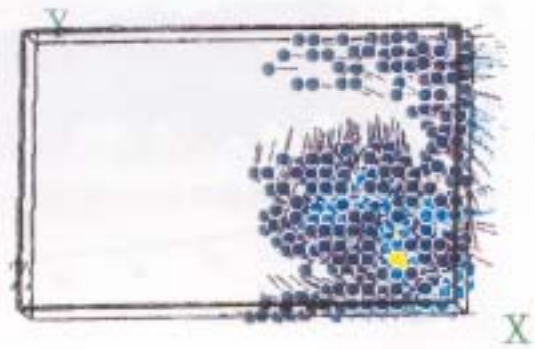
図5.2(b)の推定結果では、漏洩磁界源(電流)は2個所に推定されている。これは、CPUと電源部分が存在する部分であり、75[MHz]の漏洩磁界源(電流)は主にCPUと電源部分であることがわかる。以上のことから、主にCPUと電源部分をシールドすれば75[MHz]の漏洩磁界を軽減できることがわかる。

図5.3は、CPUクロック周波数100[MHz]のノートパソコンの漏洩磁界源(電流)推定結果を示す。図5.3(a)は、実際に測定された100[MHz]の法線方向磁界分布を示す。図5.3(b)は、漏洩磁界分布[図5.3(a)]から推定された電流分布を示す。図5.3(c)は、推定された電流分布[図5.3(b)]から計算された測定面上の磁界分布を示す。

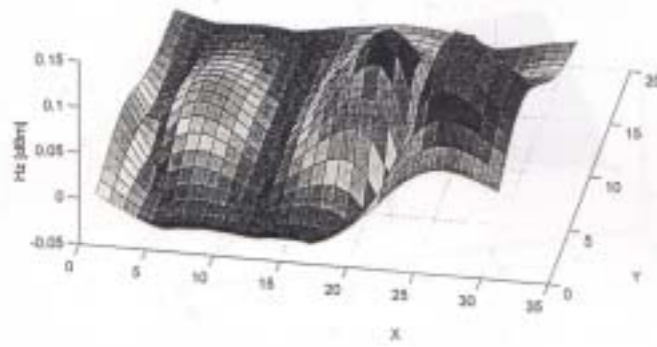
図5.3(b)の推定結果では、漏洩磁界源(電流)は2個所に推定されている。これは、CPUと本体からディスプレイへ供給するラインが存在する部分であり、100[MHz]の漏洩磁界源(電流)は主にCPUと本体からディスプレイへ供給するラインであることがわかる。以上のことから、主にCPUと本体からディスプレイへ供給するラインをシールドすれば100[MHz]の漏洩磁界を軽減できることがわかる。



(a)



(b)



(c)

図 5.2 CPU クロック周波数 75[MHz]のノートパソコンの漏洩磁界源(電流)推定結果。(a) 測定磁界分布、(b)電流分布推定結果、(c)推定された電流分布から計算された測定面上の磁界分布。

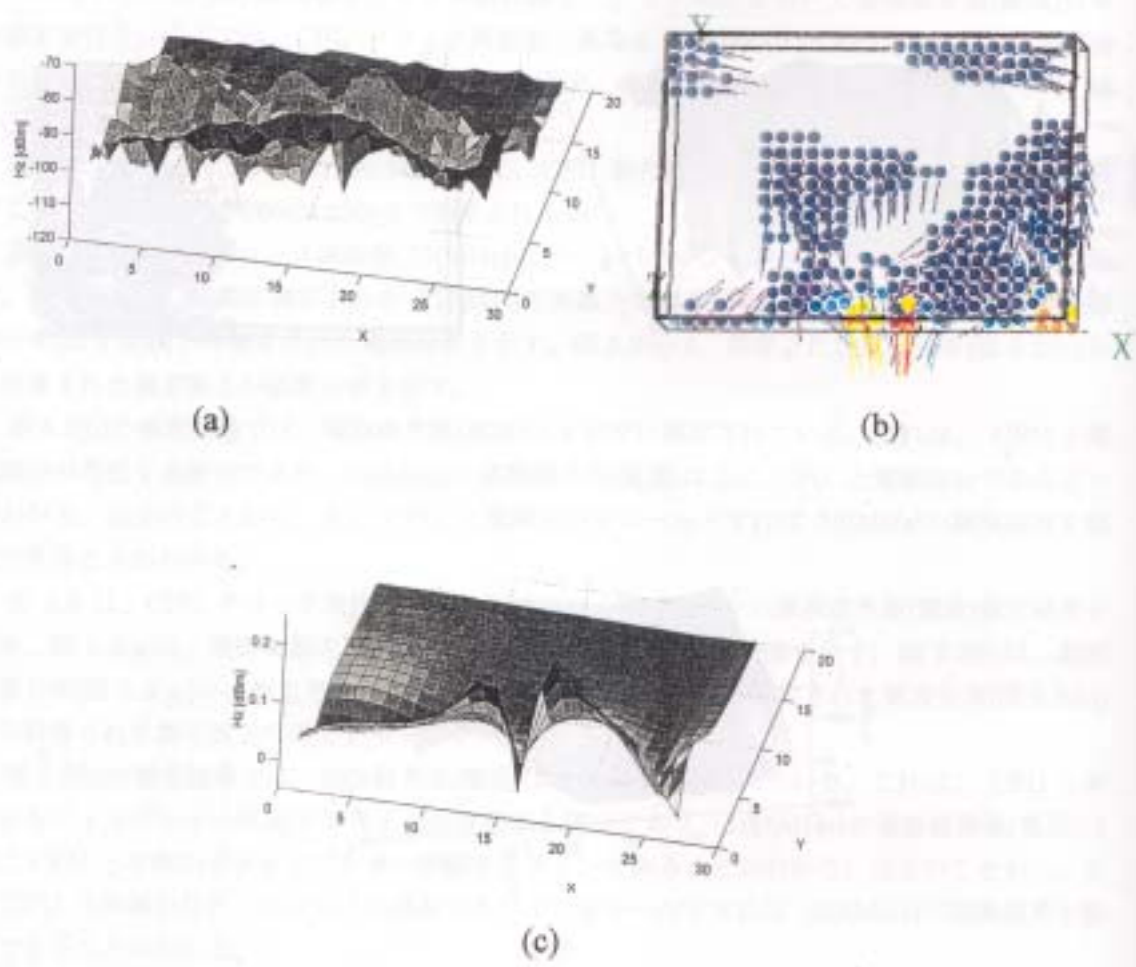


図 5.3 CPU クロック周波数 100[MHz]のノートパソコンの漏洩磁界源(電流)推定結果。(a) 測定磁界分布、(b)電流分布推定結果、(c)推定された電流分布から計算された測定面上の磁界分布。

### 5.3. まとめ

本章では、対象が高周波磁界源分布であるフィールド源推定に関する逆問題を検討した。高周波フィールド源推定に関する逆問題の具体的な応用例として、漏洩電磁界源推定問題であるノートパソコンの漏洩磁界分布から磁界源(電流)分布を推定する問題を取り上げた。ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、漏洩磁界源(電流)分布の推定を行った。その結果、ノートパソコン内の漏洩磁界源は回路設計に依存し、漏洩磁界分布からその磁界源を推定することで、漏洩磁界源(電流)の特定が可能であることが判明した。

## 6. ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法

### 6.1. はじめに

一般に、出力の一部から入力源を求める逆問題は、式の数が未知数の数より圧倒的に少ないシステム行列を持つ連立方程式を解くことに帰する。通常、何等かの拘束条件を付加しない限り、このようなシステム方程式から一意的な解は期待できない。

近年、ウェーブレット変換は、画像データの圧縮、心電図のスペクトル解析等で用いられている。特に、離散値系ウェーブレット変換は、画像データ等のデータ圧縮に用いられる[43-47,49]。

本章では、離散値系ウェーブレット変換を用いた磁界系逆問題解析法の提案を行う。従来の逆問題解析法は、最も支配的な入力源のみを推定する方法と入力源の分布パターンを推定する方法がある[1-6]。これらに対して、離散値系ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法には、入力源の分布と大きさを近似的であるが、同時に推定可能とする方法である。この方法は、離散値系ウェーブレット変換のデータ圧縮の特徴を利用し、逆問題のシステム行列の逆行列を近似的に求め、近似解を得る方法である[48,50-52]。キーアイデアは、

- (1)システム行列を二次元信号強度データとみなし、離散値系ウェーブレット変換を適用する、
  - (2)システム行列のウェーブレットスペクトラムから最も支配的な情報を含むマザーウェーブレット近傍の正方領域を取り出し、逆行列を求める、
  - (3)得られた逆行列に零要素を付加し、もとのシステム行列の転置した形の行列を作る、
  - (4)この行列をウェーブレット逆変換し、システム行列の近似逆行列を得る、
- の4項目である。

この方法をフィールド源推定および媒質推定に関する逆問題に適用し、妥当性を吟味する。

## 6.2. 離散値系ウェーブレット変換

### 6.2.1. 一次元ウェーブレット変換

本章では、ハール(Haar)基底のアナライジング・ウェーブレット([Analyzing Wavelet](#))を用いた離散値系直交ウェーブレット変換を適用する。このハール基底のアナライジング・ウェーブレットは、ドビッシー(Daubechies)の2次のアナライジング・ウェーブレットに等しい[43-48]。

簡単のため、8次のデータベクトル $\mathbf{X}_8$ の一次元ウェーブレット変換例を考える。8次のデータベクトル $\mathbf{X}_8$ を

$$\mathbf{X}_8 = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T \quad (6.1)$$

とする。8次のデータベクトルの離散値系ウェーブレット変換では、3回(=  $\text{Log}_2 8$ )の線形変換が行われる[43,48]。最初の変換は、

$$\mathbf{X}' = P_8 C_8 \mathbf{X}_8 \quad (6.2)$$

で行われる。ここで、 $C_8$ および $P_8$ は、それぞれ、

$$C_8 = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ c_1 & -c_0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_0 & c_1 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & -c_0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & c_0 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & c_1 & -c_0 \end{bmatrix} \quad (6.3a)$$

$$P_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.3b)$$

である。(6.3a)式の係数 $c_0, c_1$ は、ハール基底のアナライジング・ウェーブレットであり、

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6.4)$$

で与えられる。また、(6.3a)式の奇数行(1、3、5、...行)は重み付きの積分演算に相当し、偶数行(2、4、6、...行)は重み付きの微分演算に相当する[47,48]。

2回目の変換は、

$$\mathbf{X}'' = P_8' C_8' \mathbf{X}' \quad (6.5)$$

で行われる。ここで、 $P_8'$ および $C_8'$ は、それぞれ、

$$P_8' = \begin{bmatrix} P_4 & 0 \\ 0 & I_4 \end{bmatrix}, \quad C_8' = \begin{bmatrix} C_4 & 0 \\ 0 & I_4 \end{bmatrix} \quad (6.6a)$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.6b)$$

である。

3回目の変換は、

$$\mathbf{X}''' = P_8'' C_8'' \mathbf{X}'' \quad (6.7)$$

$$P_8'' = \begin{bmatrix} P_2 & 0 \\ 0 & I_6 \end{bmatrix}, \quad C_8'' = \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & I_6 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

で行われる。(6.6a)と(6.8)式中の $I$ は単位行列を表し、下添え字は行列の次数を表す。最終的に得られた $\mathbf{X}'''$ が、ウェーブレットスペクトラムとなる。

(6.2)-(6.8)式から、一次元ウェーブレット変換は、

$$\begin{aligned} \mathbf{X}''' &= (P_8'' C_8'')(P_8' C_8')(P_8 C_8) \mathbf{X}_8 \\ &= W_8 \mathbf{X}_8 \end{aligned} \quad (6.9)$$

で与えられる。ここで、 $W_8$ は8次のウェーブレット変換行列と呼ばれる。

また、ウェーブレット逆変換は、

$$\mathbf{X} = [W_8]^T \mathbf{X}''' \quad (6.10)$$

で得られる。

## 6.2.2. 二次元ウェーブレット変換

二次元の離散値系ウェーブレット変換は、

$$D' = W_n D W_m^T \quad (6.11)$$

で与えられる[48]。ここで、 $M', D, W_n$  および  $W_m$  はそれぞれ、ウェーブレットスペクトラム、 $n$ 行 $m$ 列のシステム行列、 $n$ 次および $m$ 次のウェーブレット変換行列である。

二次元のウェーブレット逆変換は、

$$D = W_m^T D' W_n \quad (6.12)$$

で与えられる[48]。

## 6.3. ウェーブレット逆問題解析法

### 6.3.1. 逆問題のシステム方程式

一般に、磁界系逆問題のシステム方程式は、

$$D\mathbf{X} = \mathbf{Y} \quad (6.13)$$

または、

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & d_{ij} & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & \cdots & d_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad m \gg n \quad (6.14)$$

となる。ここで、 $D, \mathbf{X}$  および  $\mathbf{Y}$  は、それぞれ、システム行列、 $m$ 次の入力ベクトルおよび $n$ 次の出力ベクトルである。

ここでは、出力ベクトル $\mathbf{Y}$ およびシステム行列 $D$ が既知で入力ベクトル $\mathbf{X}$ を推定する問題を考える。このようなシステム方程式は、未知数の数 $m$ が式の数 $n$ よりも圧倒的に多い連立方程式を解くことに帰する。このため、システム行列 $D$ の厳密な逆行列は得られず、一意的な解は期待できない。



本章では、システム行列  $D$  の近似的な逆行列を求めることで入力ベクトル  $\mathbf{X}$  を推定する方法を考える。システム行列  $D$  の近似逆行列を求めるため、離散値系ウェーブレット変換のデータ圧縮の特徴を利用する。

### 6.3.2. 近似逆行列

近似逆行列を求めるために、システム行列  $D$  を(6.11)式によって二次元ウェーブレット変換する。通常、ウェーブレットスペクトラムは、絶対値の大きな要素が1行1列を基点として分布する。これは、もとのシステム行列の持つ情報が、ウェーブレット変換によって1行1列要素近傍に集められていることを意味している。このウェーブレット変換の性質を利用して、長方形列の逆行列を近似的に求める。

次に、逆行列を求められる形にするために、ウェーブレットスペクトラム全体から1行1列要素を基点とした正方形列  $S$  を切り出し、逆行列  $S^{-1}$  を求める。

一般に、長方形列の最も簡単な逆行列の構成は、もとの行列の転置した形で与えられる。この問題のシステム行列  $D$  は  $n$  行  $m$  列の長方形列であるため、システム行列の逆行列は  $m$  行  $n$  列の形で与えられる。このため、もとのシステム行列の逆行列が  $m$  行  $n$  列の長方形列になるようにするため、逆行列  $S^{-1}$  を  $m$  行  $n$  列の零行列  $\mathbf{Z}$  にそれぞれの1行1列要素を基点として埋め込む。

$$D_{Appro}^{-1} = S^{-1} \rightarrow \mathbf{Z} \tag{6.15}$$

ここで、 $D_{Appro}^{-1}$  は、システム行列  $D$  の近似逆行列  $D_{Appro}^{-1}$  のウェーブレットスペクトラムであり、記号  $\rightarrow$  は  $m$  行  $n$  列の零行列  $\mathbf{Z}$  へ  $S^{-1}$  をそれぞれの1行1列要素を基点として埋め込む演算を示す。

近似逆行列  $D_{Appro}^{-1}$  は、二次元ウェーブレット逆変換

$$D_{Appro}^{-1} = W_n^T D_{Appro}^{-1} W_m \tag{6.16}$$

によって得られる。

最終的に、求めるべき未知入力ベクトル  $\mathbf{X}$  は、

$$\mathbf{X} = D_{Appro}^{-1} \mathbf{Y} \tag{6.17}$$

で得られる。

### 6.3.3. 近似逆行列の妥当性

一般に、逆行列の数学的な妥当性は、左側逆行列  $D_{Appro}^{-1} D$  および右側逆行列  $DD_{Appro}^{-1}$  を計算することで評価される[54]。

左側逆行列  $D_{Appro}^{-1} D$  が

$$D_{Appro}^{-1} D = I_m \tag{6.18}$$

であるとき、解は一意的に決まる。ここで、 $I_m$  は、 $m$  次の単位行列である。

右側逆行列  $DD_{Appro}^{-1}$  が

$$DD_{Appro}^{-1} = I_n \tag{6.19}$$

であるとき、解が必ず存在する。ここで、 $I_n$  は、 $n$  次の単位行列である。

換言すれば、左側逆行列は解の一意性を表し、右側逆行列は解の存在を表す。当然、(6.14) 式のシステム行列  $D$  は長方形行列であるので、左側逆行列と右側逆行列は等しくならない[54]。

## 6.4. フィールド源推定に関する逆問題

ここでは、簡単のため、フィルム導体中の電流分布をフィルム導体上で局所的に測定された磁界分布から推定する問題を取り上げる[50,52]。

図 6.1(a) にフィルム導体内の電流分布推定問題の概略図および断面図を示す。図 6.1(a) 中の  $\delta$  は、フィルム導体と測定面間の距離を表す。図 6.1(b)、(c)、(d) に、それぞれ、フィルム導体中の電流分布、測定面上の法線方向磁界分布、およびシステム行列を図示する。磁界分布は、アンペアの法則で決まる要素を持つシステム行列と電流の大きさを要素に持つベクトルとの積で与えられる。今、求めたいのは電流分布である。しかし、この問題のシステム方程式は、(6.14) 式のように一意的な解を持たない。このため、本手法では、システム行列  $D$  [図 6.1(d)] を二次元信号強度データとみなし、ウェーブレット解析法により近似逆行列を求める。局所的に測定された磁界分布[図 6.1(c)] から、この近似逆行列を用いて電流分布[図 6.1(b)] を推定する。ウェーブレット変換を適用するために、測定および電流推定点数は 2 のべき乗数とする。この問題では、測定点数は 8 点、電流推定点数は 32 点とした。

また、本章では以後、行列を二次元信号強度データとして表示した図では、原点が行列の 1 行 1 列要素に対応するように図示する。

図 6.2(a)および(b)に、それぞれ、システム行列  $D$  のウェーブレットスペクトラム  $D'$  および近似逆行列  $D_{Appro}^{-1}$  を示す。図 6.2(a)のウェーブレットスペクトラム  $D'$  では、ウェーブレットスペクトラムの絶対値の大きい部分が、マザーウェーブレット近傍(原点近傍)に集中している。これは、ウェーブレット変換によって、もとのシステム行列  $D$  の情報がマザーウェーブレット近傍に集約されていることを意味する。このマザーウェーブレット近傍の正方領域を切り出し、その逆行列から求めた近似逆行列  $D_{Appro}^{-1}$  を図 6.2(b)に示してある。

図 6.3(a)および(b)に、それぞれ、近似逆行列  $D_{Appro}^{-1}$  の妥当性を評価するため、左側逆行列  $D_{Appro}^{-1} D$  および右側逆行列  $DD_{Appro}^{-1}$  の計算結果を図示する。図 6.3(b)の右側逆行列  $DD_{Appro}^{-1}$  は完全な単位行列であり、この問題では解が必ず存在することを示している。また、図 6.3(a)の左側逆行列  $D_{Appro}^{-1} D$  は単位行列になってないが、一定値が対角要素に並んでおり、ほぼ一意的な解が期待できることを示している。

図 6.4(a)および(b)に、それぞれ、推定されたフィルム導体内の電流分布、および推定された電流分布から再現された測定面上の法線方向磁界分布を示す。図 6.4(a)の結果は正解の電流分布[図 6.1(b)]を階段状に近似した結果を示している。また、図 6.1(c)と図 6.4(b)を比較すれば、図 6.4(a)の電流分布が測定面に与える磁界分布もほぼ完全に再現されていることがわかる。

以上のことから、ウェーブレット逆問題解析法がフィールド源推定に関する逆問題に対して極めて有効であることがわかる[52]。

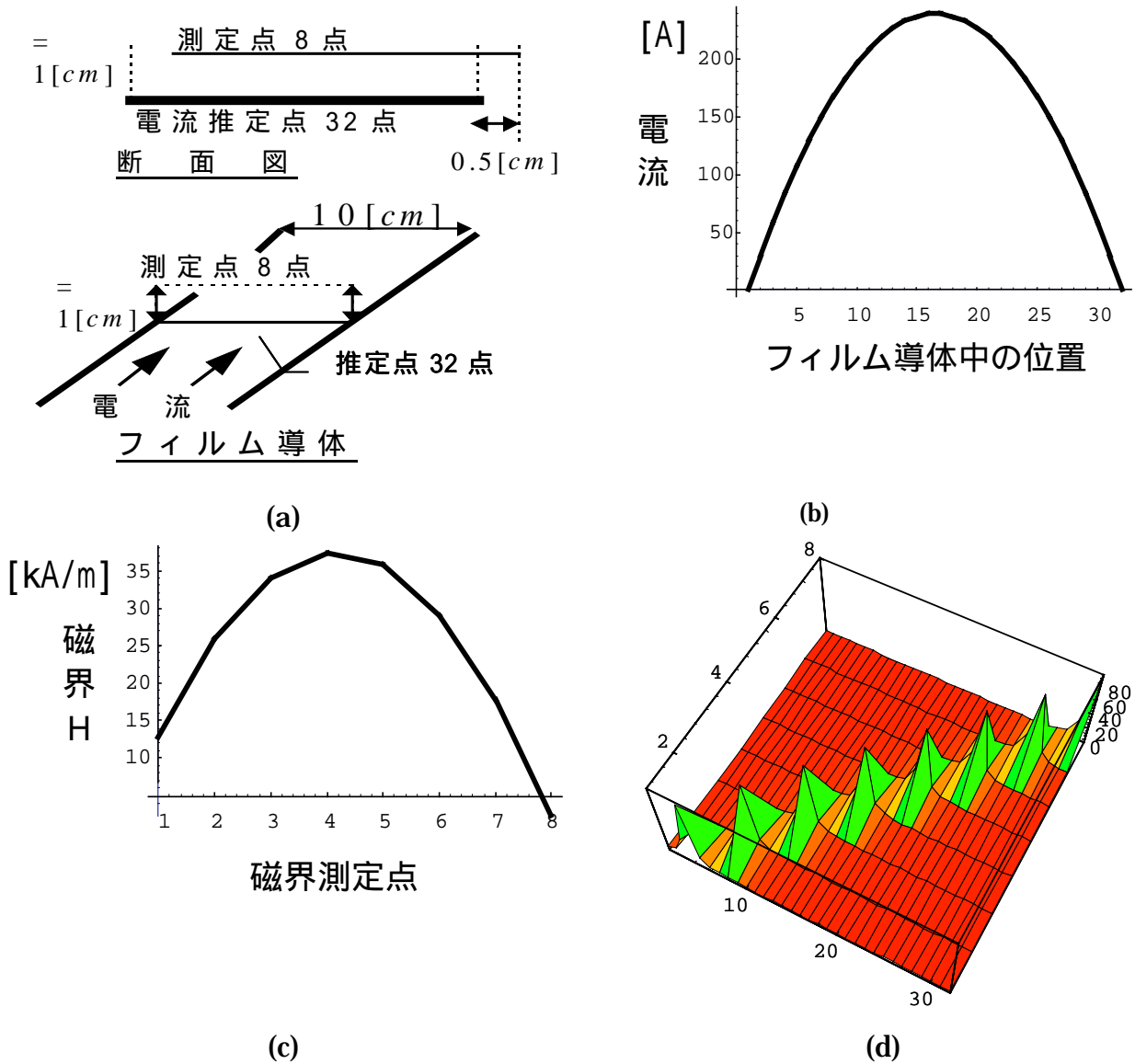
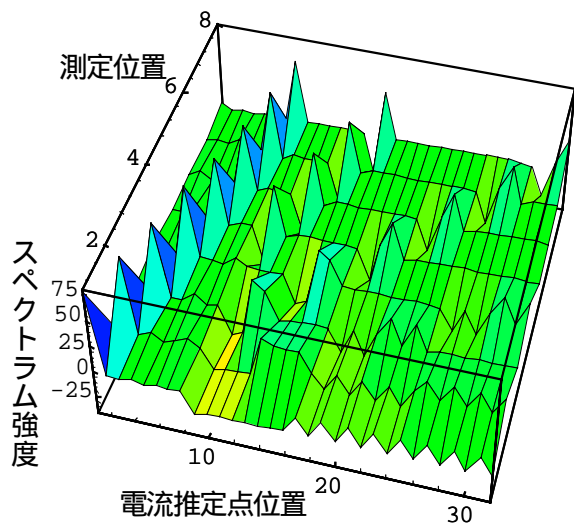
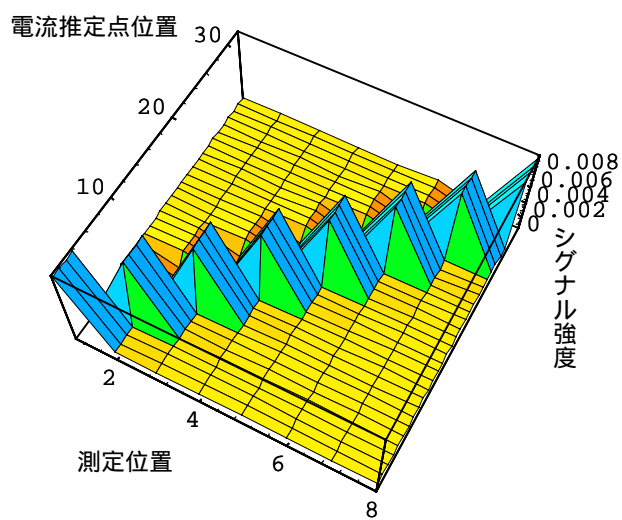


図 6.1 (a)概略図および断面図、(b)フィルム導体中の正解の電流分布、(c)測定された法線方向磁界分布、(d)システム行列  $D$ 。



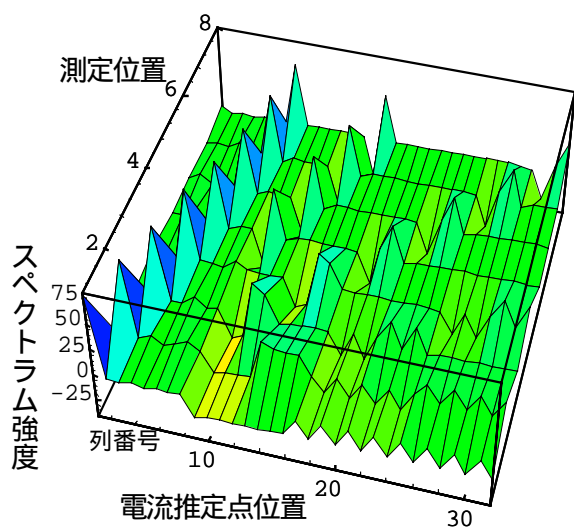
(a)



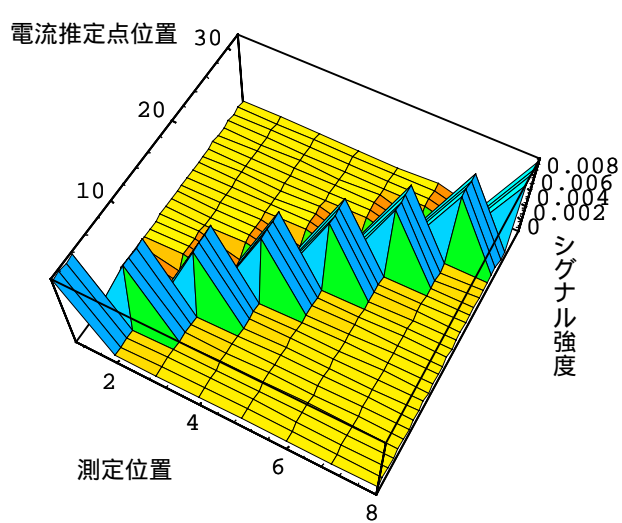
(b)

図 6.2 (a) システム行列  $D$  のウェーブレットスペクトラム  $D'$ 、 (b) システム行列  $D$  の近似逆行列

$D_{Appro}^{-1}$ 。



(a)



(b)

図 6.2 (a) システム行列  $D$  のウェーブレットスペクトラム  $D'$ 、 (b) システム行列  $D$  の近似逆行列

$D_{Appro}^{-1}$ 。

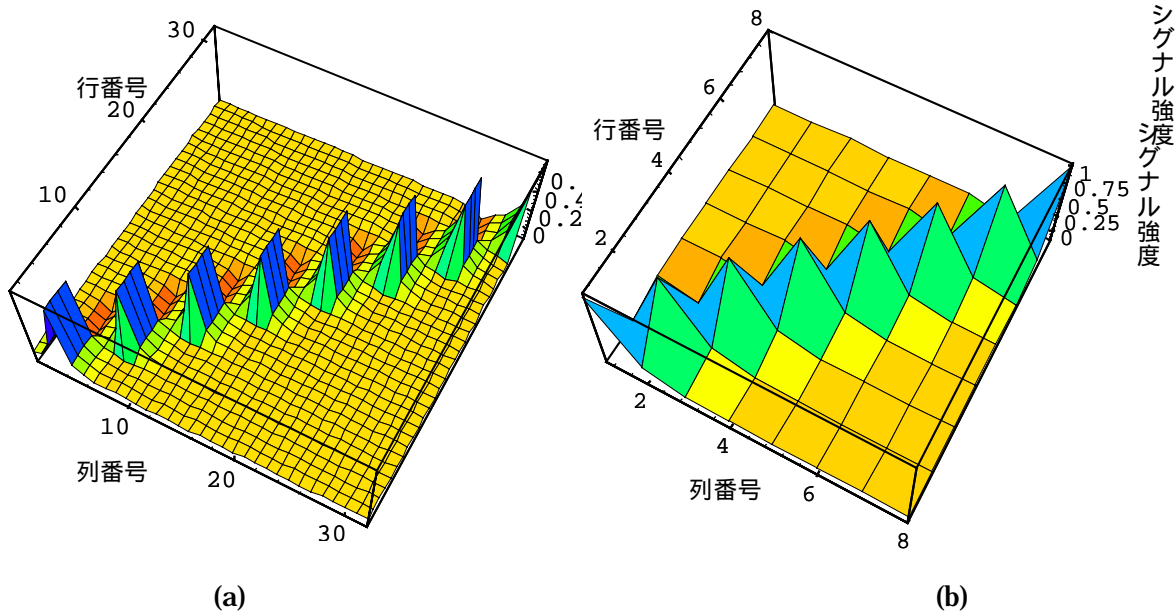


図 6.3 (a)左側逆行列  $D_{Appro}^{-1} D$ 、 (b) 右側逆行列  $DD_{Appro}^{-1}$

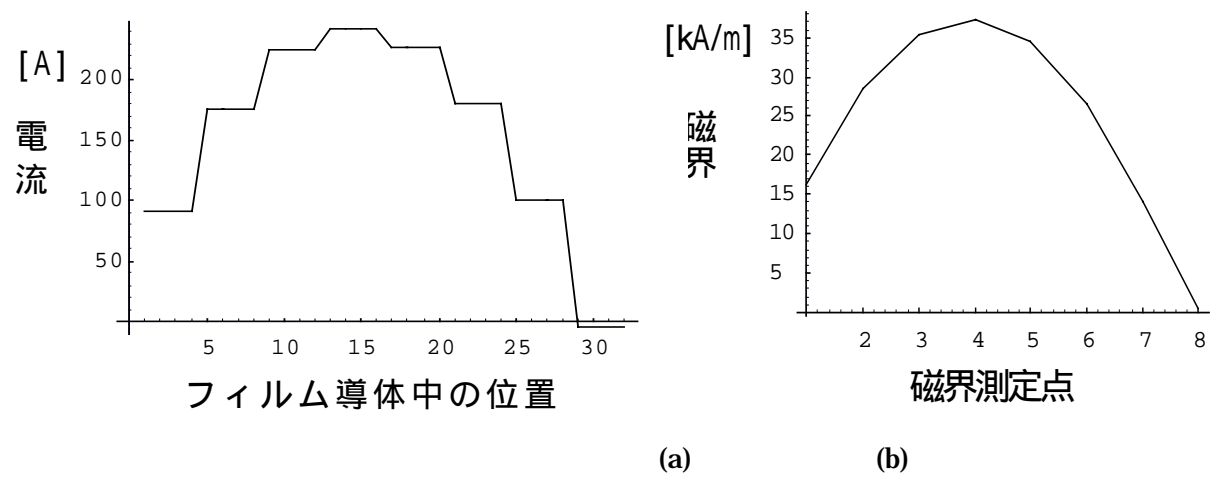


図 6.4 (a) 推定されたフィルム導体内の電流分布、 (b)推定された電流分布から再現された接線方向磁界分布。

## 6.5. 媒質推定に関する逆問題

ここでは、入力ベクトル $\mathbf{X}$ と出力ベクトル $\mathbf{Y}$ が与えられて、入力ベクトル $\mathbf{X}$ と出力ベクトル $\mathbf{Y}$ 間のパラメータを推定する問題を取り上げる[51,52]。媒質推定に関する逆問題では、システム方程式(6.14)は、

$$\mathbf{X} = \lambda \mathbf{C} \quad (6.20)$$

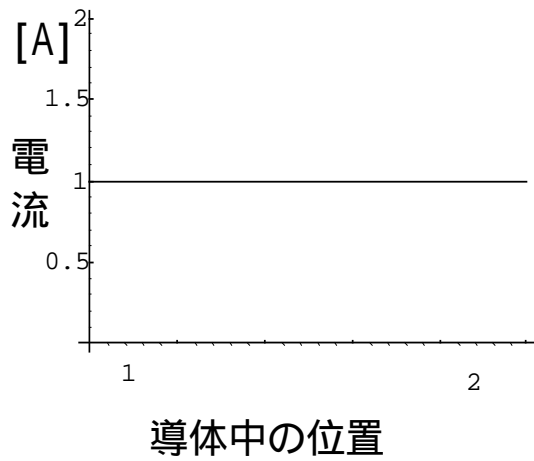
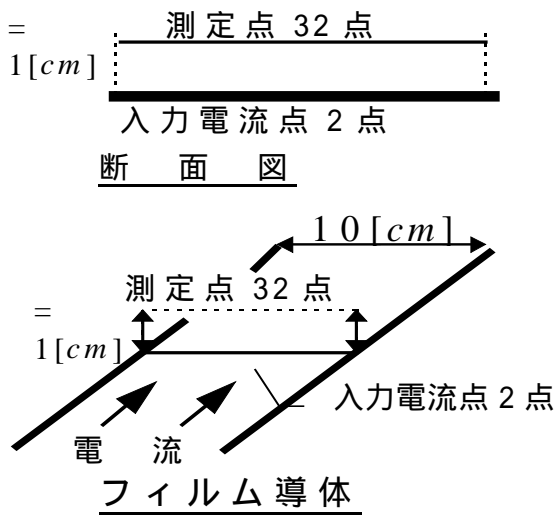
または、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_n & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & y_1 & \cdots & y_n & 0 & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & y_1 & \cdots & y_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ \vdots \\ \vdots \\ c_{nm} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

と変形される。ここで、 $\lambda$ と $\mathbf{C}$ は、それぞれ、出力ベクトル $\mathbf{Y}$ の要素で構成されるシステム行列、および推定されるパラメータベクトルである。パラメータベクトル $\mathbf{C}$ の各要素は、入力ベクトル $\mathbf{X}$ と出力ベクトル $\mathbf{Y}$ 間の関係を表す係数である。

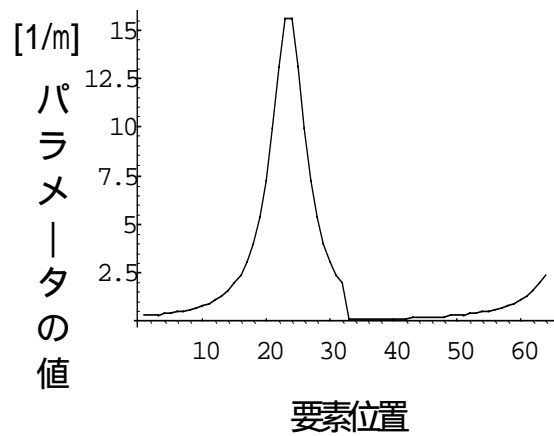
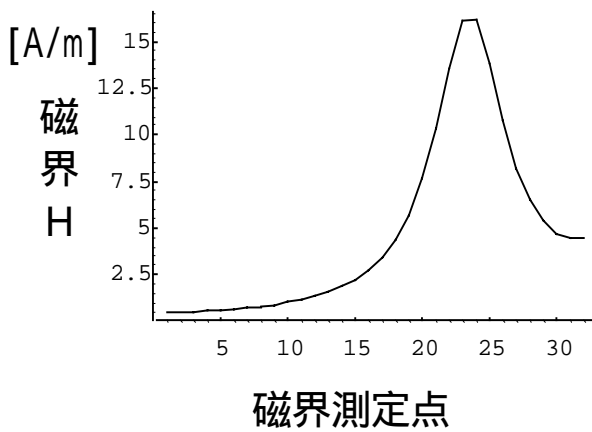
図 6.5 に、入力となるフィルム導体断面の電流分布と出力である磁界分布が与えられて、その間のパラメータを推定する問題を示す。図 6.5(a)、(b)、(c)および(d) に、それぞれ、概略図および断面図、入力電流分布、測定面上の接線方向磁界分布およびパラメータベクトル $\mathbf{c}$ を示す。パラメータベクトル $\mathbf{c}$ の各要素はアンペアの法則で決まる係数であり、単位は[1/m]である。図 6.5(a)中の $\delta$ は、フィルム導体と測定面間の距離を表す。この問題では、入力電流点数は2点、磁界測定点数は32点とした。この問題の目的は、アンペアの法則で決定されるパラメータベクトル $\mathbf{c}$ が、入力電流分布と出力磁界分布からウェーブレット逆問題解析法を用いて推定可能かどうか検討することにある。

図 6.6(a)および(b)に、それぞれ、システム行列 $\lambda$ のウェーブレットスペクトラム $\lambda'$ および近似逆行列 $\lambda_{Appro}^{-1}$ を示す。図 6.6(a)のウェーブレットスペクトラム $\lambda'$ では、ウェーブレットスペクトラムの絶対値の大きい部分がマザーウェーブレット近傍に集中している。これは、ウェーブレット変換によって、もとのシステム行列 $\lambda$ の情報がマザーウェーブレット近傍に集約されていることを意味する。このマザーウェーブレット近傍の正方領域を切り出し、その逆行列から再現したものが図 6.6(b)の近似逆行列 $\lambda_{Appro}^{-1}$ である。



(a)

(b)



(c)

(d)

図 6.5 (a)概略図および断面図、(b)入力電流分布、(c)出力接線方向磁界分布、(d)パラメータベクトルC。



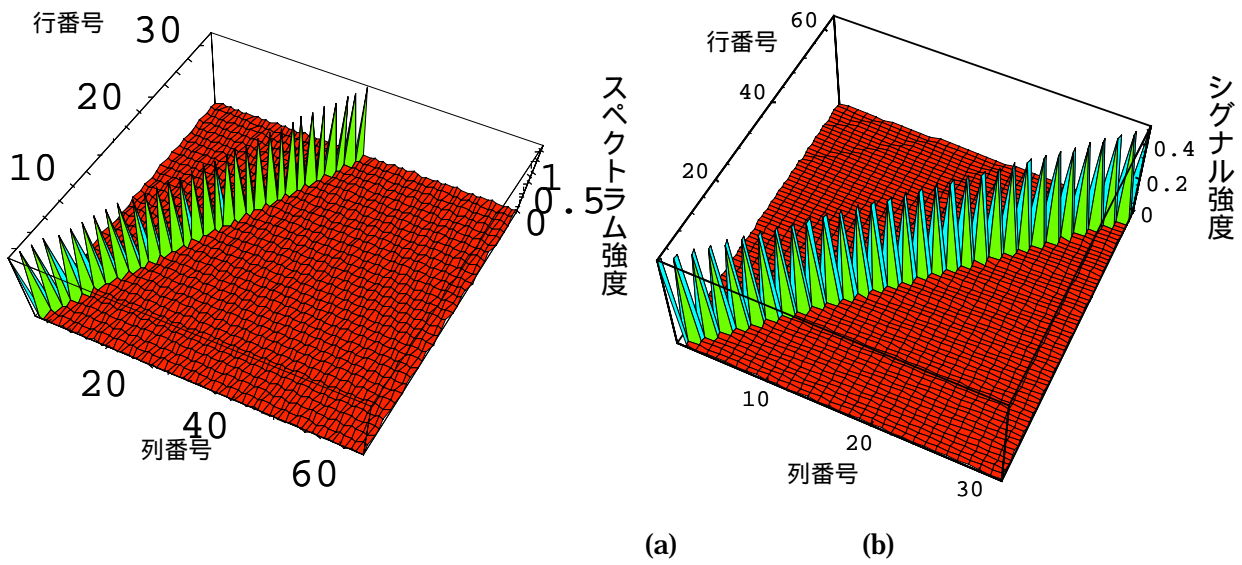


図 6.6 (a) システム行列  $\lambda$  のウェーブレットスペクトラム  $\lambda'$ 、(b) システム行列  $\lambda$  の近似逆行列  $\lambda_{Appro}^{-1}$ 。

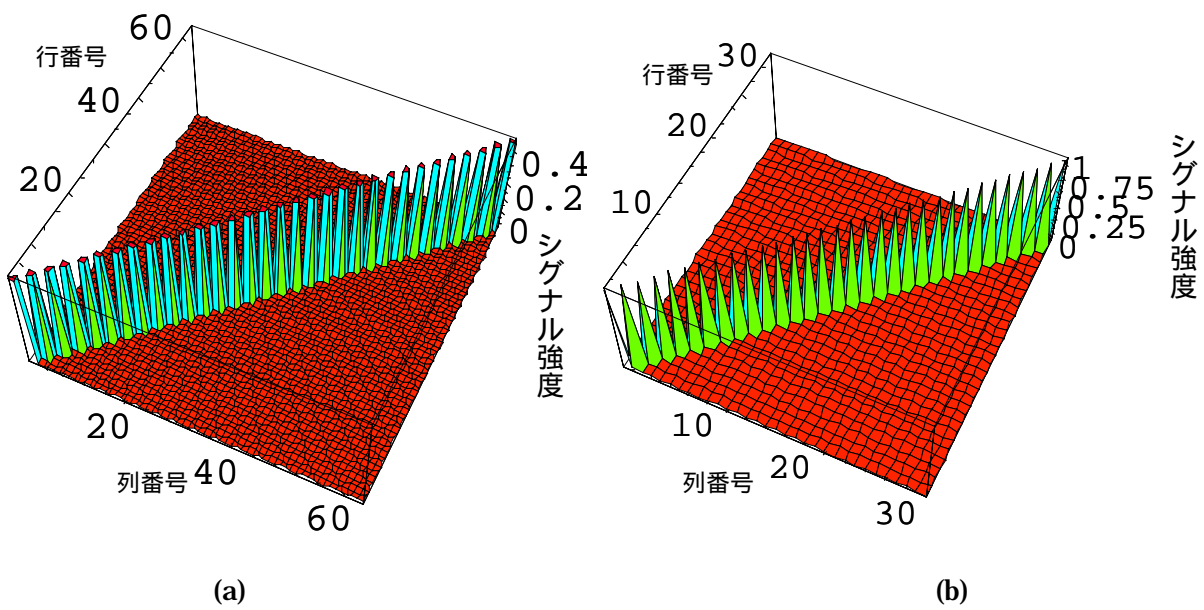


図 6.7 (a) 左側逆行列  $\lambda_{Appro}^{-1} \lambda$ 、(b) 右側逆行列  $\lambda \lambda_{Appro}^{-1}$ 。

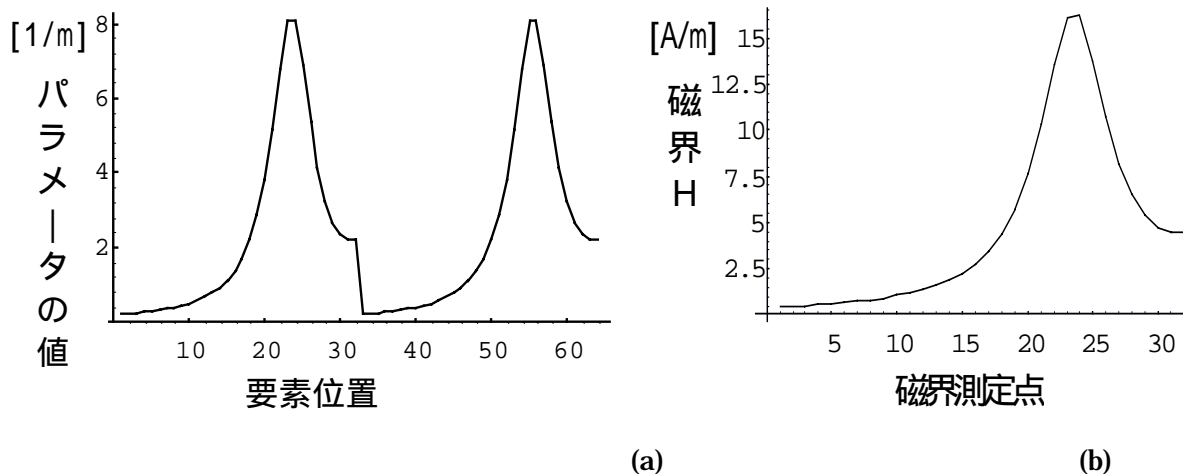


図 6.8 (a) 推定されたパラメータベクトル、(b) 推定されたパラメータベクトルから再現された接線方向磁界分布。

図 6.7(a)および(b)に、それぞれ、推定された解の妥当性を評価するため、左側逆行列  $\lambda_{Appro}^{-1} \lambda$  および右側逆行列  $\lambda \lambda_{Appro}^{-1}$  の計算結果を図示する。図 6.7(b)の右側逆行列  $\lambda \lambda_{Appro}^{-1}$  は完全な単位行列であり、この問題では解が必ず存在することを示している。また、図 6.7(a)の左側逆行列  $\lambda_{Appro}^{-1} \lambda$  は単位行列になってないが、一定値が対角要素に並んでおり、ほぼ一意的な解が期待できることを示している。

図 6.8(a)および(b)に、それぞれ、推定されたパラメータベクトル、および推定されたパラメータベクトル[図 6.8(a)]から再現された測定面上の接線方向磁界分布を示す。図 6.8(a)の推定されたパラメータは、図 6.5(d)の正解のパラメータと比較して、横軸の第 1 点から第 32 点までの区間で、縦軸が図 6.5(c)の約半分の値を取り、ほぼ相似形となっている。さらに、図 6.8(a)の横軸が第 33 点から第 64 点までは、第 1 点から第 32 点までとほぼ同じ縦軸の値を繰り返している。これは、32 行 64 列のシステム行列から 32 行 32 列の正方部分行列を切り出して近似逆行列を求めたことに起因する。従って、この場合の近似解は、推定されたパラメータの値が半分であり、2 回反復した形で得られる。この近似解の妥当性は、推定されたパラメータから再現された磁界分布[図 6.8(b)]が、もとの磁界分布[図 6.5(b)]をほぼ完全に再現することから確認できる。図 6.7(a)の左側逆行列の計算結果からも、推定されたパラメータ[図 6.8(a)]がこの問題から得られる一意的な解であることがわかる。

以上のことから、ウェーブレット逆問題解析法は、パラメータそのものを再現しないが、等価なパラメータを推定することがわかる[52]。

## 6.6. まとめ

本章では、離散値系ウェーブレット変換を用いた磁界系逆問題解析法の提案を行った。この逆問題解析法をフィールド源推定およびパラメータ推定の簡単な逆問題に適用した。その結果、本章で提案したウェーブレット逆問題解析法は、フィールド源推定に関する逆問題に対しては、従来から筆者らが提唱しているSPM法に比較して、解の分布パターンのみならず、解の大きさをも推定可能であることが判明した。一方、媒質推定に関する逆問題に対しては、パラメータそのものを再現しないが、等価なパラメータ推定が可能であることが判明した。

## 7. 結 論

本研究では、媒質推定およびフィールド源推定に関する逆問題の実用的な問題を取り上げ、S P M法を用いた逆問題解析法の確立とその有効性を検証し、さらに、新しい逆問題解析法として離散値系ウェーブレット変換を用いた方法の提案を行った。

第2章では、S P M法の数学的・物理的意味を示した。S P M法の拘束条件は、パワーエレクトロニクスにおける電圧や電流の振幅をパルス幅で表すP W M制御に対応する”空間に関するP W M表現”であることを述べた。数学的には、このP W M表現がしきい値を持つ最小2乗法近似の反復によって行われることを示した。また、このP W M表現への変換プロセスはしきい値演算を必要とすることからホップフィールド型ニューラルネット理論で表されることも示した。

第3章では、媒質推定に関する逆問題の例題として、導電性材料中の異媒質推定を取り上げた。ここでは、電気ポテンシャル法の原理を用いて、導電性材料中の欠損位置・形状・大きさを推定するP S P M法を提案し、検証実験を行った。その結果、複数の欠損が存在する場合でも比較的良好な推定結果が得られることを示した。また、電気ポテンシャル試験法は、直接接触によって電位を測定しなければならないために接触抵抗による影響を受けやすい欠点を持つ。このため、非接触で測定可能である磁界分布からP S P M法を用いて欠損推定を行う方法も提案した。さらに、電気ポテンシャルと磁界測定を併用することでより信頼性の高い欠損推定法も提案した。その結果、電気ポテンシャル・磁界測定併用法を用いることで、従来解析法では得られなかった信頼性の高い欠損推定が可能であることを示した。

第4章では、フィールド源推定を高精度に行う方法として、磁界・電界測定を併用する方法を提案し、心臓内の電気信号径路推定問題を検討した。ここでは、独立に測定された磁界および電界分布からその電磁界源を高精度に推定する方法を提案し、心臓内部の電気信号径路推定問題へ適用した。この方法では、最終的に、心臓内電力分布の時間変化から、心臓内の電気信号径路を推定した。

簡単な有限要素法によるモデルを用いて検証実験を行い本手法の妥当性を検証した。さらに、実際に測定された心磁図および心電図を用いて心臓内の電力分布が推定可能であることを示し

た。その結果、正常な場合と伝導障害がある場合の心臓内電力分布の時間変化に相違があることを示した。

複数の情報を併用することで、単独の情報からのフィールド源推定では得られなかった信頼性の高いフィールド源推定が可能であることを示した。

従来、多くの電磁界系逆問題では、推定対象であるフィールド源が直流または比較的low周波の場合に限られてきた。このため、第5章では、MHz帯以上の高周波磁界分布が測定された場合の磁界源分布推定問題を検討した。高周波フィールド源推定に関する逆問題応用例として、ノートパソコンの漏洩磁界分布から磁界源(電流)分布を推定する問題を取り上げた。ノートパソコン上の漏洩磁界分布を実際に測定し、SPM法を用いて漏洩磁界源(電流)分布の推定を行った。その結果、ノートパソコン内の漏洩磁界源は回路設計に依存し、主にCPUと電源であることを示した。

以上のことから、高周波磁界源を特定することが可能であり、本手法がEMC問題に対して有効であることが判明した。

第6章では、ウェーブレット変換を用いた新しい逆問題解析法を提唱し、その可能性を検討した。従来の逆問題解析法は、最も支配的な入力源のみを推定する方法と入力源の分布パターンを推定する方法である。これらに対して、離散値系ウェーブレット変換を用いた逆問題解析法は、入力源の分布と大きさを近似的であるが、同時に推定可能とする方法である。この方法は、離散値系ウェーブレット変換のデータ圧縮の特徴を利用し、逆問題のシステム行列の逆行列を近似的に求め、近似解を得る方法である。

この方法をフィールド源推定および媒質推定に関する逆問題へ適用し、その有効性を検証した。その結果、フィールド源推定に関する逆問題に対しては、SPM法に比較して解の分布パターンのみならず、解の大きさをも推定可能であることを示した。一方、媒質推定に関する逆問題に対しては、媒質そのものを再現しないが、等価な媒質推定が可能であることを明らかにした。

## 8. 謝 辞

本論文は、筆者が法政大学工学部 4 年より法政大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程および博士課程在学中に法政大学工学部電気電子工学科教授 斎藤兆古博士 の指導の下で行った研究をまとめたものである。

斎藤兆古先生 には、本研究の全般のみならず公私にわたり、終始絶大なる御指導、御支援を賜りました。心より感謝致します。

本論文の審査にあたり、法政大学工学部電気電子工学科教授 白井五郎博士、同大学工学部電気電子工学科教授 小林尚登博士、同大学工学部電気電子工学科助教授 斎藤利通博士 に貴重な御教示、御助言を賜りました。ここに、深く感謝の意を表します。

法政大学工学部電気電子工学科助教授 早野誠治博士 には、公私にわたり貴重な御助言、有益な御教示を賜りました。ここに、深く感謝の意を表します。

千葉大学工学部電気電子工学科助教授 早乙女英夫博士 には、公私にわたり貴重な御助言をいただきました。ここに、深く感謝致します。

Technical University of Sofia, Iliana Marinova 博士 には、貴重な御助言をいただきました。ここに、深く感謝致します。

徳島大学医学部特殊栄養教授 中屋豊博士 には、心電図・心磁図データを快く提供していただいただけでなく、心臓生理学に関する貴重な御教示を賜りました。ここに、深く感謝の意を表します。

日本電気株式会社資源環境技術研究所 EMC 技術センター所長 遠矢弘和氏、同 EMC 技術センター主任 増田則夫氏 には、EMC に関する貴重な御教示を賜りました。また、快く実験機材を提供していただいた。ここに、深く感謝の意を表します。

法政大学工学部 斎藤兆古研究室 の皆様には、筆者が在学中に公私にわたり御助言、御支援をいただきました。ここに、深く感謝致します。

最後に、温かく見守っていただいた両親、家族に感謝いたします。

## 9. 参考文献

- [1] G. Anger, "Inverse problems in differential equations," Plenum Press, 1990, New York and London.
- [2] 田中博, 岡部政之, 鈴木貴, 「逆問題」, 岩波書店, 1993年, 東京.
- [3] 久保司郎, 「逆問題」, 培風館, 1992年, 東京.
- [4] 武者利光監修, 岡本良夫著, 「逆問題とその解き方」, オーム社, 1992年, 東京.
- [5] 日本機械学会編, 「逆問題のコンピュータアナリシス」, コロナ社, 1991年, 東京.
- [6] 斎藤兆古, 「電磁界系逆問題解析技術の進歩」, 電気学会論文誌 A 解説, 114 巻 6 号, 1994年, pp. 432-438.
- [7] 岩井喜典他編著, 「医用画像診断装置-CT, MRI を中心として-」, コロナ社, 1991年, 東京.
- [8] Y. Saito, E. Itagaki, and S. Hayano, "A formulation of the inverse problems in magnetostatic fields and its application to a source position searching of the human eye fields," Journal of Applied Physics, Vol.67, No.9, 1990, pp.5830-5832.
- [9] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, 「生体磁気における逆問題」, 電気学会論文誌 A, 112 巻 4 号, 1992年, pp.279-286.
- [10] 早乙女英夫, 橋田和泰, 早野誠治, 斎藤兆古, 「Sampled Pattern Matching 法による生体内電流分布推定」, 電気学会論文誌 C, 113 巻 1 号, 1993年, pp.69-76.
- [11] H. Saotome, K. Kitsuta, S. Hayano, and Y. Saito, "A neural behavior estimation by the generalized correlative analysis," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.29, No.2, 1993, pp. 1389-1394.
- [13] 橋田和泰, 「電磁界系逆問題に関する研究」, 平成4年度法政大学修士論文.
- [14] 早乙女英夫, 「磁界系逆問題解析とその応用に関する研究」, 平成5年度法政大学博士論文.
- [15] 山田尚生, 「因子分析による電流分布推定に関する研究」, 平成5年度法政大学修士論文.
- [16] 加藤俊行, 「逆問題的手法による磁気装置設計」, 平成6年度法政大学修士論文.
- [17] 依田潔, 「SPM法と Simulated Annealing 法による励磁コイル設計法の比較検討」, 第15回計算電気・電子工学シンポジウム論文集, 1995年, pp.201-203.
- [18] 吉田悟史, 「Sampled Pattern Matching 法とウェーブレット変換を用いた生体系の異常診断に関する研究」, 平成7年度法政大学修士論文.
- [19] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「逆問題・線形空間そしてNN」第4回インテリジェント・

システム・シンポジウム 論文集, 1994 年, pp.117-122.

- [20]馬場則夫,小島史男,小澤誠一,「ニューラルネットの基礎と応用」共立出版,1994 年,東京.
- [21]日本非破壊検査協会編,「非破壊検査便覧」,日刊工業新聞社,初版,1978 年,東京.
- [22]荒克之,海老根典也,「非破壊検査と磁気」,日本応用磁気学会誌, Vol.20, No.3,1996 年,pp.743-749.
- [23]三好俊郎,中野伸一,「電位差法による表面き裂の形状同定に関する研究」,日本機械学会論文集 A, 52 巻 476 号, 1986 年, pp.1097-1103.
- [24]坂上隆英,久保司郎,大路清嗣,山本賢治,中塚顕二,「電気ポテンシャル CT 法による三次元内部き裂の同定」,日本機械学会論文集 A, 56 巻 521 号,1990 年,pp.27-32.
- [25]S.Kubo, K.Ohji, and T.Sakagami, "A simple scheme for identification of a semielliptical surface crack from D.C. potential readings," Int. J. Appl. Electromag. Mater., Vol.2, No.1 1991, pp.81-90.
- [26]H.Saotome, T.Doï, S.Hayano and Y.Saito, "Crack identification in metallic materials," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.29, No.2, 1993, pp.1861-1864.
- [27]土井達也,「導電性材料中における異媒質推定に関する研究」,平成 5 年度法政大学修士論文.
- [28]土井達也,早乙女英夫,早野誠治,斎藤兆古,「試行パターン一致法による導体内の欠損推定」,電気学会論文誌 A, 114 巻 4 号, 1994 年, pp.290-295.
- [29]T.Doï, S.Hayano, I.Marinova, N.Ishida and Y.Saito, "Defect recognition in conductive materials by local magnetic-field measurement," Journal of Applied Physics, Vol. 75, No. 10, 1994, pp.5907-5909.
- [30]上野照剛,「生体磁気研究の最近の展開」,電気学会論文誌 C, 116 巻 2 号, 1996 年,pp.141-144.
- [31]荒克之,坂佐井馨,岸本牧,「生体磁気計測における逆問題」,電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-93-91,1993 年,pp.37-56.
- [32]津田良一,上野照剛,「誘発脳波・脳磁図による仮現運動の電源推定」,電気学会論文誌 C, 116 巻 2 号, 1996 年, pp.157-162.
- [33]松浦幹太,岡部洋一,「局在した生体磁場源分布の再構成」,電気学会論文誌 C, 116 巻 2 号, 1996 年, pp.223-229.
- [34]K.Watanabe, A.Takeuchi, M.Katayama, Y.Fukuda, M.Nomura, M.Sumî, M.Murakami, Y.Nakaya and H.Mori, Biomagnetism'87, K.Atsumi et al. Ed., Tokyo Denki Univ. Press, 1988, pp.346-353.
- [35]Y.Nakaya and H.Mori, "Magnetocardiography," Clin. Phys. Physiol. Meas., Vol.13, No.3, 1992, pp.191-229.
- [36]T.Doï, S.Hayano and Y.Saito, "Hybrid MCG and ECG approach to medical diagnosis in human heart," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.30, No.6, 1994, pp.4704-4706.
- [37]T.Doï, S.Hayano and Y.Saito, "Space power method for human heart diagnosis," IEEE



- Transaction on Magnetics, Vol.31, No.6, 1995, pp.4262-4264.
- [38] T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Hybrid MCG and ECG approach to medical diagnosis in human heart," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.30, No.6, 1994, pp.4704-4706.
- [39] 土井達也, 中屋豊, 早野誠治, 斎藤兆古, 「心磁図・心電図併用法による心臓内電力分布の推定」, 電気学会論文誌 C, 116 巻 2 号, 1996 年, pp.230-235.
- [40] 堀川宗之, 「心臓の電気現象-心電図波形の成り立ち-」, 東京電機大学出版局, 昭和 57 年, 東京.
- [41] 電気学会電磁波雑音のタイムドメイン計測技術調査専門委員会編, 「電磁波雑音のタイムドメイン計測技術」, コロナ社, 1995 年, 東京.
- [42] T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Magnetic field distribution caused by notebook computer and its source searching," Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, 1996, pp.5214-5216.
- [43] I. Daubechies, "Orthonormal Basis of Compactly Supported Wavelets", Comm. Pure and Appl. Math., 41, pp.909-996, 1988.
- [44] 山田道夫, 「ウェーブレット解析とその応用」, 電子情報通信学会誌, Vol.76, No.5, 1993 年, pp.518-528.
- [45] N.V.Thakor, G.Xin-Rong, S.Yi-Chun, and D.F.Hanley, "Multiresolution Wavelet Analysis of Evoked Potentials", IEEE Trans. on Biomed. Eng., 40, 1993, pp.1085-1094.
- [46] D.E.Newland, "Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis", Longman Scientific & Technical, 3rd Edit., 1993.
- [47] S.G.Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol.11, No. 7, 1989, pp. 674-693.
- [48] 斎藤兆古, 「MATHEMATICA によるウェーブレット変換」, 朝倉書店, 1996 年, 東京.
- [49] T. Doi, S. Yoshida, S. Hayano and Y. Saito, "An application of the wavelets to MCG diagnosis," Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, 1996, pp.4699-4701.
- [50] T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Wavelet solution of the inverse source problems," IEEE Transaction on Magnetics, (印刷中).
- [51] T. Doi, S. Hayano and Y. Saito, "Wavelet solution of the inverse parameter problems," IEEE Transaction on Magnetics, (印刷中).
- [52] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「ウェーブレット変換を用いた磁界系逆問題解析法の提案」, 電気学会論文誌 A, 117 巻 2 号, 1997 年, pp.122-127.
- [53] 一松信, 竹之内脩編, 「新数学事典」, 改訂増補版, 大阪書籍, 1991, 大阪.
- [54] S. G. ストラング著, 山口昌也監訳, 「線形代数とその応用」, 産業図書, 1994, 東京.
- [55] 平戸昌利著, 「EMCのおはなし」, 日本規格協会, 1996, 東京.
-



## 10. 研究業績

### 10.1. 査読付論文

- [1]H.Saotome, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Crack identification in metallic materials,(邦題:金属材料中の欠損推定)" IEEE Transaction on Magnetics,Vol.29,No.2, 1993, pp.1861-1864.
- [2]土井達也,早乙女英夫,早野誠治,斎藤兆古,「試行パターン一致法による導体内の欠損推定」,電気学会論文誌A, 114 巻 4 号, 1994 年, pp.290-295.
- [3]T.Doi, S.Hayano, I.Marinova, N.Ishida and Y.Saito, "Defect recognition in conductive materials by local magnetic-field measurement,(邦題:局所磁界分布測定による導体内の欠損推定)" Journal of Applied Physics, Vol. 75, No. 10, 1994, pp.5907-5909.
- [4]T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Hybrid MCG and ECG approach to medical diagnosis in human heart,(邦題:心磁図・心電図併用法による心臓診断)" IEEE Transaction on Magnetics, Vol.30, No.6, 1994, pp.4704-4706.
- [5]T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Space power method for human heart diagnosis,(邦題:電力分布推定法による心臓診断)" IEEE Transaction on Magnetics,Vol.31, No.6, 1995, pp.4262-4264.
- [6]土井達也,中屋豊,早野誠治,斎藤兆古,「心磁図・心電図併用法による心臓内電力分布の推定」,電気学会論文誌C, 116 巻 2 号, 1996 年, pp.230-235.
- [7]T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Magnetic field distribution caused by notebook computer and its source searching,(邦題:ノートパソコン上の磁界分布とその磁界源推定)" Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, 1996, pp.5214-5216.
- [8]T.Doi, S.Yoshida, S.Hayano and Y.Saito, "An application of the wavelets to MCG diagnosis,(邦題:ウェーブレット変換の心磁図診断への応用)" Journal of Applied Physics, Vol.79, No.8, 1996, pp.4699-4701.
- [9]T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Wavelet solution of the inverse source problems,(邦題:ウェーブレット解析のフィールド源推定の逆問題への応用)" IEEE Transaction on Magnetics, (印刷中).
- [10]T.Doi, S.Hayano and Y.Saito, "Wavelet solution of the inverse parameter problems,(邦題:

ウェーブレット解析の媒質推定の逆問題への応用)" IEEE Transaction on Magnetics, (印刷中).

[11]土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「ウェーブレット変換を用いた磁界系逆問題解析法の提案」, 電気学会論文誌 A, 117 巻 2 号, 1997 年, pp.122-127.

## 10.2.国際会議・セミナー発表論文

- [1] T.Doji, H.Saotome, S.Hayano and Y.Saito, "Inverse analysis of defect identification based on the electric potential method,(邦題:電気ポテンシャル法による欠損同定の逆問題解析)" Procs. 2nd Japan-Hungary Joint Seminar, Ed. T.Honma et al., Hokkaido Univ. Press, 1992, pp.61-66.
- [2] T.Doji, S.Hayano, and Y.Saito, "Projective sampled pattern matching method for the defect recognition in conductive materials,(邦題:導電性材料中の欠損推定のための PSPM 法)" Simulation and Design of Applied Electromagnetic System, Edited by T.Honma, Elsevier Science B.V., 1994, pp.33-36.
- [3] T.Doji, I.Marinova, S.Hayano, and Y.Saito, "Conducting path estimation in human heart from locally measured electric and magnetic fields,(邦題:局所電界および磁界分布からの心臓内導電経路推定)" Record of the 6th Biennial Conference on Electromagnetic Field Computation, 1994, pp.114-119.
- [4] T.Doji, S.Hayano and Y.Saito, "Current conducting path estimation from the locally measured magnetic and electric fields,(邦題:局所電界・磁界分布測定による電流経路推定)" Procs. 3rd Japan-Hungary Joint Seminar, Ed. A.Ivanyi et al., 1994, pp.114-119.
- [5] T.Doji and Y.Saito, "Sampled pattern matching method in biomagnetics and application to medical diagnosis,(邦題:生体磁気における S P M 法と医療診断への応用)" Procs. of the Asian Control Conference, 1994, pp.109-112.
- [6] T.Doji, S.Hayano and Y.Saito, "Human heart diagnosis by inverse approach,(邦題:逆問題解析法による心臓診断)" The Digest of 4th Japanese-Polish Joint Seminar, 1995, pp.131-134.

## 10.3.研究会・講演会発表論文

- [1] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電気ポテンシャル法を用いた欠損推定に関する一方法」電気学会マグネティックス研究会資料, 1992年, MAG-92-136.
- [2] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「Sampled Pattern Matching 法を用いた電気ポテンシャル法による欠損推定」電気学会静止器回転機合同研究会資料, 1992年, SA-92-26(RM-92-61).
- [3] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「電界・磁界併用による金属中の欠損探査」電気学会マグネティックス研究会資料, 1994年, MAG-94-25.
- [4] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「心電図・心磁図併用による心臓診断」電気学会マグネティックス研

究会資料, 1994 年, MAG-94-46.

[5] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「逆問題・線形空間そして NN」第 4 回インテリジェント・システム・シンポジウム 論文集, 1994 年, pp.117-122.

[6] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「磁界・電界併用による導電経路推定 -心臓診断への応用-」電気学会マグネティックス研究会資料, 1994 年, MAG-94-177.

[7] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「心電図・心磁図併用による心臓内の電気信号経路推定」日本生体磁気学会誌特別号(論文集), Vol.8, No.1, 1995 年, pp.290-293.

[8] 斎藤兆古, 吉田悟史, 土井達也, 「心磁図による心臓内電流分布の推定に関する考察」電気学会マグネティックス研究会資料, 1995 年, MAG-95-66.

[9] 吉田悟史, 土井達也, 斎藤兆古, 「心臓内電流双極子の分布について」電気学会マグネティックス研究会資料, 1995 年, MAG-95-142.

[10] 土井達也, 吉田悟史, 早野誠治, 斎藤兆古, 「離散値系ウェーブレット変換の心磁図への応用」平成 8 年電気学会全国大会講演論文集, Vol.2, 1996 年, pp.300-301.

[11] 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「ループ電流モデルによる磁界系逆問題解析」電気学会マグネティックス研究会資料, 1996 年, MAG-96-151.

[12] 松村仁, 土井達也, 早野誠治, 斎藤兆古, 「磁性体の等価磁化電流分布推定の基礎的検討」電気学会マグネティックス研究会資料, 1996 年, MAG-96-194.

[13] 小川純一, 土井達也, 緑川洋一, 早野誠治, 斎藤兆古, 「有限長フィルム導体の電流分布推定」電気学会マグネティックス研究会資料, 1996 年, MAG-96-195.

## 10.4. 修士論文

[1] 「導電性材料中における異媒質探査に関する研究」平成 5 年度法政大学修士論文.

# 11. 付 録

## A . P S P M法の計算の流れ図

